



Universidad
Carlos III de Madrid

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

INGENIERÍA INDUSTRIAL

PROYECTO FIN DE CARRERA

CLASIFICACIÓN Y ANÁLISIS DE LA EVOLUCIÓN DE LA RESPUESTA MODAL DE UN EJE FERROVIARIO CON GRIETAS

Autor: **Sergio Fernández Matey**

Tutor: **Dr. Higinio Rubio Alonso**

Leganés, Junio de 2013

Título: Clasificación y análisis de la evolución de la respuesta modal de un eje ferroviario con grietas.

Autor: Sergio Fernández Matey.

Tutor: Dr. Higinio Rubio Alonso.

EL TRIBUNAL

Presidente: _____

Vocal: _____

Secretario: _____

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día ____ de _____
de 20____ en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda
otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL.

SECRETARIO.

PRESIDENTE.

Resumen.

Este proyecto ‘Clasificación y análisis de la evolución de la respuesta modal de un eje ferroviario con grietas’ tiene como objetivo principal continuar con la línea de investigación de las frecuencias propias de un eje y la influencia que producen un conjunto de grietas simuladas en las vibraciones propias.

Comenzaremos, tras una breve introducción, hablando de diferentes tipos de ejes existentes en la industria. Tras ello, situaremos el proyecto dentro de un marco teórico, describiendo la teoría de vibraciones y el fenómeno de fatiga. A continuación, introduciremos unas pequeñas pautas sobre el software empleado Creo Elements/Pro y el método de elementos finitos usado. Una vez explicado el marco teórico, desarrollaremos la metodología empleada y cómo hemos modelado el eje y las diferentes grietas. Posteriormente mostraremos los resultados completos de los análisis modales llevados a cabo dentro del proyecto, así como todas las tablas y gráficas que apoyen el estudio. Para finalizar, dedicaremos los últimos capítulos a las conclusiones, trabajos futuros planteándose posibles mejoras, además de dar un presupuesto detallado y mencionar la bibliografía empleada.

Por último, citar que el presente proyecto es la continuación de un conjunto de investigaciones llevadas a cabo por el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid cuyo objetivo es indagar en el análisis de la defectología de ejes ferroviarios.

Palabras clave.

Análisis modal, eje ferroviario, frecuencias propias, resonancia compensada, Creo Elements/Pro, Pro/ENGINEER, fatiga, grieta.



Clasificación y análisis de la evolución de la respuesta modal de un eje ferroviario con grietas.

Abstract.

The main goal of this project, 'Classification and analysis of the evolution of the modal response of a cracked railway axle', is to continue the research line of the railway axle's natural frequencies and the influence that a grouping of simulated cracks produces on the axle's vibrations.

After a short introduction, we will explain different types of axles which nowadays we can find in the industry. After that, we will place the project within a theoretical framework, describing the theory of vibrations and fatigue phenomenon. Then, we will give some patterns about the software that we used, 'Creo Elements/Pro', as well as the finite element method applied. Once the theoretical part has been explained, we will develop the methodology and explain how we modeled the railway axle and the different cracks. Then we will show the results of the modal analysis carried out within the project, as well as all tables and graphs to support the study. To conclude, in the last chapter we will explain the conclusions, future work considering possible improvements, a detailed budget and the bibliography used.

Finally, mention that this project is a continuation of a series of investigations conducted by the Department of Mechanical Engineering at the University Carlos III of Madrid in order to investigate the analysis of defectology on railway axles.

Keywords.

Modal analysis, railway axle, natural frequencies, compensated resonance, Creo Elements/Pro, Pro/ENGINEER, fatigue, crack.



Clasificación y análisis de la evolución de la respuesta modal de un eje ferroviario con grietas.

ÍNDICE GENERAL.

CAPÍTULO 1. MOTIVACIÓN, OBJETIVOS Y ESTRUCTURA DEL PROYECTO.....	1
1.1. MOTIVACIÓN.....	3
1.2. OBJETIVOS.....	5
1.3. ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO.....	6
CAPÍTULO 2. EJES. EJE FERROVIARIO.....	9
2.1. DEFINICIÓN.....	10
2.2. FUNCIONES, CARACTERÍSTICAS Y TIPOS DE EJE.....	10
2.3. EJES FERROVIARIOS.....	12
2.3.1. Ejes montados.....	13
2.3.2. Diseño del eje calado.....	14
CAPÍTULO 3. VIBRACIONES MECÁNICAS. MÉTODO PCRT.....	17
3.1. INTRODUCCIÓN.....	19
3.2. CONCEPTOS BÁSICOS.....	20
3.3. ANÁLISIS MODAL.....	23
3.4. RESONANCIA MECÁNICA.....	25
3.5. ESTADO DEL ARTE.	28
3.5.1. Process Compensated Resonance Testing (PCRT).....	28
3.5.2. Estudio de fatiga por sistema PCRT.....	30
CAPÍTULO 4. EL FENÓMENO DE FATIGA.....	34
4.1 INTRODUCCIÓN.....	36
4.2. HISTORIA DEL FENÓMENO DE FATIGA.....	37
4.2.1. Siglo XIX.....	37
4.2.2. Siglo XX.....	39
4.2.3. Actualidad.....	41
4.3. FUNDAMENTOS DE LA FATIGA.....	41
4.3.1. Fases de propagación de grietas.....	42
4.3.2. Características de la rotura por fatiga.....	43
4.3.3. Diagrama S-N.....	44
4.4. ESTADO DEL ARTE.....	46

CAPÍTULO 5. MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	49
5.1. INTRODUCCIÓN.....	51
5.1.1. Componentes básicos en un modelo MEF.....	53
5.1.1.1. Nodo.....	53
5.1.1.2. Elemento.....	54
5.2. MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	55
5.3. APLICACIONES.....	57
5.4. VENTAJAS Y LIMITACIONES.....	58
CAPÍTULO 6. INICIARSE EN CREO ELEMENTS/PRO.....	60
6.1. INTRODUCCIÓN.....	62
6.2. POSIBILIDADES DEL PROGRAMA.....	63
6.2.1. Soluciones de dibujo.....	63
6.2.1.1. Creo sketch.....	63
6.2.1.2. Creo layout.....	64
6.2.1.3. Creo Schematics.....	64
6.2.2. Soluciones de modelaje.....	65
6.2.2.1. Creo Parametric.....	65
6.2.2.2. Creo Direct.....	65
6.2.2.3. Creo Options Modeler.....	65
6.2.3. Soluciones de validación.....	66
6.2.3.1. Creo Simulate.....	66
6.2.4. Soluciones de visualización.....	66
6.3. RESUMEN DE CAPACIDADES.....	67
6.3.1. Diseño.....	67
6.3.2. Análisis.....	67
6.3.3. Fabricación.....	67
6.3.4. Ficheros soportados.....	68
6.4. ENTORNO DE CREO ELEMENTS/PRO.....	68
CAPÍTULO 7. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y METODOLOGÍA DE DISEÑO APLICADA.....	72
7.1. DESARROLLO DEL PROBLEMA.....	74
7.2. DEFINICIÓN DEL EJE SOMETIDO A ESTUDIO.....	74

7.2.1. Geometría del eje.	74
7.2.2. Material del eje.	75
7.3. METODOLOGÍA DE DISEÑO APLICADA.	76
7.3.1. Cálculo del área engendrada en grieta recta.	79
7.3.2. Cálculo de los parámetros para diseñar grietas circulares de la misma área que las grietas rectas.....	80
7.4. SIMPLIFICACIONES CONSIDERADAS.....	82
CAPÍTULO 8. CREACIÓN DEL MODELO Y GRIETAS EN CREO ELEMENTS/PRO.....	85
8.1. MODELADO DEL EJE.....	87
8.1.1. Definición de la geometría del eje.....	87
8.1.2. Definición del material del eje.....	90
8.2. CONDICIONES DE ANÁLISIS.	91
8.2.1. Descripción del mallado.	92
8.2.2. Definición de los parámetros de resolución de análisis.	94
8.2.3. Método de resolución de análisis óptimo.	98
8.3. GENERACIÓN DE GRIETA RECTA Y CIRCULAR EN EL EJE.	99
8.3.1. Metodología para la generación de grieta recta.	99
8.3.2. Metodología para la generación de grieta circular.	102
8.4. VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS.	104
CAPÍTULO 9. RESULTADOS.....	108
9.1. INTRODUCCIÓN.	110
9.2. RELACIÓN ÁREA GRIETA-POSICIÓN EJE-PORCENTAJE RADIO.....	110
9.3. RESULTADOS OBTENIDOS EN EL ANÁLISIS SOBRE EL EJE LIBRE.	112
9.3.1. Resultados globales de frecuencias para grieta recta.....	115
9.3.2. Resultados de diferencias porcentuales para grieta recta.....	128
9.3.3 Resultados de diferencias unitarias para grieta recta.....	139
9.3.4. Relación frecuencia/área de grieta recta en Posición 1.....	150
9.3.5. Resultados globales de frecuencias para grieta circular.....	154
9.3.6. Resultados de diferencias porcentuales para grieta circular.....	167
9.3.7. Resultados de diferencias unitarias para grieta circular.....	178
9.3.8. Relación frecuencia/área de grieta circular en Posición 1.....	189
9.4. RELACIÓN GRIETA CIRCULAR-GRIETA RECTA.....	192

9.5. OBSERVACIONES.....	201
9.5.1. Frecuencias con fallo y sin fallo.....	201
9.5.2. Limitaciones del software.	201
CAPÍTULO 10. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....	204
10.1. CONCLUSIONES.	206
10.2. TRABAJOS FUTUROS.	209
CAPÍTULO 11. PRESUPUESTO.	211
11.1. INTRODUCCIÓN.	213
11.2. PRESUPUESTO GENERAL.	213
11.3. PRESUPUESTO DETALLADO DEL PROYECTO.	214
CAPÍTULO 12. BIBLIOGRAFÍA.	218
12.1. BIBLIOGRAFÍA.....	220
CAPÍTULO 13. ANEXO.PLANO DEL EJE.	222



Clasificación y análisis de la evolución de la respuesta modal de un eje ferroviario con grietas.

ÍNDICE DE FIGURAS.

Figura 1. Tren de alta velocidad.....	3
Figura 2. Bogie de un ferrocarril.....	4
Figura 3. Lote de ejes ferroviarios.....	4
Figura 4. Eje mecánico.....	10
Figura 5. Eje con rueda calada y caja de grasa.	12
Figura 6. Diferentes partes de un eje ferroviario.	13
Figura 7. Eje ferroviario montado o calado.	14
Figura 8. Diferentes tipos de diseño de grupos de rueda. Con las cajas de grasa externas e internas (fila 1), con los discos de freno en el árbol y en la rueda (fila 2) y con la posición asimétrica y simétrica de los contactos de rodadura (fila 3). 1-árbol, 2-rueda, 3-caja de grasa, 4-disco del freno, 5-contacto de rodadura.	15
Figura 9. Representación de una vibración.	19
Figura 10. Vibración producida por fuerzas restauradoras.	19
Figura 11. Representación de una onda armónica.	21
Figura 12. Representación de vibración periódica.	22
Figura 13. Representación de vibración aleatoria.	22
Figura 14. Esquema de un sistema vibratorio de un grado de libertad.	23
Figura 15. Descomposición de una onda por transformada de Fourier.	24
Figura 16. Modos de vibración de una cuerda fijada en sus extremos.	25
Figura 17. Representación de la resonancia en función de la relación de frecuencias.....	26
Figura 18. Colapso del puente de Tacoma Narrows en 1940.	27
Figura 19. Eje ferroviario sometido a ensayo PCRT.	28
Figura 20. Esquema de un sistema PCRT.	30
Figura 21. Cambio en las frecuencias propias con el aumento de los ciclos.....	31
Figura 22. Estudio de un eje ferroviario mediante PCRT en una banda de frecuencia de 8000 a 9500 Hz.....	31
Figura 23. Máquina de probeta rotatoria para ensayo a fatiga.....	36
Figura 24. Cuadro accidente de ferrocarril en Versalles.....	38
Figura 25. Curva de Wöhler.....	39
Figura 26. Fases en la propagación de grieta por fatiga en un eje.....	42
Figura 27. Zonas en una rotura por fatiga.	43
Figura 28. Diagrama S-N.	44
Figura 29. Descarrilamiento de un tren en Toronto.	46

Figura 30. Estado de la vía tras el accidente de Viareggio.	47
Figura 31. Discretización de un sistema continuo.	51
Figura 32. Ejemplo de discretización en elementos finitos.	52
Figura 33. Diferencia entre sistema real y sistema de elementos finitos.....	52
Figura 34. Representación de un nodo.	53
Figura 35. Elemento tipo viga con mallado.	54
Figura 36. Elemento de tipo placa con mallado.	55
Figura 37. Elemento tipo sólido con mallado.	55
Figura 38. Proceso de resolución de problemas mediante herramientas MEF.....	57
Figura 39. Logo del software Creo Elements/Pro.	62
Figura 40. Inicio de sesión de Creo Parametric y Creo Simulate.....	68
Figura 41. Interfaz de trabajo de Creo Elements/Pro.	69
Figura 42. Barra de herramientas del sistema.	69
Figura 43. Barra de herramientas.	70
Figura 44. Plano del eje sometido a estudio.	75
Figura 45. Plano detalle 'W' del extremo del eje.	75
Figura 46. Esquema de las posiciones de generación de grieta.	77
Figura 47. Modelo de eje completo (izquierda) y grieta real realizada en él para experimentación (derecha).....	78
Figura 48. Dos diferentes tipos de grieta a diseñar en el proyecto: grieta circular y grieta recta.....	78
Figura 49. Definición de los parámetros utilizados en el diseño de la grieta recta.....	79
Figura 50. Esquema del área de grieta recta interesada.....	80
Figura 51. Definición de los parámetros utilizados en el diseño de la grieta circular.	81
Figura 52. Eje ferroviario siendo analizado.	83
Figura 53. Selección de plano con herramienta Esbozo.	87
Figura 54. Perfil de revolución.	88
Figura 55. Definición del eje de revolución.	88
Figura 56. Definición de los redondeos del eje.	89
Figura 57. Semieje realizado antes de utilizar herramienta simetría.	89
Figura 58. Eje ferroviario geométricamente definido.	90
Figura 59. Ventana de definición del material.	90
Figura 60. Eje ferroviario final visualizado con realismo avanzado.....	91

Figura 61. Mallado por defecto creado por herramienta AutoGEM.....	92
Figura 62. Mallado tipo 2 generado por herramienta AutoGEM.....	93
Figura 63. Mallado tipo 3 generado por herramienta AutoGEM.....	93
Figura 64. Mallado tipo 4 generado por herramienta AutoGEM.....	94
Figura 65. Mallado tipo 5 generado por herramienta AutoGEM.....	94
Figura 66. Ventana de análisis del módulo 'Creo Simulate'.....	95
Figura 67. Definición del análisis modal.....	95
Figura 68. Ventana de 'Output'.	96
Figura 69. Ventana de 'Convergence'.	97
Figura 70. Ventana de definición de 'Multi-Pass Adaptative'.....	97
Figura 71. Posiciones de generación de grieta.	99
Figura 72. Generación de plano perpendicular a la directriz del eje.	100
Figura 73. Creación de boceto según las distancias de la tabla para grieta recta.....	101
Figura 74. Extrusión de la grieta recta.	101
Figura 75. Detalle de la grieta recta realizada.	102
Figura 76. Boceto con la distancia entre centros para realizar grieta circular.....	103
Figura 77. Detalle de la grieta circular realizada.	103
Figura 78. Representación de la ventana de resultados.....	104
Figura 79. Ventana de 'Display Options'.	105
Figura 80. Visualización de resultados mediante 'Fringe' y 'Vectors'.	106
Figura 81. Gráfica representativa de las áreas de grieta en cada posición del eje.....	111
Figura 82. Gráfica representativa de las áreas de grieta en cada porcentaje del radio.....	112
Figura 83. Representación de los modos (7-18) de vibración del eje libre.....	113
Figura 84. Representación de los modos (19-34) de vibración del eje libre.....	114
Figura 85. Representación de los modos (35-40) de vibración del eje libre.....	115
Figura 86. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 1' en grieta recta.....	124
Figura 87. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 2' en grieta recta.....	125
Figura 88. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 3' en grieta recta.....	125
Figura 89. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 4' en grieta recta.....	126
Figura 90. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 5' en grieta recta.....	126
Figura 91. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 6' en grieta recta.....	127

Figura 92. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 7' en grieta recta.....	127
Figura 93. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 8' en grieta recta.....	128
Figura 94. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta recta en modos 7-18.....	150
Figura 95. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta recta en modos 19-30.....	151
Figura 96. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta recta en modos 31-40.....	151
Figura 97. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta recta, línea de tendencia y ecuación (modos 7 y 8).....	152
Figura 98. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta recta, línea de tendencia y ecuación (modos 9 y 10).....	152
Figura 99. Gráfica representativa de 'Pendiente' y 'R-cuadrado' para cada modo en grieta recta.....	154
Figura 100. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 1' en grieta circular.....	163
Figura 101. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 2' en grieta circular.....	163
Figura 102. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 3' en grieta circular.....	164
Figura 103. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 4' en grieta circular.....	164
Figura 104. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 5' en grieta circular.....	165
Figura 105. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 6' en grieta circular.....	165
Figura 106. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 7' en grieta circular.....	166
Figura 107. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 8' en grieta circular.....	166
Figura 108. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta circular en modos 7-18.....	189
Figura 109. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta circular en modos 19-30.....	189
Figura 110. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta circular en modos 31-40.....	190
Figura 111. Gráfica representativa de 'Pendiente' y 'R-cuadrado' para cada modo en grieta circular.....	192
Figura 112. Mallado de eje con grieta en 'Posición 2' (arriba) y eje nuevo (abajo).....	202



Clasificación y análisis de la evolución de la respuesta modal de un eje ferroviario con grietas.

ÍNDICE DE TABLAS.

Tabla 1. Área de grieta recta en cada posición y porcentaje de penetración.	80
Tabla 2. Distancia entre centros en grieta circular..	82
Tabla 3. Tabla para calcular distancia entre centro del eje y zona plana de la grieta.....	100
Tabla 4. Áreas de cada posición hasta el 24% del porcentaje de radio.....	110
Tabla 5. Áreas de cada posición hasta el 100% del porcentaje de radio.....	111
Tabla 6. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 1' en grieta recta.....	116
Tabla 7. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 2' en grieta recta.....	117
Tabla 8. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 3' en grieta recta.....	118
Tabla 9. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 4' en grieta recta.....	119
Tabla 10. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 5' en grieta recta.....	120
Tabla 11. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 6' en grieta recta.....	121
Tabla 12. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 7' en grieta recta.....	122
Tabla 13. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 8' en grieta recta.....	123
Tabla 14. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 1' en grieta recta.....	129
Tabla 15. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 2' en grieta recta.....	130
Tabla 16. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 3' en grieta recta.....	131
Tabla 17. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 4' en grieta recta.....	132
Tabla 18. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 5' en grieta recta.....	133
Tabla 19. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 6' en grieta recta.....	134
Tabla 20. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 7' en grieta recta.....	135
Tabla 21. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 8' en grieta recta.....	136
Tabla 22. Medias de diferencias porcentuales para cada porcentaje y cada posición en grieta recta.....	137
Tabla 23. Medias de diferencias porcentuales en cada modo y porcentaje en grieta recta.....	138
Tabla 24. Diferencias unitarias del eje 'Posición 1' para grieta recta.....	140
Tabla 25. Diferencias unitarias del eje 'Posición 2' para grieta recta.....	141
Tabla 26. Diferencias unitarias del eje 'Posición 3' para grieta recta.....	142
Tabla 27. Diferencias unitarias del eje 'Posición 4' para grieta recta.....	143
Tabla 28. Diferencias unitarias del eje 'Posición 5' para grieta recta.....	144
Tabla 29. Diferencias unitarias del eje 'Posición 6' para grieta recta.....	145
Tabla 30. Diferencias unitarias del eje 'Posición 7' para grieta recta.....	146

Tabla 31. Diferencias unitarias del eje 'Posición 8' para grieta recta.....	147
Tabla 32. Medias de diferencias unitarias para cada porcentaje y cada posición en grieta recta.....	148
Tabla 33. Medias de diferencias unitarias en cada modo y porcentaje en grieta recta.....	149
Tabla 34. 'Funciones', 'Pendientes' y 'R-cuadrado' de cada modo para 'Posición 1' de grieta recta.....	153
Tabla 35. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 1' en grieta circular.....	155
Tabla 36. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 2' en grieta circular.....	156
Tabla 37. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 3' en grieta circular.....	157
Tabla 38. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 4' en grieta circular.....	158
Tabla 39. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 5' en grieta circular.....	159
Tabla 40. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 6' en grieta circular.....	160
Tabla 41. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 7' en grieta circular.....	161
Tabla 42. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 8' en grieta circular.....	162
Tabla 43. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 1' en grieta circular.....	168
Tabla 44. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 2' en grieta circular.....	169
Tabla 45. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 3' en grieta circular.....	170
Tabla 46. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 4' en grieta circular.....	171
Tabla 47. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 5' en grieta circular.....	172
Tabla 48. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 6' en grieta circular.....	173
Tabla 49. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 7' en grieta circular.....	174
Tabla 50. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 8' en grieta circular.....	175
Tabla 51. Medias de diferencias porcentuales para cada porcentaje y cada posición en grieta circular.....	176
Tabla 52. Medias de diferencias porcentuales en cada modo y porcentaje en grieta circular.....	177
Tabla 53. Diferencias unitarias del eje 'Posición 1' para grieta circular.....	179
Tabla 54. Diferencias unitarias del eje 'Posición 2' para grieta circular.....	180
Tabla 55. Diferencias unitarias del eje 'Posición 3' para grieta circular.....	181
Tabla 56. Diferencias unitarias del eje 'Posición 4' para grieta circular.....	182
Tabla 57. Diferencias unitarias del eje 'Posición 5' para grieta circular.....	183
Tabla 58. Diferencias unitarias del eje 'Posición 6' para grieta circular.....	184
Tabla 59. Diferencias unitarias del eje 'Posición 7' para grieta circular.....	185
Tabla 60. Diferencias unitarias del eje 'Posición 8' para grieta circular.....	186
Tabla 61. Medias de diferencias unitarias para cada porcentaje y cada posición en grieta circular.....	187

<i>Tabla 62. Medias de diferencias unitarias en cada modo y porcentaje en grieta circular</i>	<i>188</i>
<i>Tabla 63. 'Funciones', 'Pendientes' y 'R-cuadrado' de cada modo para 'Posición 1' de grieta circular.....</i>	<i>191</i>
<i>Tabla 64. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 1.....</i>	<i>193</i>
<i>Tabla 65. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 2.....</i>	<i>194</i>
<i>Tabla 66. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 3.....</i>	<i>195</i>
<i>Tabla 67. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 4.....</i>	<i>196</i>
<i>Tabla 68. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 5.....</i>	<i>197</i>
<i>Tabla 69. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 6.....</i>	<i>198</i>
<i>Tabla 70. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 7.....</i>	<i>199</i>
<i>Tabla 71. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 8.....</i>	<i>200</i>
<i>Tabla 72. Presupuesto del personal.....</i>	<i>214</i>
<i>Tabla 73. Presupuesto de equipos.....</i>	<i>215</i>
<i>Tabla 74. Otros costes directos del proyecto.....</i>	<i>215</i>
<i>Tabla 75. Resumen total del presupuesto.....</i>	<i>216</i>



Clasificación y análisis de la evolución de la respuesta modal de un eje ferroviario con grietas.

CAPÍTULO 1. MOTIVACIÓN, OBJETIVOS Y ESTRUCTURA DEL PROYECTO.



1.1. MOTIVACIÓN.

A lo largo de los años, el crecimiento continuo de la población, la mejora de la calidad de vida, la forma de recorrer mayores espacios en menores tiempos, la seguridad en los desplazamientos y un largo etc. han puesto de manifiesto una constante búsqueda de mejoras en ahorro, rendimiento, vida útil y capacidad en infraestructuras. Una de ellas es la industria ferroviaria, encuadre hacia el cual enfocaremos el presente proyecto.



Figura 1. Tren de alta velocidad.

Cada vez, la industria ferroviaria encuentra mayores exigencias que requieren recorrer grandes distancias, mayores ahorros de tiempo, etc. con el fin de poder competir con el avance de otras tecnologías y otros medios de transporte para satisfacer la demanda de la población. Este hecho, motiva a una investigación profunda dentro de la industria ferroviaria y más concretamente de los elementos que conforman el tren, evitando fallos y aumentando cada vez más la fiabilidad, algo que repercute muy positivamente en dicha industria.

Una de las piezas que conforman y componen el tren es el eje, elemento que va a ocupar nuestro estudio. Los principales problemas ocurridos en este elemento por fallos debido a defectos repercuten de una manera catastrófica en la población, ya que este tipo de roturas provocan accidentes de gran magnitud y de gran número de fallecidos. Es por ello, un campo de estudio en el que se han centrado muchas investigaciones durante los últimos años.

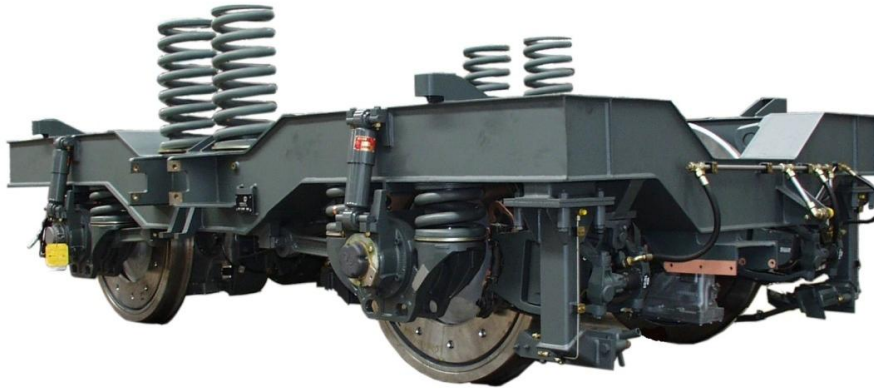


Figura 2. Bogie de un ferrocarril.

En el caso de trenes de mercancías, las investigaciones se dificultan, ya que se usan ejes macizos. Dichos ejes no posibilitan, o por lo menos dificultan en gran manera, la realización de ensayos no destructivos (en ejes huecos comúnmente se utilizan ultrasonidos). Es por este motivo, además del aumento en su uso, las catástrofes vividas a lo largo de la historia y la búsqueda, como hemos citado anteriormente, de un mejor rendimiento y mejoras en ahorro de costes y tiempos lo que provoca un crecimiento continuo en las líneas de investigación sobre los fenómenos de rotura en los ejes de este tipo de trenes.



Figura 3. Lote de ejes ferroviarios.

Dentro de estas líneas de investigación, en el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid, se viene trabajando con herramientas informáticas, sobre todo de elementos finitos, para la mejora en los conocimientos sobre este campo.

Uno de estos software denominado Creo Elements/Pro (anteriormente Pro/Engineer) es muy utilizado para realizar diversos tipos de análisis muy interesantes como análisis estáticos, análisis de comportamiento a fatiga y análisis modales. Es dentro de este último tipo de análisis donde encuadramos el presente proyecto, a través del cual y mediante una serie de posibilidades y herramientas que nos ofrece Creo Elements/Pro vamos a obtener una serie de resultados en la línea de investigación del departamento para, de una forma humilde, aportar una pequeña ayuda al trabajo realizado por la Universidad.

1.2. OBJETIVOS.

Una vez puesta de manifiesto la motivación para la realización del proyecto, fijamos el objetivo del mismo. El objetivo principal del proyecto consiste en *“el análisis modal de un eje ferroviario con grietas mediante el software Creo Elements/Pro y el estudio de la evolución de la respuesta de los primeros 40 modos de vibración”*, siguiendo la línea de estudio que está siendo llevada a cabo por el Grupo de investigación MAQLAB, del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid, cuyo objetivo es la diagnosis de fallos en los elementos mecánicos que se generan en las distintas máquinas del sector ferroviario, para así reducir el número de accidentes, catástrofes, etc.

La consecución del objetivo principal conlleva, a su vez, la superación de los siguientes objetivos:

- Efectuar el modelado realista en Creo Elements/Pro de un eje ferroviario siguiendo las pautas del plano adjunto en el anexo del proyecto.
- Generar, mediante tablas Excel, las dimensiones, tamaños y áreas de varios tipos de grietas, en diferentes posiciones del eje, para distintas formas de grietas y para varias profundidades de las mismas.
- Implementar diferentes modelos de eje ferroviario con cada una de las grietas diseñadas y calculadas anteriormente, dando lugar a una gran cantidad de modelos de eje con diferentes grietas.
- Llevar a cabo los análisis modales de los modelos de eje con grietas, para obtener los 40 primeros modos de vibración, mediante el módulo de elementos finitos del software Creo Elements/Pro.
- Almacenar y ordenar toda la información procedente de los análisis modales y procesarla mediante tablas Excel usando formatos condicionales de color para obtener diferencias porcentuales y unitarias significativas.
- Comparar los resultados y conclusiones obtenidas en el conjunto de análisis modales de las frecuencias de vibración de los primeros 40 modos con otros estudios y/o proyectos [9, 10, 11] llevados a cabo anteriormente.
- Establecer una serie de conclusiones finales que presenten de manera clara los resultados más significativos e interesantes por los cuales se ha llevado a cabo este proyecto y una serie de trabajos futuros para la continuación de esta línea de investigación.

1.3. ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO.

Vamos a diferenciar 13 capítulos dentro del proyecto. Este es un breve resumen de cada uno de ellos:

- *Capítulo 1. Motivación, objetivos y estructura del proyecto:* En este primer capítulo en el que nos encontramos explicamos una breve introducción del por qué realizamos este proyecto, cuáles son los resultados que se desean obtener y un breve resumen de los puntos importantes por los que pasaremos para poder alcanzarlos.
- *Capítulo 2. Ejes. Eje ferroviario:* Realizaremos una breve descripción de un eje, sus funciones y tipos para ya por último centrarnos en los ejes ferroviarios en estudio.
- *Capítulo 3. Vibraciones mecánicas. Método PCRT:* En el apartado más teórico del proyecto, vamos a intentar plantar unas bases referidas a las vibraciones mecánicas para que se entienda de una mejor forma lo realizado más adelante en la metodología, resultados y conclusiones.
- *Capítulo 4. El fenómeno de fatiga:* Trataremos en ese capítulo de abordar de manera teórica el fenómeno de la fatiga, su historia, sus causas y consecuencias, sobre todo enfocado a los ejes ferroviarios que tratamos en el proyecto.
- *Capítulo 5. Método de elementos finitos:* Definimos en este capítulo los aspectos referidos al método de elementos finitos como su resolución, aplicaciones y ventajas ya que es el campo donde actuará el software que vamos a utilizar.
- *Capítulo 6. Iniciarse en Creo Elements/Pro:* Daremos unas pinceladas de las características y funciones que son posibles realizar con el software, así como una breve presentación del mismo.
- *Capítulo 7. Planteamiento del problema y metodología de diseño aplicada:* Explicamos el conjunto de pasos seguidos y el procedimiento llevado a cabo para obtener los resultados y objetivos planteados en el comienzo del proyecto. Definición con detalle de características y material del eje analizado.
- *Capítulo 8. Creación del modelo y grietas en Creo Elements/Pro:* Definimos paso a paso el modelado del eje, su geometría, el mallado y la realización de grietas previa a la realización de los análisis.
- *Capítulo 9. Resultados:* Se muestran en este apartado el conjunto de resultados obtenidos a lo largo de los análisis realizados en el eje con sus consiguientes tablas y gráficas.
- *Capítulo 10. Conclusiones y trabajos futuros:* Basándonos en el capítulo de resultados anterior, analizamos las conclusiones a las que hemos llegado así como el conjunto de trabajos que se pueden realizar a continuación del presente proyecto para continuar con la línea de investigación dentro del departamento.

- *Capítulo 11. Presupuesto:* Desglose del presupuesto general necesario para llevar a cabo el proyecto.
- *Capítulo 12. Bibliografía:* Referencias a libros, documentos, otros proyectos, normas, etc. utilizados durante el proyecto.
- *Capítulo 13. Anexos:* En el último apartado presentamos el plano suministrado por el fabricante para el modelado del eje.



CAPÍTULO 2. EJES. EJE FERROVIARIO.





2.1. DEFINICIÓN.

Un eje es un ente mecánico cuya finalidad es posibilitar el movimiento de rotación en un conjunto de elementos. Es un elemento en esencia cilíndrico (aunque también puede ser cónico) y se adapta con un diámetro exterior a una cavidad con un diámetro interior. Si el eje gira se considera que es un eje solidario, mientras que si no gira se le considera un eje fijo.



Figura 4. Eje mecánico.

2.2. FUNCIONES, CARACTERÍSTICAS Y TIPOS DE EJE.

Un vehículo va a presentar siempre una disposición con ejes, que son los encargados de mantener la distancia entre los elementos rodantes y entre éstas y el chasis del vehículo. Los ejes soportarán tanto el peso propio del vehículo como el de la carga que esté transportando.

Por lo tanto, el eje es un elemento de una relevancia muy importante, que además debe cumplir alguna o todas de las siguientes funciones:

- Transmisión: El eje provoca, mediante una reacción producida en sus apoyos, un momento de fuerzas que transfiere a las ruedas para la aceleración del vehículo. Por ello, toda transmisión debe formarse por uno o más ejes.
- Guía: El eje junto con el sistema de dirección controlan el ángulo de las ruedas (normalmente en el eje delantero) induciendo el movimiento en la dirección correcta. Además el eje no permite el desplazamiento axial de las ruedas.
- Frenado: la fuerza descentrada producida por los frenos junto con la ayuda de la reacción en contra del apoyo del eje provocan la generación de un momento de fuerzas en sentido contrario a la de rotación de la rueda que provoca la deceleración del coche y la consiguiente disminución de velocidad. Otra posibilidad, generalmente con más efecto para vehículos pesados, es el freno motor a través de la transmisión.

Existen dos tipos de diferenciaciones a la hora de clasificar los ejes. Una es según la sujeción con las ruedas y otra observando los trabajos que realizan.

Según la sujeción con las ruedas se pueden clasificar en rígidos cuando están formados por barras rígidas que conectan dos ruedas a cada lado del vehículo y que pueden girar a velocidades distintas gracias al diferencial, evitando desplazamientos en las curvas. El otro tipo

se denomina eje independiente, caracterizado porque cada rueda está conectada a un eje diferente, consiguiendo mayor confort y maniobrabilidad ya que cada rueda presenta una amortiguación por separado.

Según el trabajo que realizan los ejes se pueden clasificar en libres, cuando no forman parte del sistema de transmisión y giran libremente, como los ejes traseros de automóviles con tracción delantera. Por otro lado si el eje transmite el movimiento procedente del motor se le denomina eje motriz.

2.3. EJES FERROVIARIOS.

El tipo de eje que vamos a estudiar en este proyecto como hemos indicado anteriormente es el eje ferroviario. Sobre esta pieza cilíndrica se montan las ruedas y es el encargado de soportar las cajas de grasa y los elementos de transmisión.

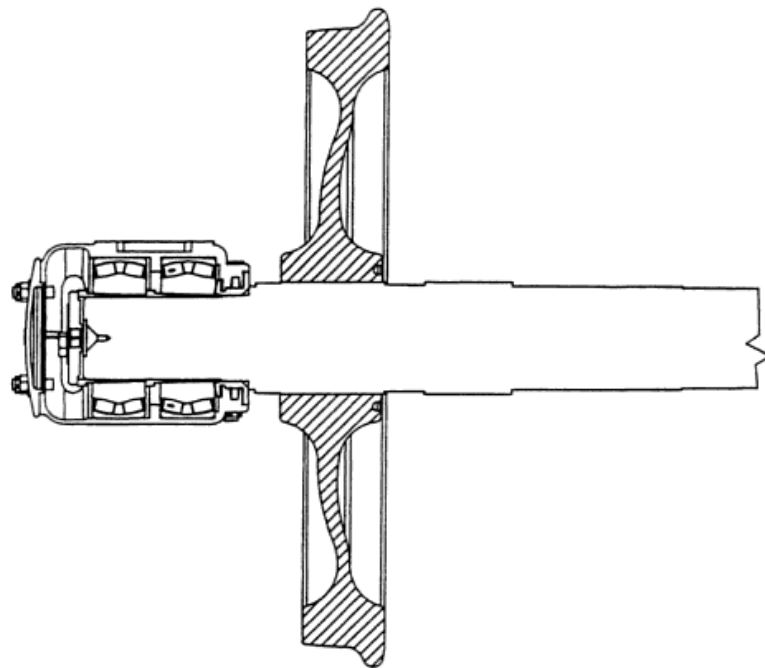


Figura 5. Eje con rueda calada y caja de grasa

Dentro de un eje ferroviario podemos distinguir tres partes importantes:

- Fuste o cuerpo del eje, que es la parte del elemento situado entre las dos ruedas.
- Sección de calado, donde van a ir calzadas las ruedas.
- Manguetas, donde se sitúan los cojinetes de las cajas de grasa, que van a soportar el peso del vehículo.

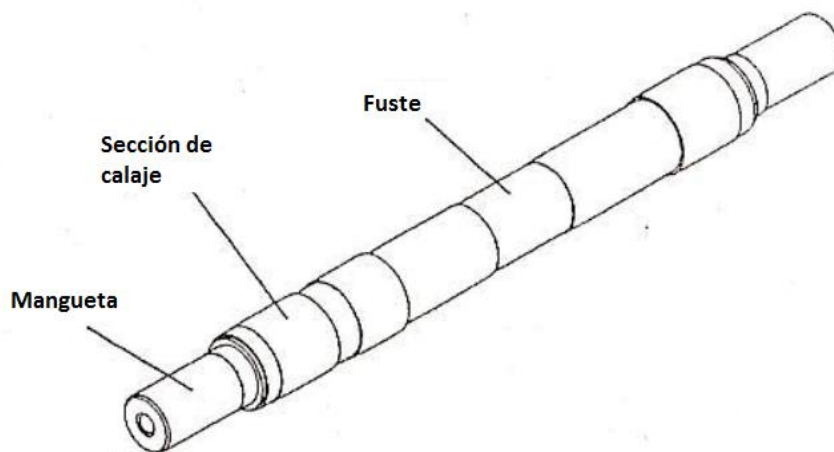


Figura 6. Diferentes partes de un eje ferroviario.

El eje, como vemos en la figura, presenta diferentes secciones, esto se debe a que las dimensiones del mismo van a variar en función de la carga a la que esté sometido. El eje está sometido tanto a esfuerzo cortante en el apoyo de la rueda como a flexión en la sección del empotramiento. Por este motivo, existen normas específicas para el diseño del mismo, con un proceso que va desde identificar las fuerzas y momentos en las secciones, diseñar en consecuencia las dimensiones de cada sección con su respectivo diámetro y comparar la tensión calculada con la máxima admisible en función del acero con el que se ha construido el eje.

Todo lo relacionado con la geometría, medidas y materiales del eje que nos ocupa va a ser descrito y definido en los apartados posteriores dentro del proyecto, ayudándonos por el plano suministrado.

2.3.1. Ejes montados.

Llamamos eje montado o calado al conjunto formado por el eje más las dos ruedas caladas en el mismo. El proceso de calado también se debe ajustar a las normas habilitadas para ello y a las especificaciones que están en vigor. Un punto importante es que el centro de gravedad del eje montado debe coincidir exactamente con el teórico, ya que de no ser así, la fuerza resultante provocaría un par que curvaría el eje y doblaría las pestañas contra el carril.



Figura 7. Eje ferroviario montado o calado.

Los ejes calados proporcionan:

- Conservar la distancia entre ruedas y entre vehículo y vía.
- Transmisión, tracción y fuerzas de frenado a los raíles.
- La dirección determinada por el movimiento dentro de la vía.

2.3.2. Diseño del eje calado.

El diseño del eje calado depende de:

- El tipo de vehículo con el que tratemos (tracción o arrastre).
- El tipo de frenos utilizados (zapata, disco en árbol o disco en rueda).
- La posición de los cojinetes respecto al árbol (interior o afuera).
- La construcción del centro de la rueda.

Existen gran variedad de diseños de calado de rueda, teniendo dos características comunes: la conexión rígida rueda-árbol y el perfil transversal de la superficie de balanceo de la rueda, llamado perfil de rueda. Éstos son algunos de los principales tipos de diseño de grupos de rueda:

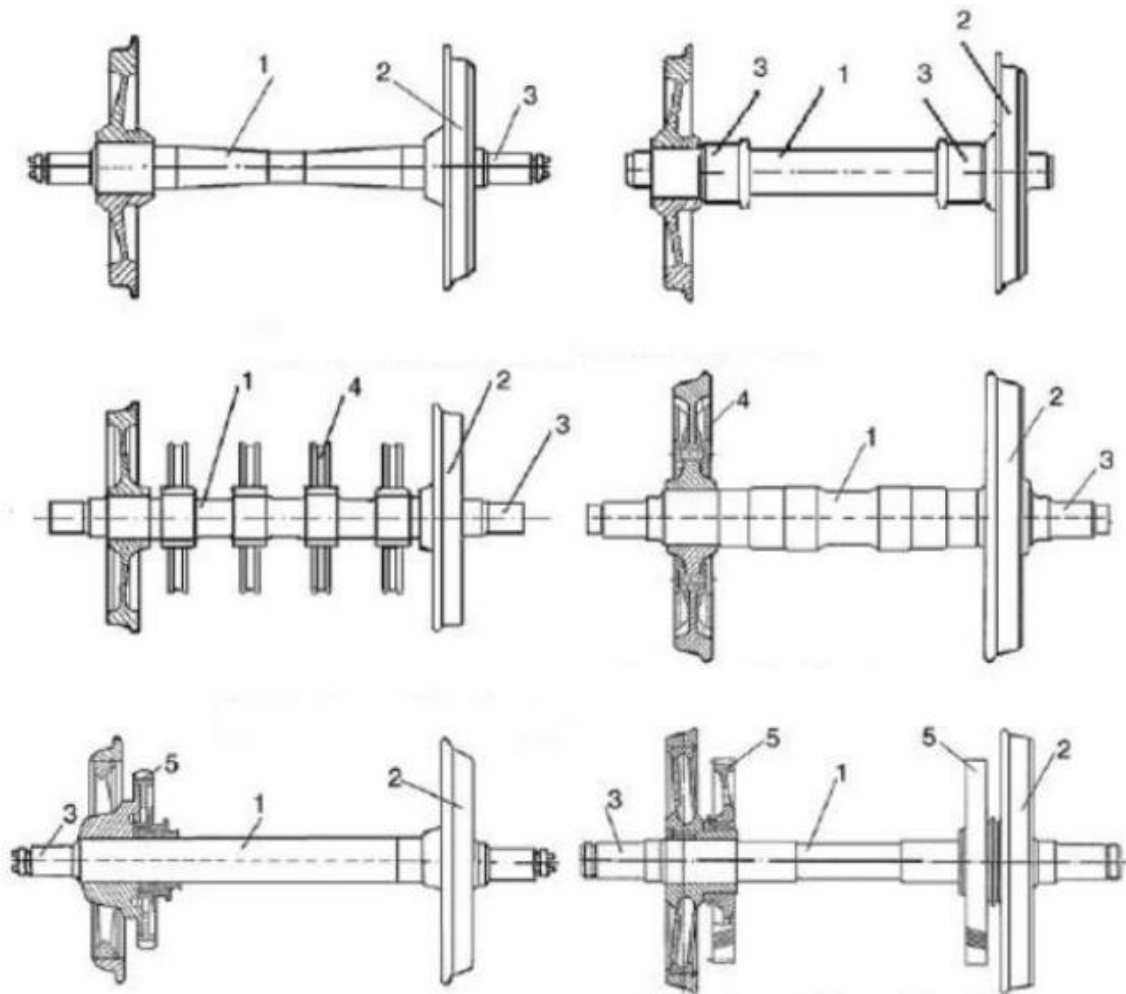


Figura 8. Diferentes tipos de diseño de grupos de rueda. Con las cajas de grasa externas e internas (fila 1), con los discos de freno en el árbol y en la rueda (fila 2) y con la posición asimétrica y simétrica de los contactos de rodadura (fila 3). 1-árbol, 2-rueda, 3-caja de grasa, 4-disco del freno, 5-contacto de rodadura.



CAPÍTULO 3. VIBRACIONES MECÁNICAS. MÉTODO PCRT.





3.1. INTRODUCCIÓN.

Una vibración mecánica es el movimiento de una partícula o cuerpo que oscila alrededor de una posición de equilibrio. La mayoría de las vibraciones en máquinas y estructuras son indeseables debido al aumento de los esfuerzos y a las pérdidas de energía que las acompañan, y en algunos casos, pueden ocasionar la rotura en determinados elementos. Por lo tanto, es necesario eliminarlas o reducirlas en el mayor grado posible mediante un diseño apropiado.

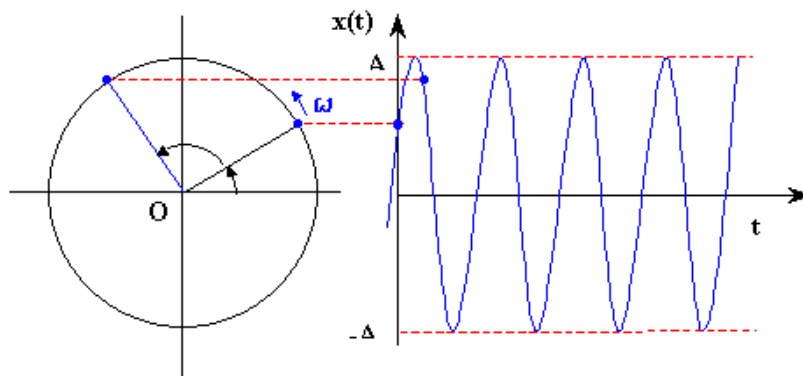


Figura 9. Representación de una vibración.

Una vibración mecánica se produce por lo general cuando un sistema se desplaza de una posición bajo la acción de fuerzas restauradoras (Ya sea fuerzas elásticas, como en el caso de una masa unida a un resorte, o fuerzas gravitacionales, dado en el caso de un péndulo). Pero el sistema por lo general alcanza su posición original con cierta velocidad adquirida que lo lleva más allá de esa posición. Puesto que el proceso puede repetirse de manera indefinida, el sistema se mantiene moviéndose de un lado a otro de su posición de equilibrio.

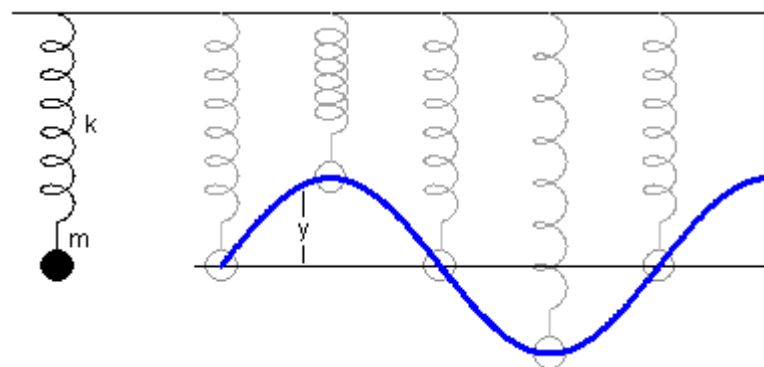


Figura 10. Vibración producida por fuerzas restauradoras.

En general, en un movimiento vibratorio, por efecto del propio funcionamiento de la máquina o elemento en estudio, se producen tres fenómenos energéticos:

- Almacenamiento de energía cinética en las masas e inercias.
- Almacenamiento de energía potencial en los elementos elásticos.
- Pérdida gradual de energía en los elementos disipativos.

El análisis de vibraciones se ha vuelto cada vez mas importante en los últimos años debido a la tendencia actual para producir máquinas de más alta velocidad y estructuras más ligeras, dedicándose a textos completos a su comprensión.

Cualquier elemento estructural sometido a cargas debe ser estudiado en controles para investigar el comportamiento de éste frente a la repetición de las cargas y así realizar un diseño más óptimo. Hay razones para esperar que esta tendencia continúe y que incluso una mayor necesidad de análisis de vibraciones surja en el futuro.

En la actualidad, la ayuda de normas, procedimientos y metodologías como el mantenimiento predictivo en el estudio de vibraciones, nos ayudan a llegar al objetivo de conseguir un buen funcionamiento en los procesos industriales y a conocer, ya que es de extrema importancia, el estado actual y futuro de una maquinaria y sus elementos.

3.2. CONCEPTOS BÁSICOS.

Para entender mejor el fenómeno de vibración definiremos un conjunto de conceptos importantes para su comprensión:

- Amplitud: distancia máxima entre el punto más alejado que puede alcanzar la partícula vibratoria y la posición de equilibrio.
- Periodo ' T ': es el mínimo tiempo que separa dos instantes en que la partícula vibratoria se encuentra exactamente en el mismo estado: misma amplitud, misma posición y misma velocidad.
- Frecuencia ' f ': por definición inversa del periodo, es una magnitud que mide el número de repeticiones por unidad de tiempo de un proceso periódico, en este caso vibratorio.
- Frecuencia natural o propia ' ω_n ': para sistemas de un grado de libertad es la frecuencia propia del movimiento armónico producido al generar un desplazamiento o velocidad inicial a un punto en equilibrio dejándole vibrar libremente sin amortiguación. Para sistemas con más grados de libertad cada modo natural de vibración poseerá la frecuencia natural asociada del movimiento armónico resultante.
- Frecuencia de excitación ' Ω ': frecuencia producida por una perturbación externa al sistema mecánico y que varía armónicamente. Un concepto importante es la relación entre la frecuencia de excitación y la frecuencia natural del sistema,

$\beta = \frac{\Omega}{\omega_n}$, sobre todo cuando coinciden ambas dando como resultado una relación unitaria. Cuando esto se produce se considera que el sistema está en resonancia, un fenómeno importante que explicaremos más adelante.

- Movimiento ondulatorio: propagación de una onda por un medio material o en el vacío, entendiendo como onda la perturbación de alguna propiedad de un medio (presión, campo eléctrico...).
- Velocidad de propagación: velocidad de desplazamiento de una onda y que está supeditada al medio por el que se produce la propagación.
- Vibración libre: aquella vibración producida en ausencia de fuerzas externas y por medio de fuerzas restauradoras.
- Vibración forzada: aquella vibración producida por fuerzas externas variables en el tiempo.
- Vibración armónica: aquella vibración simple representada por una onda senoidal a través de un vector rotatorio con velocidad angular constante.

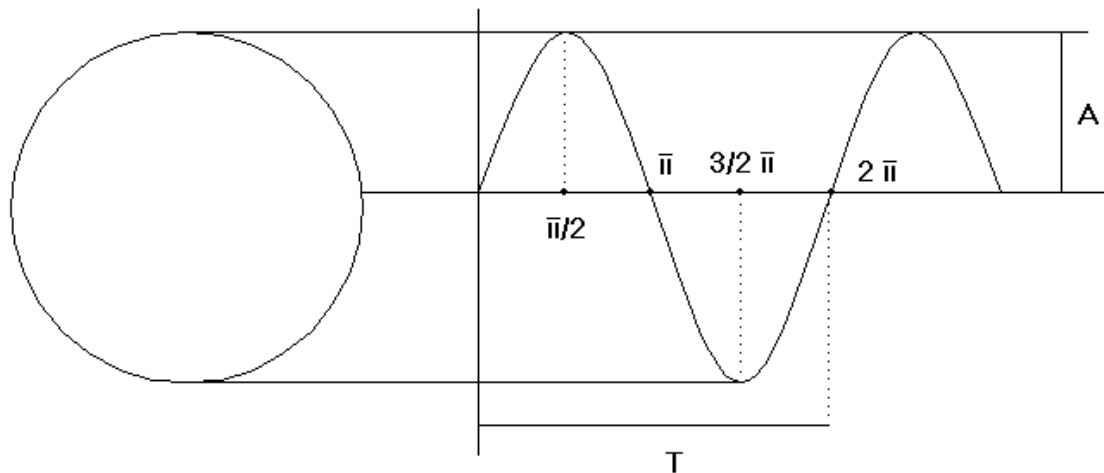


Figura 11. Representación de una onda armónica.

- Vibración periódica: aquella vibración que se repite en intervalos de tiempo iguales y todos los ciclos de vibración presentan la misma duración.

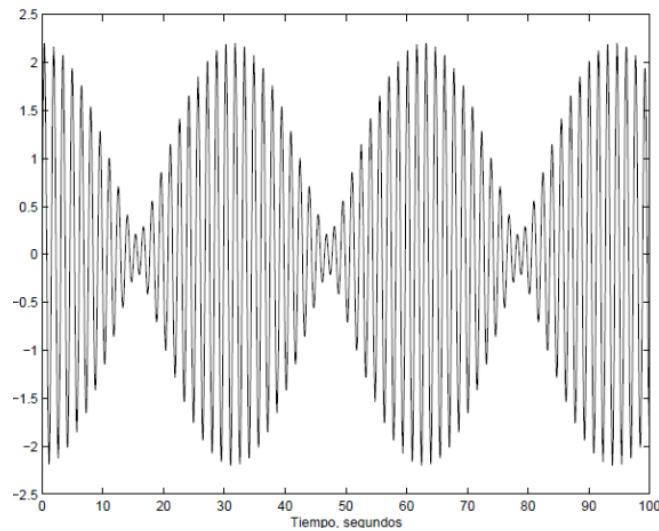


Figura 12. Representación de vibración periódica.

- Vibración aleatoria: Aquella vibración que se produce de manera errática y tiene contenidos de frecuencias en toda la banda analizada. Es decir, el espectro va a estar formado por infinitas vibraciones armónicas, cada una de las cuales caracterizada con su amplitud frecuencia y fase.

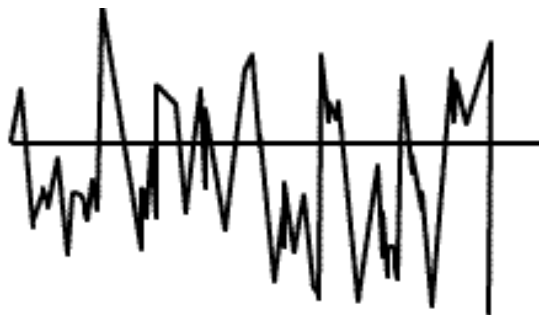


Figura 13. Representación de vibración aleatoria.

- Coeficiente de amortiguamiento ' ξ ': relación entre el amortiguamiento del sistema y el amortiguamiento crítico o aquel en el que el sistema deja de ser oscilante.

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_n}$$

- Factor de amplificación: número de veces que la amplitud de oscilación dinámica supera a la estática.

$$\frac{D}{\delta p} = \frac{1}{\sqrt{(1 - (\frac{\Omega}{\omega_n})^2)^2 + (2\xi \frac{\Omega}{\omega_n})^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}$$

3.3. ANÁLISIS MODAL.

Como hemos citado en la introducción del capítulo, las estructuras con comportamiento elástico y lineal requieren de un estudio para determinar las características vibratorias del mismo. Este estudio nos aporta la información de las frecuencias y formas naturales con las que vibra la estructura. El análisis modal es el análisis dinámico más importante, debiéndose realizar siempre antes de cualquier otro estudio, debido a que las características vibratorias de una estructura determinan como responde antes las cargas dinámicas.

Para entender mejor la relevancia del análisis modal, trataremos de explicar con un sencillo ejemplo el funcionamiento de un sistema vibratorio de un grado de libertad.

Como veremos en la siguiente figura, tenemos un carrito de masa ' m ' paralelo al suelo. Se encuentra sujeto a la pared por un muelle de rigidez ' k ' y un amortiguamiento ' c '. El amortiguador viscoso representa el amortiguamiento y el muelle la rigidez.

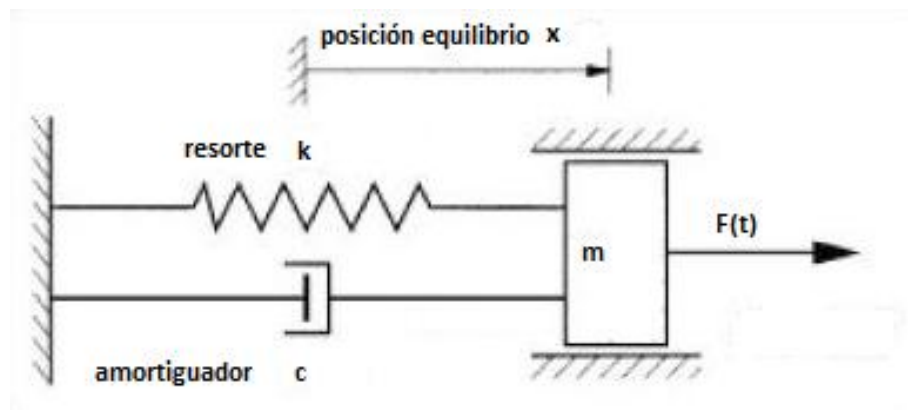


Figura 14. Esquema de un sistema vibratorio de un grado de libertad.

Si el sistema se encuentra en equilibrio y se le somete a una excitación, empezará a vibrar de una forma característica y exclusiva de dicho sistema. El estudio de la respuesta que nos presenta el sistema a la excitación nos devolverá su comportamiento modal pudiendo representarlo en un gráfico desplazamiento-frecuencia.

La forma de vibrar propia puede dar como resultado funciones no armónicas, que en cualquier caso podrán ser descompuestas en funciones armónicas gracias a la transformada de Fourier, como vemos en la siguiente imagen:

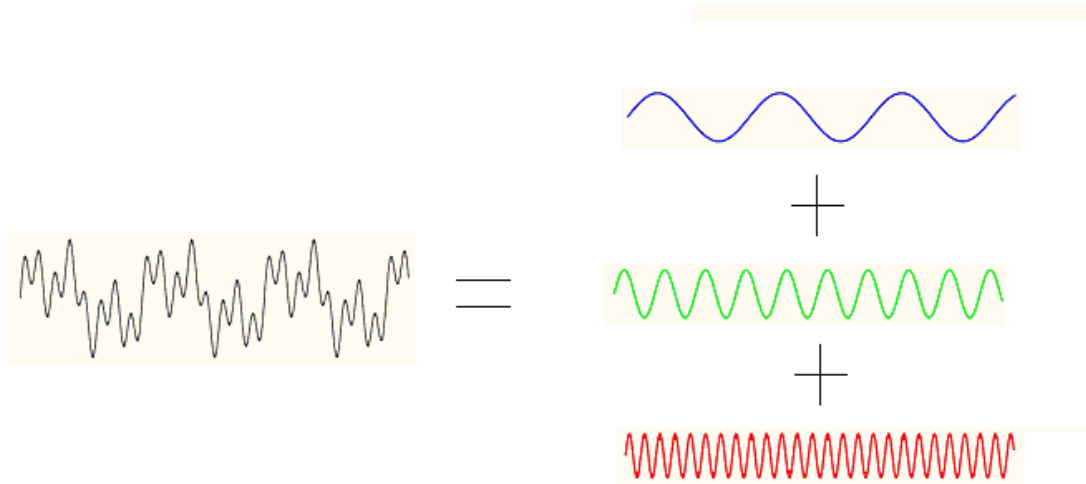


Figura 15. Descomposición de una onda por transformada de Fourier.

La vibración resultado del análisis se hace llamar vibración del sistema, siendo ' ω_n ' su frecuencia natural definida con la siguiente expresión de parámetros dinámicos:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Cada modo posee una forma y frecuencia propia de vibración, con lo que si queremos obtener todas las frecuencias naturales de cada modo de vibración tenemos que realizar esa operación en cada sistema de un grado de libertad.

Por lo tanto, si tenemos un sistema con ' n ' grados de libertad, lo deberemos descomponer en una combinación de ' n ' sistemas de un grado de libertad. Así, cada sistema va a ser una superposición de muchos sistemas de un grado de libertad, que vibrando de manera conjunta producen una combinación de modos y frecuencias naturales de vibración de sistemas de un grado de libertad.

Por ejemplo, resolviendo la ecuación diferencial del movimiento ondulatorio para obtener los modos normales de vibración de una cuerda fijada en sus extremos nos reporta las distintas frecuencias de vibración de la misma:

$$v^2 \frac{\delta^2 \psi}{\delta x^2} = \frac{\delta^2 \psi}{\delta t^2} \quad \rightarrow \quad f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{n}{2L} \quad \text{siendo } n = 1, 2, 3 \dots$$

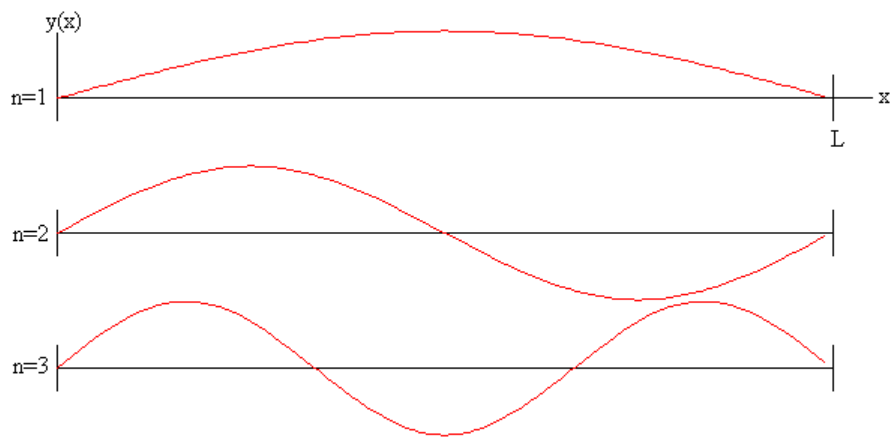


Figura 16. Modos de vibración de una cuerda fijada en sus extremos.

En sistemas unidimensionales y bidimensionales, se establecen los modos propios de vibración de una forma más o menos razonada y analítica, sin embargo, en sistemas tridimensionales el problema se complica para resolver las ecuaciones de movimiento ondulatorio.

Por ello, en el caso tridimensional, tras especificar las condiciones de contorno, debemos servirnos de un software como el que hemos utilizado en el proyecto, Creo Elements/Pro y su módulo 'Simulate', para la obtención y resolución de estas frecuencias propias en el análisis modal.

3.4. RESONANCIA MECÁNICA.

Llamamos resonancia al fenómeno que se produce cuando un cuerpo capaz de vibrar es sometido a la acción de una fuerza periódica, cuyo periodo de vibración coincide con el periodo de vibración característico de dicho cuerpo, en el cual una fuerza relativamente pequeña aplicada de forma repetida, hace que la amplitud de un sistema oscilante se haga muy grande.

En estas circunstancias el cuerpo vibra, aumentando de forma progresiva la amplitud del movimiento tras cada una de las actuaciones sucesivas de la fuerza. Este efecto puede ser incluso destructivo en algunos materiales rígidos.

La mayor parte de vibraciones en máquinas y estructuras son indeseables porque aumentan los esfuerzos y las tensiones y por las pérdidas de energía que las acompañan. Además, son fuente de desgaste de materiales, de daños por fatiga y de movimientos y ruidos molestos. Todo sistema mecánico tiene características elásticas, de amortiguamiento y de oposición al movimiento, unas de mayor o menor grado a otras, pero es debido a que los sistemas tienen esas características lo que hace que el sistema vibre cuando es sometido a una perturbación, si la perturbación tiene una frecuencia igual a la frecuencia natural del sistema, la amplitud de la respuesta puede exceder la capacidad física del mismo, ocasionando su destrucción.

El fenómeno de resonancia cobra gran importancia en el estudio de las vibraciones mecánicas. Como hemos citado, se produce cuando la frecuencia de excitación coincide con la frecuencia natural del sistema, incrementando de una forma importante el factor de amplificación y ocasionando efectos desastrosos en la estructura.

Podemos ver en la siguiente imagen lo explicado anteriormente, observando cómo varía el factor de amplificación dinámico en función de la relación de frecuencias y del coeficiente de amortiguamiento:

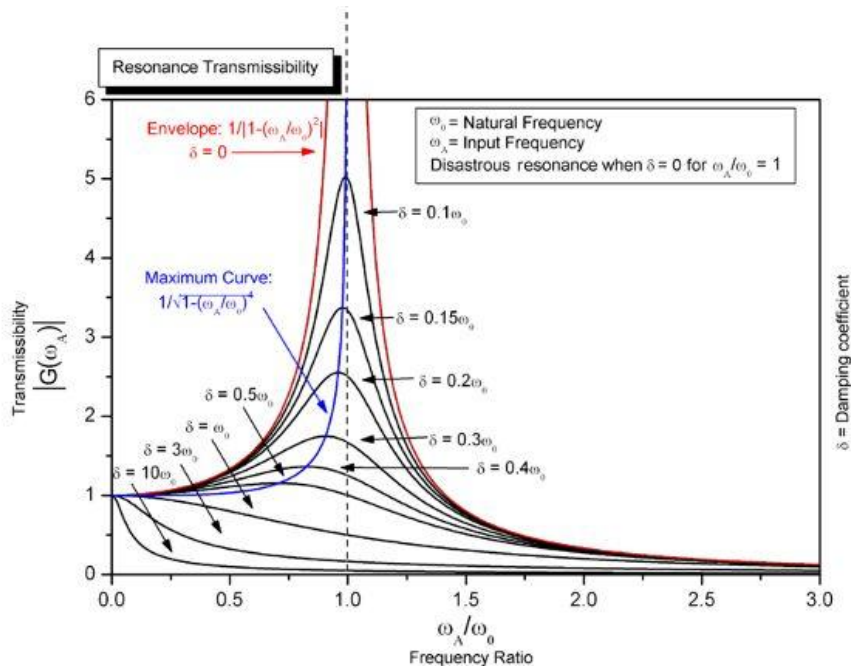


Figura 17. Representación de la resonancia en función de la relación de frecuencias.

Como estamos en un mundo sometido continuamente a fuerzas oscilantes, y estamos rodeados de estructuras elásticas tales como ventanas, puentes, edificios, etc. es factible que en muchos casos la frecuencia de las fuerzas oscilantes coincida con alguna de las frecuencias naturales de las estructuras elásticas provocando fenómenos de resonancia, como se puede observar cuando un gran número de soldados marchan dando golpes rítmicos en el suelo sobre un puente o cuando vibran los vidrios de ventanas o cristales cuando al frecuencia de un sonido coincide con alguna frecuencia natural propia de ellos.

Los sistemas elásticos sometidos a cargas estáticas están controlados ante un fallo por rotura, no así como los sometidos a cargas dinámicas, ya que es un problema en la que existen numerosas líneas de investigación en todas las ramas de la ingeniería, sobre todo en el campo que nos compete como son las vibraciones mecánicas.

Un punto de inflexión en la forma de entender el problema de los efectos vibratorios y sus perjuicios en sus estados de resonancia fue el día de la caída y la catástrofe del puente de Tacoma Narrows.

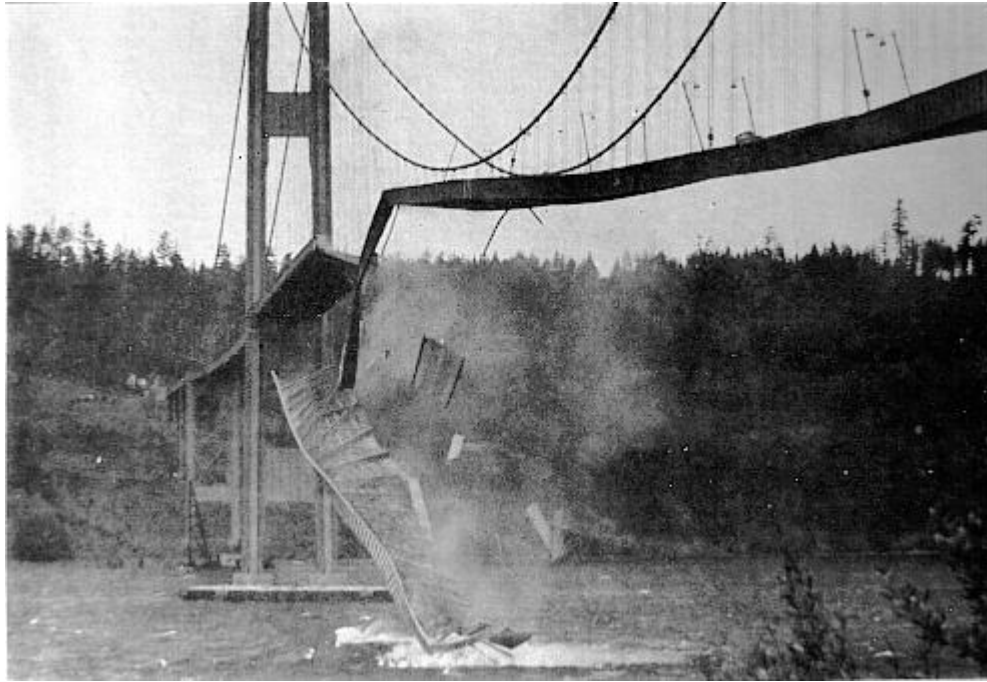


Figura 18. Colapso del puente de Tacoma Narrows en 1940.

La espectacular destrucción del puente es a menudo utilizada como elemento de reflexión y aprendizaje en cuanto a la necesidad de considerar los efectos de resonancia en la concepción de estructuras. Sin embargo el efecto que causó la destrucción del puente no debe ser confundido con resonancia forzada (como el ejemplo del movimiento periódico inducido por un grupo de soldados que desfilan a través del puente). En el caso del puente de Tacoma Narrows, no existió una perturbación periódica, sino que el evento solo puede ser comprendido si se consideran acoplados los sistemas estructurales y aerodinámicos lo cual requiere un riguroso análisis matemático para descubrir todos los grados de libertad de esta estructura en particular y el conjunto de cargas impuestas sobre ella.

Aunque el puente no se derrumbara por efecto de resonancia forzada, la creencia de que aquella fue la causa y la necesidad de seguridad ante catástrofes de tal magnitud cambió el modo de pensar respecto al problema de las vibraciones para los ingenieros, ya que la metodología de diseño se modificó y las vibraciones comenzaron a ser tenidas en cuenta de una forma muy relevante.

También es importante decir que no todas las vibraciones mecánicas tiene efectos nocivos o negativos, si no que en determinadas ocasiones y de forma controlado son de gran utilidad en numerosos procesos industriales. Se denominan 'buenas vibraciones' y tienen aplicación, como hemos citado, en diversos campos como el transporte de material por bandas vibratorias, pulido de materiales, centrifugado en procesos de separación de materiales, etc.

3.5. ESTADO DEL ARTE.

Como hemos dicho el desarrollo en la investigación del fenómeno de resonancia ha ido en gran aumento, siendo muchas las técnicas estudiadas para la obtención de las frecuencias naturales, con el objetivo de evitar que éstas coincidan con las frecuencias excitadoras de las condiciones de operación.

Por ello, se han empleado técnicas basadas en la resonancia para detectar problemas en estructuras, como la rotura de elementos por fatiga (tema que trataremos en el siguiente capítulo).

3.5.1. Process Compensated Resonance Testing (PCRT).

Se han utilizado diferentes tipos de ensayos basados en la resonancia para detectar defectos desde hace más de cien años.

Los fundamentos de los ensayos modernos basados en la resonancia se empezaron a desarrollar a finales de los años ochenta. Por aquel entonces surge la técnica PCRT.

PCRT es una técnica o tipo de ensayo no destructivo basada en software analítico y en electroscopía de resonancia que es desarrollada y apoyada por empresas influyentes de muchos sectores de la ingeniería y por la Unión Europea.

El Process Compensated Resonance Testing (PCRT) es aplicable a piezas metálicas y cerámicas y está basado en el uso de la resonancia mecánica, la utilización del proceso de compensación en un entorno real de fabricación más allá que en condiciones de laboratorio, la realización de medidas precisas de las frecuencias y la compensación de efectos de temperatura que pudieran afectar a la precisión del estudio de las frecuencias.



Figura 19. Eje ferroviario sometido a ensayo PCRT.

El uso primario al que estaba orientada era al control de calidad en la fabricación de componentes para vehículos, aunque posteriormente se fue implementando en otros sectores como la fabricación aeronáutica y actividades como inspección y mantenimiento, además de ser ampliamente desarrollada por el proyecto WIDEM (Wheel Set Integrated Design and Effective Maintenance) en el sector ferroviario que estamos tratando en este proyecto.

Como sabemos, cada vez que una estructura mecánica cambia, se produce una variación en su comportamiento modal, pudiendo cambiar varias frecuencias propias o modos de vibración. Esto queda patente cuando se produce un hueco, grieta, inclusión, etc. afectando de diversa manera al sistema y provocando, en general, una disminución de las frecuencias naturales, ya que la estructura pasa a ser menos rígida por el fallo.

Las técnicas de ensayo no destructivo de la actualidad como radiografías, ultrasonidos, líquidos penetrantes, etc. identifican piezas defectuosas y resaltan indicios presentes en la estructura de una pieza a lo largo de su vida útil. Uno de los problemas de estas técnicas es que el tamaño aparente del indicio del defecto no es buen indicador de si el defecto es en realidad importante de cara al funcionamiento de la pieza en servicio, por lo que mediante estos métodos se pueden considerar piezas defectuosas aquellas que en realidad podrían ser utilizadas sin problema, con los costes que ello acarrea y más aún en piezas críticas que deben ser sustituidas al menor indicio de daño.

Un ejemplo es el análisis de frecuencias propias mediante espectroscopía, utilizado durante décadas y que, sin embargo, no detecta eficazmente el inicio del fenómeno de fatiga al carecer de suficiente resolución.

Por el contrario, la tecnología PCRT encuentra cambios estructurales relevantes mediante el estudio de la variación de las frecuencias propias de un elemento mecánico. Su objetivo es permitir discriminar aquellas piezas que tienen defectos y que podrían tener un fallo prematuro en servicio.

Por ello, el uso de técnicas PCRT suponen un gran avance respecto a determinadas pruebas de ensayo no destructivo, ya que si son capaces de detectar el comienzo del fenómeno de fatiga antes de que aparezca el inicio de la grieta y evitar que la pieza a estudio funcione con un fallo extendido que podría provocar fatales consecuencias.

Su funcionamiento distingue entre hardware, que se ocupa de las mediciones de las frecuencias y software que estudia el patrón de resonancia para determinar la integridad estructural del componente estudiado, pudiendo resaltar la aparición de grietas o defectos por la producción de cambios en las frecuencias modales.

El sistema PCRT utiliza un transductor que se encarga de excitar mediante una vibración sinusoidal al elemento en un rango de frecuencias que abarca desde unos hertzios hasta alrededor de 5 MHz, en función de las propiedades y tamaño del material del componente, mientras que por otro lado, dos transductores más reciben la respuesta modal del elemento ocasionada por la excitación anterior. Lo podemos observar en la siguiente figura:

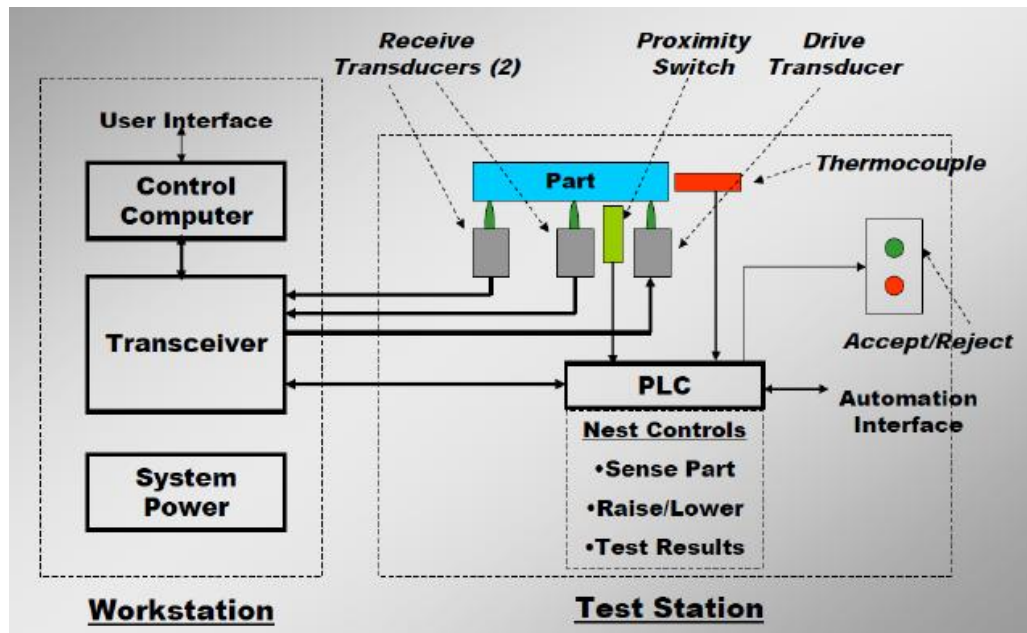


Figura 20. Esquema de un sistema PCRT.

Los costes procedentes de las técnicas PCRT son relativamente menores comparado con otros tipos de ensayos, siempre y cuando el tamaño de las series lo justifiquen (normalmente apropiado para series grandes), ya que el tiempo usado en la inspección de piezas unitarias es de segundos mientras que para conjuntos completos no excede de unos minutos. Por otro lado, permite un mejor aprovechamiento a la hora de la sustitución de piezas defectuosas y que pudieran continuar siendo utilizadas. A todo ello podemos añadir que es posible evitar la necesidad de un técnico, con el consiguiente ahorro económico, ya que el software determina casi en tiempo real si la pieza se encuentra dañada o no.

3.5.2. Estudio de fatiga por sistema PCRT.

Hemos querido incluir dos estudios orientativos dentro del presente capítulo.

Un estudio hecho por la empresa 'Vibrant' en el año 2006 mediante un sistema PCRT para observar como varía el espectro de frecuencias a medida que aumenta el número de ciclos de trabajo de un componente.

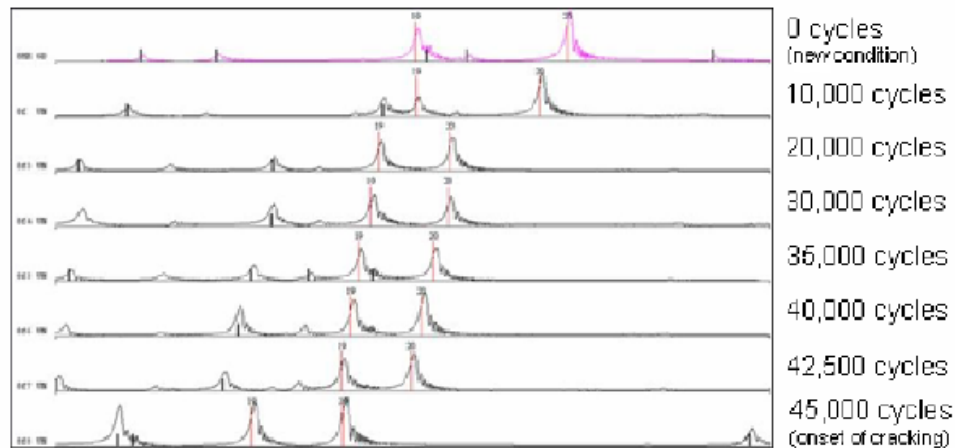


Figura 21. Cambio en las frecuencias propias con el aumento de los ciclos.

Como podemos ver en la figura, el inicio de grieta se detectó a partir de 45000 ciclos, aunque lo importante es que podemos observar cómo se produce un cambio en las frecuencias de una manera lenta y progresiva, mostrando variantes de diferentes picos de resonancia a medida que se acumulan los ciclos.

El otro estudio de interés que hemos querido incluir es uno realizado por la empresa italiana 'Luchinni' en la que nos muestra el análisis modal de un eje ferroviario, por lo tanto de interés en el actual proyecto, en una banda frecuencial de 8000 a 9500 Hz.

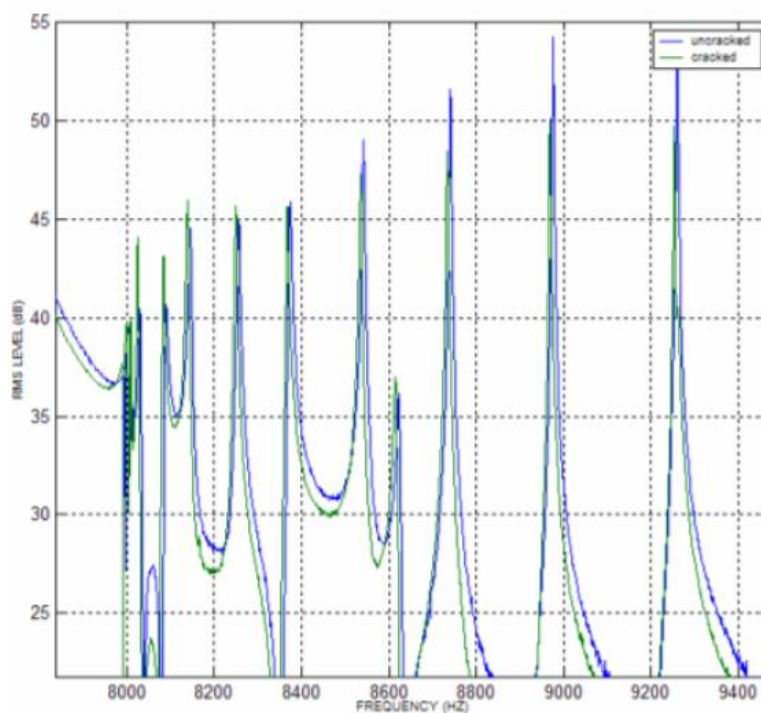


Figura 22. Estudio de un eje ferroviario mediante PCRT en una banda de frecuencia de 8000 a 9500 Hz.

En la figura podemos ver como los valores de los picos de las frecuencias naturales obtenidas en ese rango para el eje agrietado (en color verde) se encuentran adelantados con respecto a los picos de las frecuencias naturales para un eje nuevo (en color azul), y por lo tanto, las frecuencias propias del eje con fallo son menores que las del eje nuevo.

Por tanto, los estudios demuestran que el sistema PCRT puede ser fiable para estudiar el espectro de frecuencias que precede al inicio de grietas.

El objetivo de nuestro proyecto, es continuar en esta línea de investigación, dando más fiabilidad a los estudios de frecuencias propias en análisis de fallo por fatiga. Intentaremos continuar en la dirección propuesta por el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid para conseguir aportar algún avance en el sector ferroviario, intentando evitar fallos que provoquen desastres económicos y humanos.



CAPÍTULO 4. EL FENÓMENO DE FATIGA.



4.1 INTRODUCCIÓN.

En la vida real se observa que repetidos ciclos de carga y descarga, que pueden producirse debido a diversos factores como fenómenos mecánicos, fluctuaciones de temperatura, ambientes corrosivos, etc., debilitan las piezas a lo largo del tiempo. Estas cargas, cuando se producen, pueden llevar a la aparición de pequeñas grietas en los materiales que, generalmente, se producen en la superficie progresando a través de material pudiendo ocasionar la fractura. Este fenómeno es conocido como fallo por fatiga, responsable de más de la mitad de los fallos en componentes mecánicos, incluso cuando las cargas producidas están considerablemente por debajo de la tensión de rotura estática e incluso del límite elástico del material.

Es por esta característica última y la rotura repentina lo que provoca que este tipo de fallo sea más peligroso que el fallo estático, provocando que su estudio sea de vital importancia en el diseño de componentes, con un objetivo que será el conocimiento del tiempo o vida que la pieza va a ser capaz de trabajar sin que se produzca el fallo.

Este fenómeno fue conocido durante el siglo XIX y se ha focalizado en él gran parte de los estudios sobre mecánica, ya que es un problema grave con dificultades para ser resuelto debido a la incertidumbre respecto a la predicción de la duración del crecimiento de una grieta ocasionada por fatiga y a la gran cantidad de factores, en ocasiones no demasiado investigados, que influyen en el proceso. Aun así, en la actualidad las técnicas han mejorado y las estimaciones de los ingenieros se acercan en gran medida a la realidad y al conocimiento certero del tiempo de vida útil de los componentes mecánicos. Esto se debe a los avances tecnológicos, pasando de un estudio mediante la teoría clásica de la fatiga en los primeros años a potentes software de simulación en la actualidad, que modelan de una forma casi exacta los sistemas mecánicos estudiados.

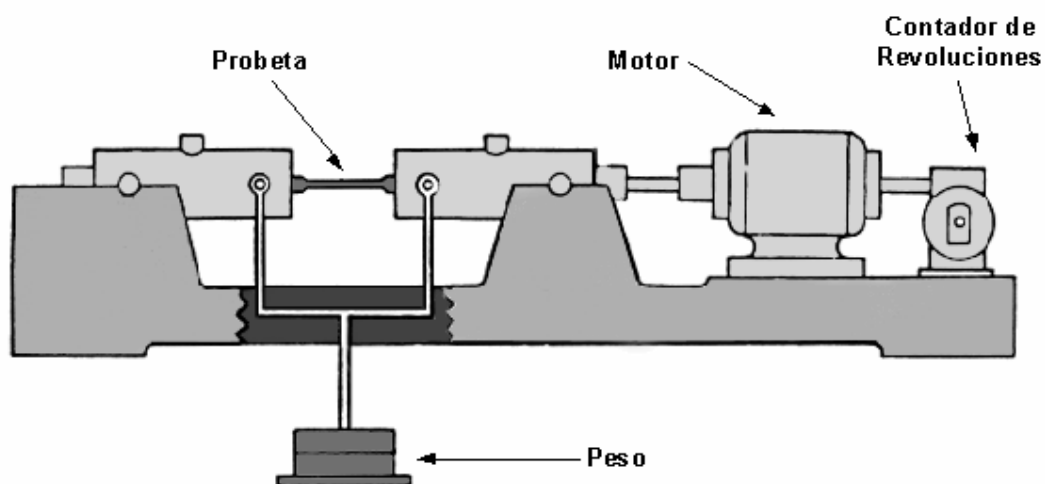


Figura 23. Máquina de probeta rotatoria para ensayo a fatiga.

La aleatoriedad es una característica fundamental para entender este fenómeno. Las propiedades de un material son de naturaleza aleatoria y dos elementos de un mismo material

no van a comportarse de igual manera ante el crecimiento de una grieta. Por otro lado, las cargas, rara vez van a ser de amplitud constante, siendo la mayoría de las ocasiones de amplitud variable ocasionando un carácter aleatorio. Con esto, se hace imprescindible un historial de cargas en el que quede patente la evolución de las mismas a lo largo del tiempo y en el que quede de manifiesto que dos historias de carga diferentes obtendrán tiempos de vida útil distintos.

Este historial o registro de carga se aplica y utiliza en la simulación o ensayos para el análisis de la vida a fatiga en un componente, debido a que presentan una longitud finita. Estos registros también son uno de los factores característicos en la variabilidad de la vida del crecimiento de las grietas por fatiga, siendo de gran importancia su determinación, acotación y magnitud.

Por último en esta introducción podemos citar que existen ejemplos de fallo por fatiga en multitud componentes: máquinas rotativas, tornillos, alas de aviones, productos de consumo, ruedas de ferrocarril, plataformas marítimas, barcos, vehículos y puentes.

4.2. HISTORIA DEL FENÓMENO DE FATIGA.

Aun siendo conocido desde la antigüedad sin una definición formal, el fenómeno de fatiga obtuvo gran importancia a partir de la Revolución Industrial en el siglo XIX, debido a que es un fenómeno fundamentalmente presente en los metales. En esta época se observó como produciendo cargas dinámicas por debajo de las cargas estáticas se podía producir la rotura del material, lo que hizo que se comenzara a realizar un exhaustivo estudio del fenómeno.

4.2.1. Siglo XIX.

El fenómeno de fatiga fue descubierto a principios del siglo XIX con el avance de la maquinaria y los vehículos de transporte. Los primeros trabajos relacionados con la fatiga son obra de Wilhelm Albert, un ingeniero de minas alemán que en 1829 realizó ensayos sometiendo a cargas y descargas sucesivas a eslabones de cadenas de elevadores. Sin embargo, el término “fatiga” para denominar a este tipo de fenómenos de fallo de materiales debido a cargas repetidas fue introducido por Jean-Victor Poncelet en 1839.

El interés en el estudio del fenómeno comenzó a crecer con el aumento de uso de estructuras férreas, particularmente puentes de ferrocarril. El primer estudio en fatiga de metales se inició en 1842 a raíz de un accidente de ferrocarril ocurrido en Versalles (Francia), el 8 de mayo de 1842, cuando un tren sobrecargado de pasajeros procedente de Versalles descarriló muriendo entre 150 y 180.



Figura 24. Cuadro accidente de ferrocarril en Versailles.

El tren era arrastrado por dos locomotoras: la de la cabeza tenía sólo dos ejes acoplados y pesaba poco mientras que la segunda, más potente y de más peso, era de tres ejes acoplados. Los mecánicos y maquinistas no consiguieron ajustar las fuerzas de las dos locomotoras y en una vía sin pendiente la segunda locomotora, empujando a la primera, la sometió a esfuerzos tan importantes que dieron como resultado la rotura de un eje y el descarrilamiento de la máquina. La segunda locomotora acabó subiéndose sobre la primera y los coches quedaron empotrados en un amasijo de hierros y madera junto a las dos máquinas produciendo el primer desastre ferroviario de la historia de Francia y uno de los primeros en todo el Mundo.

Ya en 1843, W.J.M. Rankine, ingeniero británico que más tarde sería famoso por sus contribuciones a la ingeniería mecánica, reconoció las características distintivas de la fractura por fatiga e hizo notar el peligro de los concentradores de tensión (cambios de sección, ranuras, taladros, chavetas...) en los componentes de máquinas.

La British Institution of Mechanical Engineers comenzó a estudiar la llamada teoría de cristalización, que atribuía la rotura por fatiga a que se producía una cristalización de los metales debido a las vibraciones de los elementos en servicio. Esta primera explicación surgió debido al aspecto cristalino de la superficie de fractura.

Los primeros estudios sistemáticos sobre el fenómeno de la fatiga se deben a August Wöhler, ingeniero de ferrocarriles alemán, quien realizó entre 1852 y 1870 gran cantidad de ensayos de flexión rotativa sobre ejes de ferrocarril. Observó que la resistencia de los ejes de acero sometidos a cargas cíclicas era apreciablemente menor que su resistencia estática. Su trabajo permitió la caracterización del comportamiento a fatiga en base a las curvas de amplitud de tensiones frente a número de ciclos de carga hasta la rotura. Estas curvas, conocidas como curvas S-N o curvas de Wöhler (curvas que relaciona el nivel de tensión alternativa pura con el número de ciclos hasta rotura de una probeta), que posteriormente explicaremos y que son una herramienta fundamental en el estudio de los fenómenos de

fatiga. Wöhler también estableció el concepto de límite de fatiga al comprobar que las aleaciones de hierro parecían tener un límite de tensión por debajo del cual no se producía la rotura por muy grande que fuera el número de ciclos.

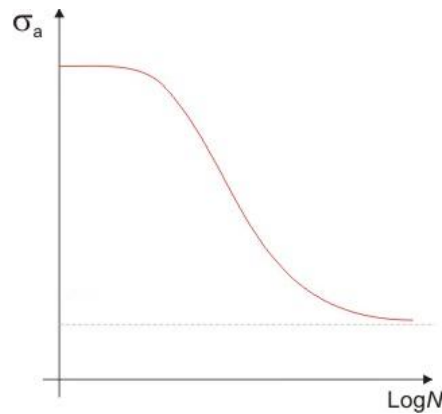


Figura 25. Curva de Wöhler.

En 1874, el ingeniero alemán H. Gerber comenzó a desarrollar métodos para el diseño a fatiga, contribución que incluyó el desarrollo de métodos para el cálculo de la vida a fatiga para diferentes niveles medios de la tensión cíclica. Problemas similares fueron abordados por Goodman (1899) y Soderberg.

Bauschinger, ya en 1886, confirma muchos de los resultados obtenidos anteriormente por Wöhler.

4.2.2. Siglo XX.

A principios de siglo Ewing y Humfrey (1903) utilizaron el microscopio óptico y observaron la formación de líneas y bandas de deslizamiento que desembocaban en la formación de micro grietas en el material. Se descartó entonces la vieja teoría de la cristalización del material.

Durante la primera mitad del siglo XX se obtuvieron gran cantidad de datos experimentales relacionando la resistencia a fatiga con factores tales como la geometría y tamaño de las piezas, condiciones ambientales, acabado superficial, estructura metalográfica, etcétera. Las investigaciones en este periodo permitieron el desarrollo de los modelos de daño acumulado para predecir el fallo por fatiga (Palmgren, 1924; Miner, 1945).

La idea de que las deformaciones plásticas son las responsables del daño en el material fue establecida por Coffin y Manson, quienes en la década de los 60 propusieron una relación empírica entre el número de inversiones de carga hasta rotura y la amplitud de la deformación plástica. La denominada relación Coffin-Manson es el método de caracterización de fatiga basado en las deformaciones más ampliamente utilizado.

A pesar de que desde principios de siglo, con los estudios de Ewing y Humfrey, se conocía que el fenómeno se debía a la formación y crecimiento lento de grietas, no estaba

suficientemente desarrollada la herramienta matemática necesaria para cuantificar modelos de fallo por fatiga.

En 1910, el norteamericano Bastin plantea una ecuación, en la forma del logaritmo de la tensión frente al logaritmo del número de ciclos, para la zona de vida finita observada por Wöhler. La ecuación que se utiliza hoy en día proviene de aquellos planteamientos.

El análisis de tensiones de Inglis (1913) y el concepto energético de Griffith (1921) aportaron el tratamiento cuantitativo de la fractura frágil. No obstante, estas ideas no pudieron ser aplicadas directamente para caracterizar el fallo por fatiga en los materiales metálicos.

A mediados de los años 20, Hanson y Gough apuntaron una hipótesis a este aspecto de la fatiga de los materiales férricos, considerando que se produce un fenómeno de endurecimiento por deformación de tal modo que, para niveles bajos de la tensión de fatiga, es capaz de frenar la propagación de las microgrietas originadas por el deslizamiento cristalino.

Un avance en esta dirección vino con los estudios de Irwin (1957) quien mostró que la amplitud de la singularidad en tensiones delante de una grieta podía ser expresada en términos de una cantidad conocida como factor de intensidad de tensiones, K . Con el desarrollo de la mecánica de la fractura elástica lineal se intentó caracterizar el crecimiento de las grietas de fatiga también en términos del factor de intensidad de tensiones.

Paris y Erdogan fueron los primeros en sugerir que el incremento de longitud de grieta por ciclo, da/dN , podía relacionarse con el rango del factor de intensidad de tensiones, ΔK , bajo cargas de amplitud constante.

La mayor aportación de la mecánica de la fractura elástica lineal es que el factor de intensidad de tensiones, determinado por las tensiones remotas aplicadas y las dimensiones geométricas del componente agrietado, basta para caracterizar la propagación de la grieta. Este método no requiere un detallado conocimiento de los mecanismos de fractura por fatiga.

Con la aplicación de los conceptos de mecánica de fractura al fallo por fatiga, tomaron un interés creciente el estudio de los mecanismos de crecimiento subcrítico de grieta. Modelos conceptuales y cuantitativos fueron desarrollados para obtener la resistencia de los materiales al crecimiento de grietas.

Junto con estos estudios, creció el interés por comprender el proceso por el que el factor de intensidad de tensiones podía verse alterado con el avance de la grieta. Una importante contribución en esta dirección vino de los resultados experimentales de Elber (1970) que mostraron que la grieta puede permanecer cerrada incluso cuando está sometida a tensiones cíclicas de tracción debido a la plastificación producida en el borde de la grieta.

Este resultado también implica que la velocidad de crecimiento de grieta debería venir determinada no por el valor nominal del rango del factor de intensidad de tensiones sino por un valor efectivo que tuviese en cuenta el cierre. Investigaciones adicionales sugieren que el cierre de grieta puede ser inducido por otros factores mecánicos, microestructurales y ambientales.

4.2.3. Actualidad.

En las últimas décadas, con el desarrollo y creación de máquinas más sofisticadas, comienza la realización de ensayos con cargas complejas (amplitud variable). Durante el crecimiento de una grieta con cargas de amplitud variable se produce lo que se denomina efecto de secuencia o de interacción debido a la irregularidad de la carga. Dicho efecto fue puesto de manifiesto en la década de los 60. Diversos trabajos experimentales demostraron que la aplicación de una sobrecarga origina una velocidad de crecimiento en los ciclos posteriores a ella mucho menor que la producida si no existe sobrecarga.

Hoy en día las investigaciones realizadas son muy numerosas. La disponibilidad de máquinas cada vez más complejas, de técnicas de medición más precisas –y por tanto con capacidad de detección de grietas cada vez más pequeñas–, la aplicación de la Mecánica de Fractura, tanto elástica lineal como elasto-plástica, así como un mejor conocimiento del gradiente de tensiones y deformaciones en el fondo de la entalla, entre otros, han permitido un gran desarrollo en el cálculo de la vida a fatiga de elementos mecánicos y un aumento de la fiabilidad de los mismos.

Sin embargo, a pesar de todas las investigaciones llevadas a cabo a lo largo de más de siglo y medio, aún no se posee un conocimiento completo del fenómeno de la fatiga de los metales, aun sabiendo que la teoría del deslizamiento parece ser la más adecuada para interpretar las fases iniciales de la fatiga de un material. La gran cantidad de datos disponibles para materiales férricos (y algunos otros materiales metálicos) ha permitido desarrollar “procedimientos de cálculo” razonablemente bien comprobados por multitud de diseños. Estos procedimientos permiten diseñar piezas para una duración dada cuando están sometidas a un estado de tensiones variables conocido. Por otro lado, la teoría de la fractura por fatiga permite predecir, entre otras cosas, el crecimiento de la grieta con los ciclos de carga. Es por ello por lo que los métodos tradicionales de cálculo junto con la teoría de la fractura por fatiga proporcionan una sólida base para el diseño de sistemas estructurales metálicos.

4.3. FUNDAMENTOS DE LA FATIGA.

Como hemos citado en la introducción, cualquier componente sometido a esfuerzos de amplitud variable en el tiempo pueden sufrir riesgo de fractura con tensiones mucho menores que las que soportaría en estado estático. El análisis del fenómeno de fatiga es tan importante y tan crítico en el diseño mecánico, debido a que la mayoría de los componentes estructurales mecánicos están sometidos a este tipo de solicitaciones. Nos centraremos en estudiar el fenómeno en materiales metálicos, que son más propensos y característicos a sufrirlo y por centrarnos en el tipo de material con el que se construirá el eje que posteriormente analizaremos y será objeto de investigación. Un componente sufrirá un fallo por fatiga tras estar sometido a una serie de ciclos de carga, importando además la forma de éstos, es decir, su amplitud y la intensidad o magnitud.

4.3.1. Fases de propagación de grietas.

Por norma general, el inicio se produce en la superficie libre, aunque en ocasiones en algunos materiales el inicio se puede dar en el interior. Las grietas por fatiga que se producen en un componente mecánico presentan normalmente tres etapas: etapa de iniciación, etapa de propagación estable y etapa final de propagación acelerada y rotura.

- **Iniciación:** Una o más grietas se desarrollan en el material debido a que se producen deformaciones plásticas por las cargas alternas en los granos más próximos a la superficie donde las fluctuaciones de tensión son más elevadas. Una sucesión de deformaciones y oxidaciones en granos de diferentes planos sucesivos provocan microgrietas que se agravan dando lugar a la formación de la grieta. En general las grietas ocurren alrededor de alguna fuente de concentración de tensión y pueden aparecer por muchas razones: imperfecciones en la estructura microscópica del material, ralladuras, arañazos, muescas y entallas causados por las herramientas de fabricación o medios de manipulación. En materiales frágiles el inicio de grieta puede producirse por defectos del material (poros e inclusiones) y discontinuidades geométricas.
- **Propagación:** Alguna o todas las grietas crecen por efecto de las cargas en dirección perpendicular al esfuerzo, ya que es la dirección más propensa por requerir menor trabajo para propagarse. Además, las grietas generalmente son finas y de difícil detección, aun cuando se encuentren próximas a producir la rotura de la pieza.
- **Rotura:** La pieza continúa deteriorándose, ya que las grietas siguen creciendo y avanzando por cizalladura quedando tan reducida la sección neta de la pieza que es incapaz de resistir la carga desde un punto de vista estático produciéndose la rotura por fatiga de una manera repentina. Durante esta etapa la velocidad de crecimiento y propagación es muy grande y el número de ciclos en ella apenas cuenta en la vida total de la pieza.

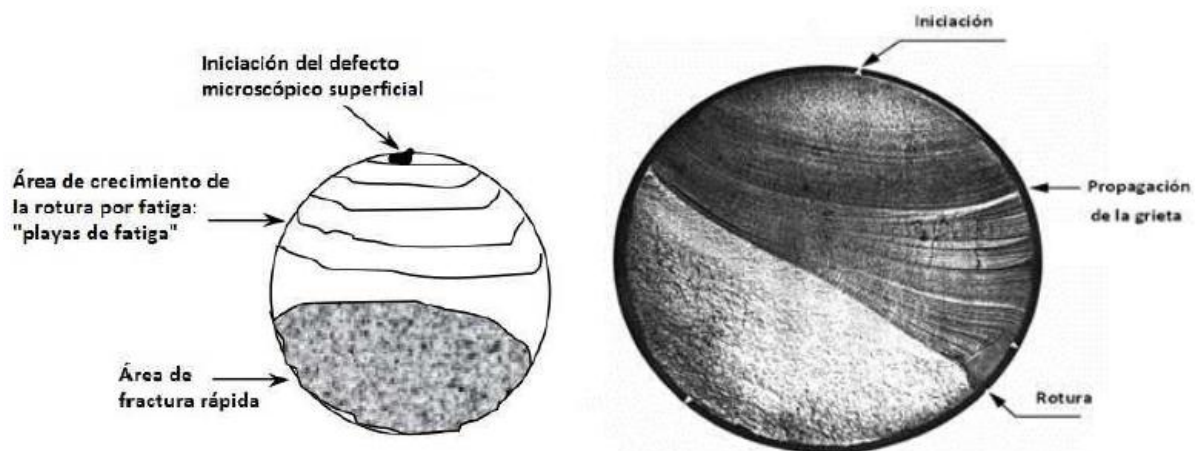


Figura 26. Fases en la propagación de grieta por fatiga en un eje.

La duración de cada una de las etapas descritas anteriormente puede variar considerablemente en función del tipo de material, carga aplicada, geometría, temperatura e irregularidades.

4.3.2. Características de la rotura por fatiga.

Es evidente que el origen de la rotura por fatiga es un punto de concentración de tensiones en la superficie de rotura. La apariencia de la superficie de fractura de un elemento por fatiga, muchas veces aporta información sobre las condiciones de trabajo y de la rotura del mismo. Para ello hay que observar la superficie de rotura, en la que se suelen distinguir tres partes más o menos diferenciadas. También se puede distinguir las denominadas playas (crecimiento de la grieta con los ciclos de carga) que se presentan juntas en el comienzo de la rotura y más separadas en la zona donde se da la rotura final de forma frágil.

Como vamos a ver en la siguiente figura, las tres zonas diferenciadas en la superficie de rotura se caracterizan por:

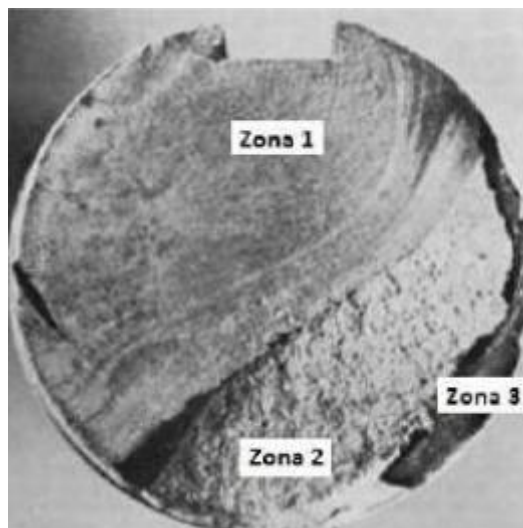


Figura 27. Zonas en una rotura por fatiga.

- Zona 1: normalmente la zona que presenta mayor sección. Representa estados de propagación de la grieta inicial que se ha propagado de forma lenta, fuente de concentración de tensiones. De aspecto fundamentalmente liso, dependiendo de la naturaleza del material se observan mejor las playas, en ocasiones distinguiéndose la propagación ciclo a ciclo.
- Zona 2: Representa la zona de propagación de la grieta, con una velocidad de crecimiento mayor y en ocasiones cubre casi el resto de la sección que no ha cubierto la zona de la etapa 1. Presenta un aspecto rugoso e irregular característico.
- Zona 3: representa la zona donde se produce la fractura final, debido a que la sección no soporta la carga de una manera estática. Si la rotura tiene aspecto

cristalino el material será frágil, mientras que si su aspecto es fibroso el material será dúctil.

4.3.3. Diagrama S-N.

El análisis de fatiga estructural es una herramienta para evaluar la validez de un diseño, o su durabilidad, bajo condiciones de carga simples o complejas conocidas como cargas de servicio.

Los estudios estructurales no predicen los fallos por fatiga, sino que intentan calcular la respuesta de un diseño sujeto a un entorno específico de cargas y restricciones. Si los resultados de desplazamientos y tensiones están por debajo de un cierto nivel admisible se puede concluir que el diseño es seguro en ese entorno de sollicitaciones con independencia de cuantas veces se aplique la carga.

Los resultados de los estudios estructurales (estáticos y dinámicos, lineales y no lineales) se usan como los datos básicos de partida para definir el estudio de fatiga. El nº de ciclos requeridos para que el fallo por fatiga ocurra en un punto depende del material y de la fluctuación de las tensiones. Esta información, para ciertos tipos de materiales férricos, nos la proporciona la llamada curva S-N, curva de fatiga o curva de Wöhler.

Para poder estudiar el fenómeno de fatiga se diseñó un ensayo en el cual se sometía a una probeta de sección circular a un esfuerzo de flexión fijo y se ponía la probeta a girar. Así, realizando ese ensayo múltiples veces modificando el esfuerzo de flexión se obtenía el número de ciclos que duraba la probeta obteniendo el diagrama S-N.

Este diagrama representa la duración de la probeta en número de ciclos hasta rotura, N , para la máxima tensión aplicada.

Para materiales férricos existen tres zonas claramente diferenciadas en la curva S-N representada de forma logarítmica:

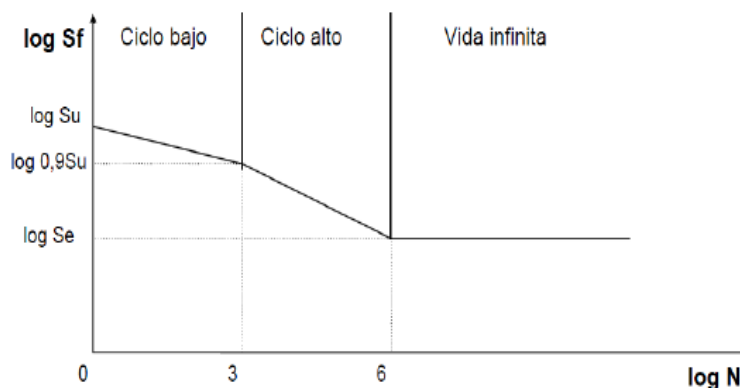


Figura 28. Diagrama S-N.

Podemos ver que existe un valor de tensión por debajo de la cual la duración de la probeta es infinita y no rompe, llamándose a este punto límite de fatiga de la viga rotatoria o límite de fatiga sin corregir S_e' .

También observamos que existe una duración de la probeta por encima de la cual no se romperá, punto que está aproximadamente alrededor de 10^6 ciclos para aceros.

En la zona de vida finita diferenciamos una primera tendencia entre 1 y 10^3 ciclos en el que el valor de la tensión para rotura se reduce de manera leve. Estamos en la zona de fatiga de ciclo bajo, en la que el material se comporta casi de la misma manera que como a cargas estáticas aunque reduce un poco su resistencia.

La segunda tendencia dentro de la zona de vida finita se encuentra aproximadamente entre 10^3 y 10^6 ciclos y es llamada zona de fatiga de ciclo alto. En esta zona, existe una reducción mucho más sensible con la duración y el material se comporta de manera diferente a como lo hace frente a cargas estáticas.

El diagrama de fatiga de un material muestra la resistencia a fatiga del mismo para cada duración.

Por regla general, la línea horizontal del diagrama S-N para vida infinita en metales no ferrosos y aleaciones presenta una pendiente ligeramente negativa, lo que nos muestra que estos materiales no presenten límite de fatiga.

El criterio usado si se carece de datos experimentales para ese límite es:

- Hierros y aceros forjados:

$$S_e' = 0,5 S_{ut} \quad S_{ut} \leq 1400 \text{ MPa}$$

$$S_e' = 700 \text{ MPa} \quad S_{ut} \geq 1400 \text{ MPa}$$

- Aceros colados.

$$S_e' = 0,45 S_{ut} \quad S_{ut} \leq 600 \text{ MPa}$$

$$S_e' = 275 \text{ MPa} \quad S_{ut} \geq 600 \text{ MPa}$$

Estos valores sirven para condiciones indicadas en los protocolos de ensayos normalizados, utilizando probetas estudiadas, construidas con detalle y específicas para esos ensayos además de un especial control de las condiciones ambientales.

Por ello, para un elemento mecánico cualquiera en el que se quiera estudiar el fenómeno de fatiga, se deben usar una serie de factores modificativos con el fin de ajustar el comportamiento de estos elementos al de las probetas en los ensayos.

Esta serie de factores modificativos se conocen como factores de Marin, dando lugar a la siguiente ecuación:

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f \cdot S_e'$$

Siendo:

K_a = Factor de acabado superficial, importante porque se puede comprobar que acabados superficiales peores reducen el límite de fatiga.

K_b = Factor de tamaño, ya que por tendencia general, cuanto mayor es el diámetro menos es el límite de fatiga.

K_c =Factor de confiabilidad, que permite diseñar un elemento mecánico con una vida determinada con una probabilidad correspondiente.

K_d =Factor de temperatura, ya que se sabe que la temperatura modifica las propiedades mecánicas de un material además de las distintas resistencias.

K_e =Factor de concentración de tensiones, debido a que un gran número de elementos mecánicos con agujeros, ranuras, chavetas, muescas u otras clases de discontinuidades alteran la distribución del esfuerzo.

K_f =Factor de efectos diversos, usado para modificar el límite de fatiga en función de otras características que pueden afectarlo como efectos residuales, características direccionales, efectos de tratamiento superficial, corrosión, etc.

El resultado de la aplicación de estos factores es el límite de fatiga corregido, definido como el valor de tensión alternante máxima que permite conseguir una vida infinita del mismo en condiciones de funcionamiento.

Este capítulo teórico del proyecto es importante para entender el fenómeno del fallo por fatiga y la creación de grietas por fatiga que será utilizado como concepto en capítulos posteriores, aunque el objetivo del proyecto no es realizar un estudio a fatiga si no un estudio modal del eje ferroviario, por lo que no se profundizará más en el amplio campo asociado a este fenómeno de fatiga.

4.4. ESTADO DEL ARTE.

En el tema de seguridad en la industria ferroviaria, los fallos por fatiga de un eje ferroviario y su posterior rotura son de capital importancia debido a que provocan en la inmensa mayoría de los casos un descarrilamiento del vehículo, lo que va asociado a efectos catastróficos en relación a la mortalidad humana.



Figura 29. Descarrilamiento de un tren en Toronto.

Los fallos por fatiga en ejes ferroviarios son, por suerte, una situación cada vez menos común. Como hemos dicho el estudio de los ejes en esta industria es clave, ya que es un elemento sometido a una cantidad elevada de ciclos de carga en rotación, algo que, como hemos visto en este capítulo, es un factor importante en el fallo por fatiga.

La disponibilidad de máquinas cada vez más preparadas y precisas, nuevas técnicas de detección de grietas o nuevas técnicas de medición han posibilitado un gran avance en este sector, aunque es importante destacar que a pesar de ello no se posee un conocimiento completo del fenómeno de la fatiga en materiales.

El accidente de Viareggio, en el norte de Italia, en el que se produjo la muerte de al menos 24 personas además de decenas de heridos debido a la rotura de uno de los ejes del tren y el posterior descarrilamiento, demuestra la importancia y la necesidad de aumentar las investigaciones en la dirección de conseguir el objetivo de cero fallos en servicio.



Figura 30. Estado de la vía tras el accidente de Viareggio.



CAPÍTULO 5. MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.





5.1. INTRODUCCIÓN.

El método de los elementos finitos (MEF) es un método numérico general utilizado para resolver problemas en ingeniería y física matemática mediante la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales. Se aplica a elementos con geometrías complejas sometidos a un sistema de cargas y que, por lo general, resulta muy complejo obtener una solución exacta de forma analítica.

Es requisito básico que las ecuaciones constitutivas y ecuaciones de evolución temporal del problema a considerar sean conocidas de antemano, con lo que el proceso nos lleva a aplicar unas hipótesis para simplificar el modelo que puede influir en la precisión del resultado final.

Para obtener estas soluciones numéricas aproximadas sobre un cuerpo, estructura o dominio, el MEF realiza una discretización. Llamamos discretización a la transformación de un sistema continuo en otro equivalente formado por un número elevado de subdominios (elementos finitos) de geometría simple, interconectados entre sí en puntos comunes, líneas de contorno o superficies.

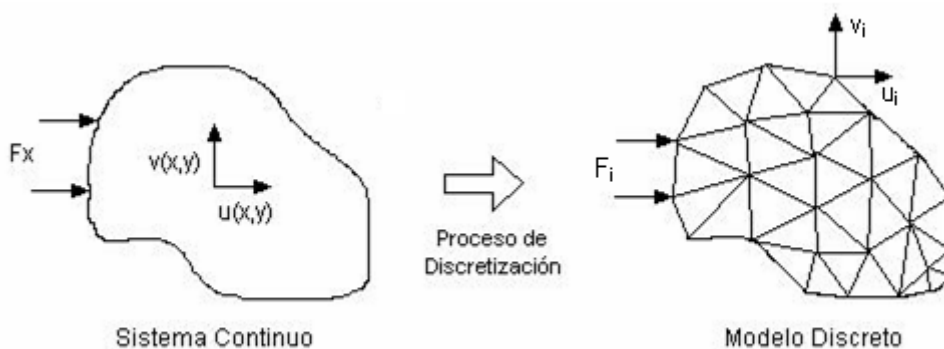


Figura 31. Discretización de un sistema continuo.

Con esta discretización, se simplifica el problema, aplicando el conjunto de ecuaciones de las leyes físicas a cada elemento finito para posteriormente combinar todos en un sistema de ecuaciones y obtener la solución total de forma iterativa. La precisión de la solución va a depender del número de elementos discretos en que dividamos el modelo continuo.

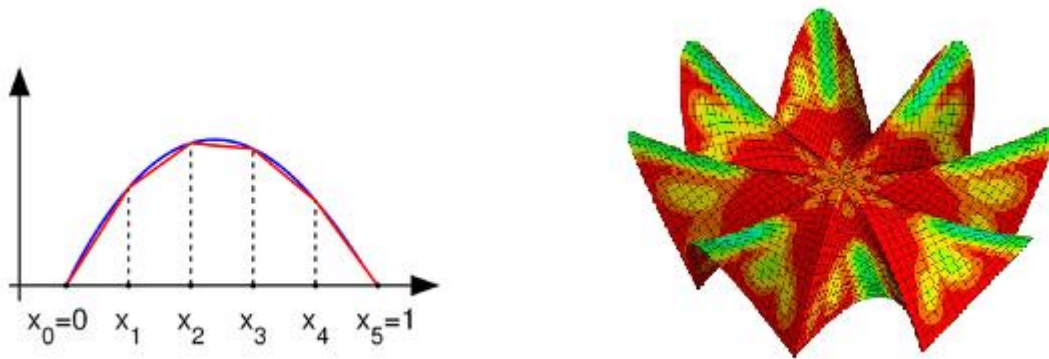


Figura 32. Ejemplo de discretización en elementos finitos.

Dentro de cada subdominio o elemento existen una serie de puntos representativos llamados 'nodos'. Dos nodos son adyacentes si pertenecen al mismo elemento finito, además de que, un nodo sobre la frontera de un elemento finito puede pertenecer a varios elementos.

Al conjunto de nodos considerando sus relaciones de adyacencia se llama 'malla'. La generación de la malla se realiza usualmente con programas especiales llamados generadores de mallas previamente al comienzo de la solución del problema.



Figura 33. Diferencia entre sistema real y sistema de elementos finitos.

La solución de problemas estructurales suele basarse en la determinación de los desplazamientos de cada nodo y, posteriormente, a través de relaciones cinemáticas y constitutivas obtener las deformaciones y tensiones dentro de cada elemento. Debido a que es un cálculo complejo y con el fin de agilizarlo, el MEF ha requerido la aplicación de planteamientos matriciales apoyados en ordenadores y computadores y en procedimientos para ellos, con lo que el avance y desarrollo de estos en cuanto a tecnología ha sido de gran ayuda.

La variedad de problemas a los que puede aplicarse ha crecido enormemente. Se usa en el diseño y mejora de productos y aplicaciones industriales, así como en la simulación de sistemas físicos y biológicos complejos y se ha convertido en un elemento clave e indispensable en la tecnología, modelización y simulación de sistemas de ingeniería avanzada como la vivienda, transportes, comunicaciones, etc.

Por último, es importante reseñar, que el método de elementos finitos permite al diseñador detectar los problemas relacionados con tensiones, vibraciones, temperaturas, etc. en el transcurso del proceso, con lo que permite que sea capaz de realizar cambios antes de la construcción de un posible prototipo. Así, se consigue un modelo del prototipo mucho más fiable, reduciendo el número de ellos necesarios para llegar al producto final con el ahorro en tiempo y costes que eso implica.

5.1.1. Componentes básicos en un modelo MEF.

5.1.1.1. Nodo.

Como hemos citado en el anterior punto, un nodo es un punto de unión entre dos o más elementos dentro de la malla en la que se divide el modelo a estudiar. Cada nodo ocupa una posición en el espacio y presenta unas coordenadas determinadas donde se definen sus grados de libertad. Estos grados de libertad ponen de manifiesto los movimientos que el nodo puede sufrir cuando se somete a una carga a la estructura, así como las fuerzas y momentos que pasan de un elemento al siguiente.

Los grados de libertad, que dependen de cada tipo de elemento, ponen de manifiesto también las fuerzas y restricciones que se transmite, de modo que fuerzas axiales y cortantes equivalen a un grado de traslación mientras que un momento equivale a un grado de rotación.

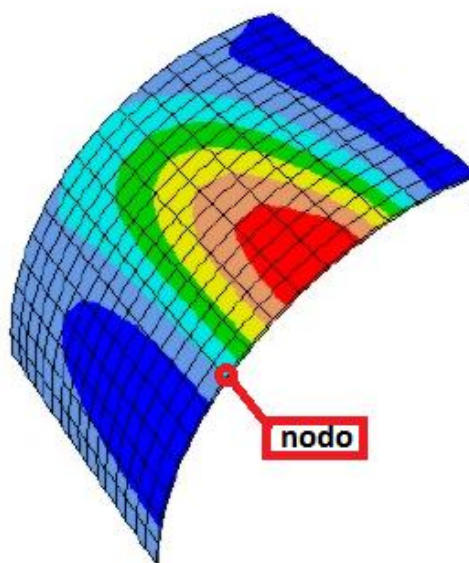


Figura 34. Representación de un nodo.

5.1.1.2. Elemento.

El elemento es el componente constructivo fundamental para el análisis por elementos finitos. Es el encargado de establecer la relación matemática existente entre los grados de libertad de dos nodos adyacentes.

Existen varios tipos de elementos, para los cuales, su elección dependerá del tipo de modelo que vaya a estudiarse en el análisis por elementos finitos. Los tipos de elementos más importantes son:

- Viga: usado para análisis de modelos principalmente esbeltos para dos y tres dimensiones. Van a ser representados solo con una dimensión, la longitud.

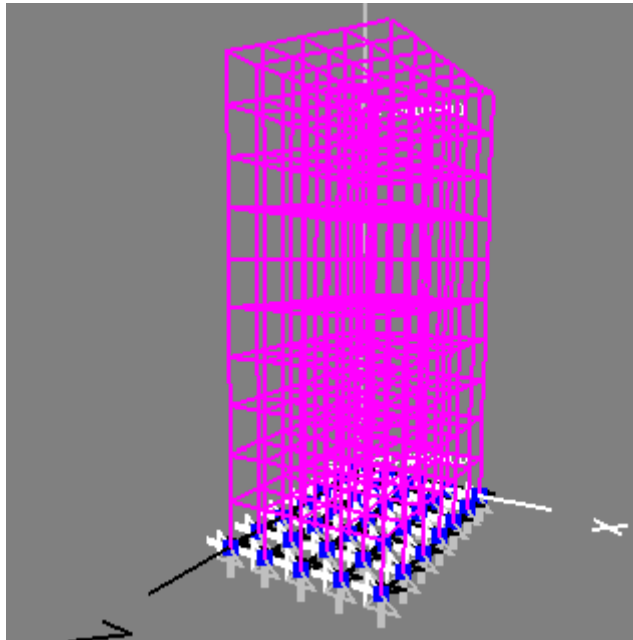


Figura 35. Elemento tipo viga con mallado.

- Placa: usado para modelos con espesor delgado, en el que se supone que la tensión varía de forma lineal con el espesor.

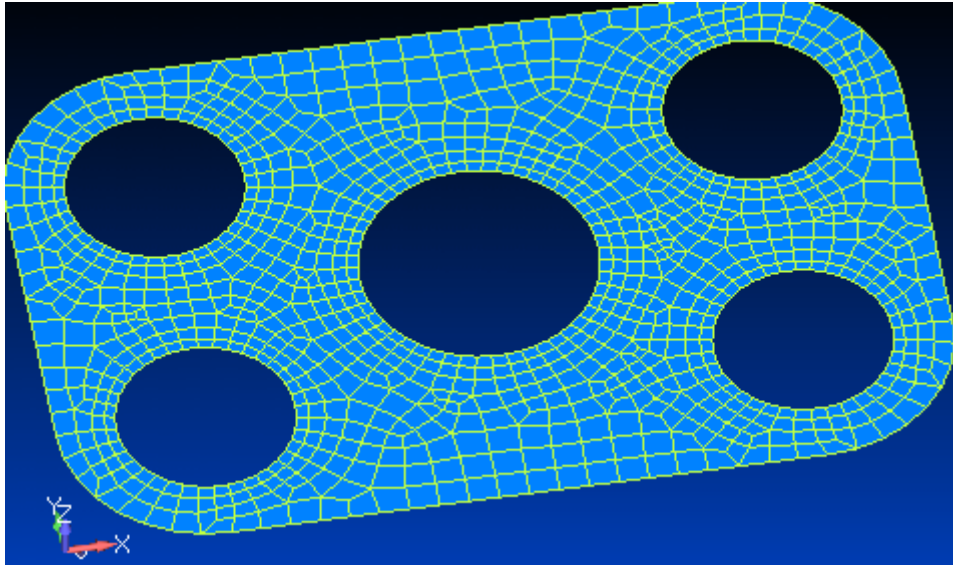


Figura 36. Elemento de tipo placa con mallado.

- Sólido: es el elemento más general y que va a depender a su vez de la forma del objeto o modelo a estudiar en el MEF: bloque, tetraedro, hexaedro, etc.

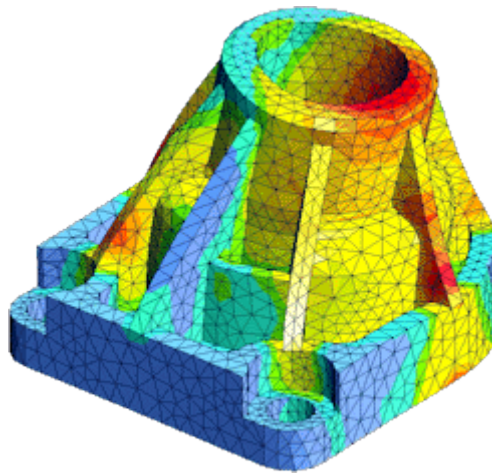


Figura 37. Elemento tipo sólido con mallado.

5.2. MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

En este apartado vamos a ver las distintas fases en las que se estructura un análisis de un problema mediante un método de elementos finitos. Las tareas de programación necesarias para llevar a cabo un cálculo mediante MEF se dividen en:

- Preproceso: dentro de esta fase se encuentran una serie de pasos como son:

- Definición de la geometría: se realiza un dibujo en 2D o 3D de la pieza que va a ser objeto de estudio. Para ello los programas de MEF suelen presentar una herramienta CAD integrada.
 - Asignación de propiedades físicas de los materiales y otras propiedades: definición de las propiedades mecánicas, térmicas, eléctricas, etc. de los materiales utilizados en los objetos generados en el apartado de geometría. Los programas MEF cuentan con una biblioteca o base de datos con una relación de materiales para facilitar el proceso de asignación de estas propiedades.
 - Condiciones de contorno: en este paso se asignarán las propiedades de contorno al modelo como pueden ser restricciones, temperaturas exteriores, etc.
 - Disposición de las cargas: tanto fuerzas puntuales, fuerzas distribuidas, presiones, generaciones de calor, etc.
 - Generación de la malla: como hemos indicado en otros apartados, la pieza en estudio se divide en un subconjunto de elementos donde se van a resolver las ecuaciones de campo. Todos estos elementos en su conjunto reciben el nombre de mallado. Los programas MEF suelen presentar la posibilidad de realizar un mallado por defecto o un mallado de detalle, particularizando con un número mayor de nodos aquellas partes o zonas del objeto de estudio que lo necesiten. El mallado, como veremos más adelante en el proyecto, es un elemento clave en la precisión de los resultados, aunque debe establecerse una relación exactitud/tiempo de cálculo para optimizar el proceso.
- Cálculo: es el resultado del preproceso. En un problema simple lineal no-dependiente del tiempo, permite generar un conjunto de N ecuaciones y N incógnitas, que puede ser resuelto con cualquier algoritmo para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Cuando el problema a tratar es un problema no-lineal o un problema dependiente del tiempo a veces el cálculo consiste en una sucesión finita de sistemas de N ecuaciones y N incógnitas que deben resolverse mediante iteración uno a continuación de otro, y cuya entrada depende del resultado del paso anterior.
- Postproceso: una vez que el cálculo proporciona valores en el conjunto de funciones en los nodos de la malla que define la discretización, en la parte del postproceso se calculan magnitudes derivadas de los valores obtenidos para los nodos, y en ocasiones se aplican operaciones de suavizado, interpolación e incluso determinación de errores de aproximación. Una vez realizado este paso, es posible analizar los resultados obtenidos y sacar conclusiones.

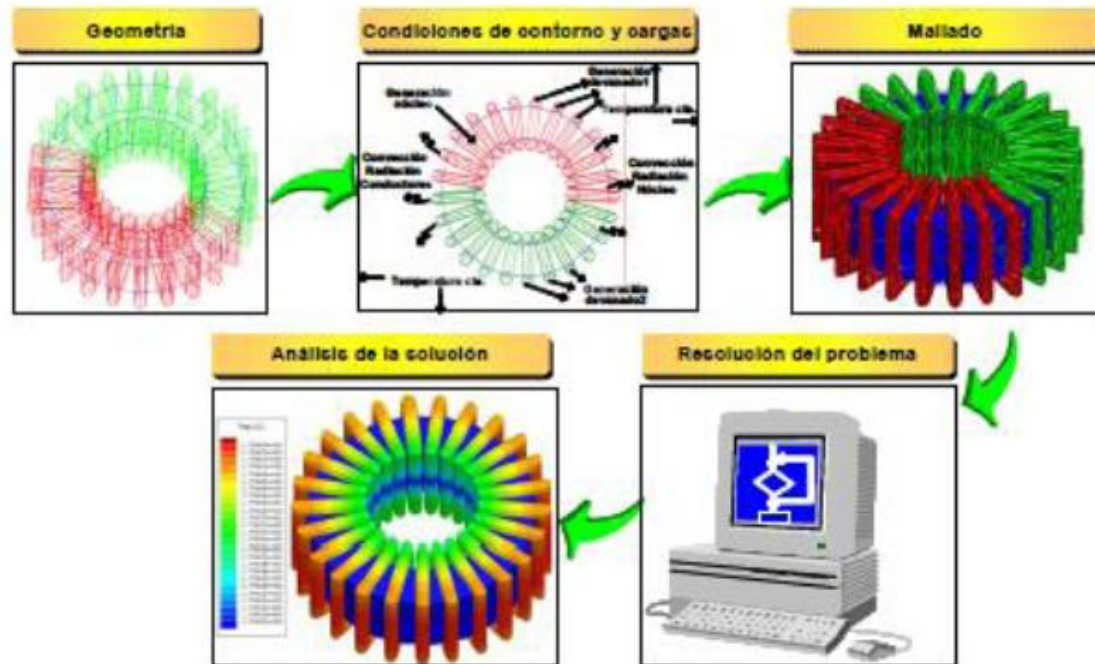


Figura 38. Proceso de resolución de problemas mediante herramientas MEF.

5.3. APLICACIONES.

Los programas de MEF son utilizados para analizar tanto problemas estructurales como no estructurales. Las áreas estructurales a las que se suele destinar la resolución de problemas son:

- Estudio de tensiones en el modelo, principalmente las relacionadas con los efectos de concentración producidos por agujeros, flancos, entallas y otros cambios en la geometría del cuerpo.
- Estudio de vibraciones, principalmente para intentar evitar problemas importantes si el modelo trabaja a la misma frecuencia que su frecuencia propia.
- Pandeo.

Dentro de los problemas no estructurales que se resuelven con programas de MEF tenemos:

- Flujo de fluidos.
- Transferencia de calor.
- Transporte de masa.
- Distribución de potencial electromagnético.

En ocasiones, se aplica el método de elementos finitos a problemas de la biomecánica como análisis de columna vertebral, el cráneo, las articulaciones, etc. y un buen número de economistas ya han propuesto su utilización para el estudio de determinadas situaciones económicas.

5.4. VENTAJAS Y LIMITACIONES.

Las principales ventajas del uso de herramientas MEF son:

- Generación de modelos de geometría irregular de una forma sencilla.
- Posibilidad de componer el modelo de diferentes materiales, ya que las ecuaciones se aplican de forma individual en cada nodo.
- Sencillez en la aplicación de las condiciones de carga.
- El número de condiciones de contorno aplicables es ilimitado.
- Modificar el tamaño de los elementos cuando se requiera.
- Se pueden utilizar efectos dinámicos.
- Manejar el comportamiento no lineal existente con grandes deformaciones y materiales no lineales.

Por otro lado, el uso de herramientas MEF presenta una serie de limitaciones:

- El MEF calcula soluciones numéricas concretas y adaptadas a unos datos particulares de entrada, no puede hacerse un análisis de sensibilidad sencillo que permita conocer como variará la solución si alguno de los parámetros se altera ligeramente. Es decir, proporciona sólo respuestas numéricas cuantitativas concretas no relaciones cualitativas generales.
- El MEF proporciona una solución aproximada cuyo margen de error en general es desconocido. Si bien algunos tipos de problemas permiten acotar el error de la solución, debido a los diversos tipos de aproximaciones que usa el método, los problemas no-lineales o dependientes del tiempo en general no permiten conocer el error.
- En el MEF la mayoría de aplicaciones prácticas requiere mucho tiempo para ajustar detalles de la geometría, existiendo frecuentemente problemas de mal condicionamiento de las mallas, desigual grado de convergencia de la solución aproximada hacia la solución exacta en diferentes puntos, etc. En general una simulación requiere el uso de numerosas pruebas y ensayos con geometrías simplificadas o casos menos generales que el que finalmente pretende simularse, antes de empezar a lograr resultados satisfactorios.



CAPÍTULO 6. INICIARSE EN CREO ELEMENTS/PRO.





6.1. INTRODUCCIÓN.

Creo Elements/Pro, anteriormente conocido como Pro/Engineer hasta 2010, es un producto paramétrico, integrado 3D de CAD/CAM/CAE creado por Parametric Technology Corporation (PTC). Fue el primero en venderse como software asociativo de modelado paramétrico y basado en características.

Actualmente el programa funciona bajo Microsoft Windows (ya que las versiones para sistemas UNIX se interrumpieron con el lanzamiento de la versión 4.0 en el 2008) proporcionando grandes posibilidades de diseño como el diseño de elementos sólidos, modelado de conjuntos, análisis de elementos finitos, CN y herramientas de funcionalidad para ingenieros mecánicos.



Figura 39. Logo del software Creo Elements/Pro.

Fue creado a mediados de los años 80 por Samuel P. Geisberg, convirtiéndose en el primer sistemas de diseño 3D CAD paramétrico de éxito. El modelado paramétrico usa parámetros, dimensiones, rasgos y relaciones captando el comportamiento deseado del producto, creando una lista que permite la automatización y la optimización del diseño y los procesos asociados a su desarrollo.

Creo Elements/Pro incorpora un completo ser de diseño, análisis y capacidades de fabricación incluyendo entre otros: modelado de sólidos, de superficies, renderización, interoperabilidad de datos, diseño de sistemas dirigidos, simulación, análisis de tolerancias, diseño mecanizado y CN.

Una gran ventaja de Creo Elements/Pro es que posee una familia de soluciones integradas CAD/CAM/CAE completamente asociativa que permite que cualquier cambio producido en el diseño se refleja automáticamente en el resto de los elementos sin tener que convertir datos, lo que proporciona gran ventaja a los ingenieros y diseñadores. Por ello, un

producto y su lista de material (BOM) puede ser modelado con exactitud con dibujos totalmente asociativos procedentes de ingeniería.

Creo Elements/Pro compite en el mercado con CATIA y NX (Unigraphics). La versión que vamos a utilizar en este proyecto es Creo 2.0 lanzada en 2012. Es importante reseñar que Creo Elements/Pro es una más de las numerosas aplicaciones del sistema construido por PTC, en el que destacan otras soluciones como Windchill (gestión de contenidos y procesos), ProductView (simulación avanzada y visualización interactiva), Mathcad (cálculos de Ingeniería), Arbortext (publicación dinámica), Integrity (organiza, administra y da visibilidad a los procesos de desarrollo) y Servigistics (gestión del ciclo de vida de servicio).

Creo Elements/Pro ofrece las siguientes funciones:

- Documentación detallada de planos 2D y 3D.
- Modelado completo de sólidos 3D.
- Creación técnica de superficies.
- Modelado de conjuntos.
- Modelado y documentación de soldadura.
- Diseño de mecanismos y animación de diseños.
- ModelCHECK™, herramienta de validación de diseños.
- Interoperabilidad de datos y reparación de datos importados.
- Completa biblioteca de piezas, funciones y herramientas.

Por último, apuntar que PTC presenta una serie de soluciones en diferentes y variados sectores como son la aeronáutica y defensa, aerolíneas, automoción, productos de consumo, electrónica y alta tecnología, calzado y complementos, maquinaria industrial, dispositivos médicos y minoristas.

6.2. POSIBILIDADES DEL PROGRAMA.

Algunas de las soluciones más importantes que proporciona este software son:

6.2.1. Soluciones de dibujo.

6.2.1.1. Creo sketch.

PTC Creo Sketch ofrece la forma más rápida y sencilla de que más personas de la empresa contribuyan con sus ideas de forma gráfica.

Es una aplicación de diseño 2D autónoma que permite a los usuarios dibujar o esbozar rápidamente sus ideas. Los usuarios pueden añadir color u otros efectos especiales al esbozo si necesitan transformar un esbozo rápido en ilustraciones terminadas.

Como parte de la familia de productos PTC Creo, los datos de diseño 2D de PTC Creo Sketch se pueden compartir y reutilizar fácilmente como trazo de esbozo en otras aplicaciones como PTC Creo Parametric. Al aprovechar la aportación de más personas y datos en el ciclo de diseño, puede aumentar la innovación, mejorar la calidad del producto y acelerar muchos procesos de desarrollo del producto.

Permite una rápida generación de ideas de cualquier persona del equipo de desarrollo de productos así como sustituir los tradicionales esbozos dibujados a mano por diseños conceptuales, diseño industrial, ilustraciones y revisiones de diseños.

6.2.1.2. Creo layout.

PTC Creo Layout es una aplicación CAD 2D independiente que soluciona el problema de errores y pérdida de tiempo en crear datos 2D en 3D, permitiendo aprovechar lo mejor de los entornos 2D y 3D en el proceso de diseño y reduciendo el tiempo de desarrollo y el coste.

Puede crear rápidamente conceptos de diseño detallados en 2D, añadir información detallada, como cotas, anotaciones, etc. y después aprovechar los datos 2D en el diseño 3D utilizando PTC Creo Parametric.

Permite importar datos de PTC Creo Parametric, trazado de esbozos o cortes transversales, o de otros sistemas 2D, DXF, IGES, DWG, DRW, etc., para acelerar el diseño detallado de conceptos.

6.2.1.3. Creo Schematics.

PTC Creo Schematics ofrece una solución a la tarea de interpretar diagramas esquemáticos 2D en papel para rutear cables y tuberías 3D.

Este completo software CAD 2D independiente de diagramas esquemáticos para la documentación de sistemas eléctricos y mecánicos también automatiza la transferencia de datos a PTC Creo para el diseño 3D de cables y tuberías.

Crea diseños esquemáticos de forma rápida y fácil, lo que permite la documentación completa del sistema con independencia de su complejidad.

Multidisciplinar, con prestaciones para diagramas esquemáticos de cableado, tuberías e hidráulicos.

6.2.2. Soluciones de modelaje.

6.2.2.1. Creo Parametric.

Es uno de los dos módulos que vamos a utilizar para desarrollar el trabajo en el presente proyecto.

PTC Creo Parametric es el estándar en *CAD 3D*, con herramientas de productividad que proporcionan una gama amplia de prestaciones de diseño CAD 3D eficaces y flexibles para hacer frente a los desafíos de diseño más exigentes, incluida la adaptación a los cambios en las fases finales, el trabajo con datos de varios sistemas CAD y el diseño electromecánico.

Los usuarios pueden cambiar sin dificultades de un modo de modelado a otro y los datos de diseño 2D y 3D pueden trasladarse fácilmente entre aplicaciones conservando la intención de diseño. Esto tiene como resultado un nivel sin precedentes de interoperabilidad, que permite desarrollar desde el concepto hasta el mecanizado, de forma más rápida y barata, y proporciona innovadoras ganancias de productividad a través de muchos procesos de desarrollo.

6.2.2.2. Creo Direct.

PTC Creo Direct es una aplicación CAD 3D autónoma para una amplia gama de usuarios de una empresa.

Consigue ciclos de diseño más rápidos permitiendo a más usuarios el acceso a datos CAD 3D y su uso.

Optimiza los flujos de trabajo CAE proporcionando a los analistas la capacidad de editar datos de diseño 3D antes del análisis y proponer cambios de diseño directamente en el modelo.

Optimiza los flujos de trabajo CAM proporcionando a los diseñadores de conjuntos de herramientas la herramienta adecuada para crear plantillas y sujeciones y editar datos de modelo para el diseño de conjuntos de herramientas CN.

6.2.2.3. Creo Options Modeler.

PTC Creo Options Modeler es una aplicación dedicada para crear y validar conjuntos de productos modulares 3D, con independencia de la complejidad. Mediante la creación de módulos de productos reutilizables y la definición de su interacción y montaje, los diseñadores pueden crear y validar rápidamente cualquier producto específico para el cliente.

6.2.3. Soluciones de validación.

6.2.3.1. Creo Simulate.

Es el segundo módulo que vamos a utilizar en el desarrollo y análisis del eje ferroviario estudiado en nuestro proyecto.

La costosa y laboriosa creación de prototipos físicos obstaculiza la labor de un equipo de diseño, lo que provoca riesgos en cuanto a programaciones y presupuestos.

Con PTC Creo Simulate, los ingenieros de diseño pueden conocer mejor el rendimiento del producto y adaptar en consecuencia el diseño digital, sin necesidad de los conocimientos en FEA de un especialista.

PTC Creo permite la creación de prototipos 3D virtuales para poder probar una amplia gama de propiedades térmicas y estructurales de su diseño en una fase temprana del proceso de diseño detallado, antes de crear la primera pieza física. Como resultado, los ingenieros obtienen información temprana del producto, mejoran los procesos de verificación y validación, y entregan productos de mayor calidad a menor coste.

Realiza tipos de análisis CAE estándar, incluidos estático lineal, modal, de torsión, de contacto y térmico de estado fijo

Aumenta la innovación mediante el diseño simultáneo y la simulación de los resultados de las variaciones de diseño.

Reduce los costes de desarrollo mediante la disminución o eliminación de prototipos físicos y una interfaz de usuario productiva que se puede utilizar en ingeniería.

6.2.4. Soluciones de visualización.

Las herramientas PTC Creo de visualización e ilustración técnica 3D permiten ver, anotar, interactuar, colaborar y distribuir todas las formas de datos de productos digitales. Estas herramientas solucionan el problema de compartir y utilizar de manera eficaz el gran volumen de contenido del producto digital creado durante el proceso de desarrollo de productos.

Las aplicaciones PTC Creo de visualización e ilustración técnica 3D incluyen:

- PTC Creo View MCAD: visualización y análisis de información MCAD.
- PTC Creo View ECAD: visualización y análisis rápidos de información ECAD.
- PTC Creo Illustrate: reutilización de datos 3D para generar ilustraciones interactivas avanzadas.

6.3. RESUMEN DE CAPACIDADES.

Creo Elements/Pro, como cualquier software y más los especializados en campos CAD/CAM/CAE está en continuo desarrollo para intentar incluir cada vez mayores y mejores funcionalidades disponibles para el usuario.

Las capacidades del programa se pueden dividir en tres: diseño, análisis y fabricación.

6.3.1. Diseño.

Creo Elements/Pro ofrece una amplia variedad de herramientas que permiten la generación de una completa representación digital del producto que será diseñado. Además de las herramientas de geometría presenta también la capacidad de generar la geometría de otros formatos de diseño integrado como conductos industriales y cableado completo. Las herramientas de diseño también están disponibles para colaborar conjuntamente en el desarrollo.

Estas herramientas proporcionan conceptos de diseño real, con lo que pueden ser usados como referencia a la hora de realizar un producto, facilitando la obtención de datos y haciéndolos más comprensivos para el diseñador.

6.3.2. Análisis.

Creo Elements/Pro tiene disponibles numerosas herramientas de análisis dirigidas a ensayos térmicos, estáticos, dinámicos, de fatiga FEA y con el propósito de obtener estudios fiables y ayudar al desarrollo del producto.

Estas herramientas incluyen factores humanos, tolerancias de fabricación, flujos de moldeo y optimización de diseño (que puede ser usada para obtener las dimensiones de diseño óptimas junto con el análisis MEF).

6.3.3. Fabricación.

Creo Elements/Pro permite crear soluciones de control numérico y proporciona un rico conjunto de herramientas en el entorno de la industria como herramientas de diseño y simulación de mecanizado, que permite a los fabricantes realizar trayectorias de control numérico y programas de inspección mientras se está elaborando el diseño del producto. Esto posibilita una labor conjunta de los ingenieros de producción y de creación y diseño en una fase temprana de elaboración del producto, permitiendo influir en los diseño mucho antes de su finalización.

6.3.4. Ficheros soportados.

El desarrollo completo de cualquier proyecto requiere el uso de diferentes módulos de Creo Elements/Pro, cada uno de ellos dedicado a una labor específica como modelado de sólidos, montaje de conjuntos, realización de planos 2D, etc. Con el objetivo de facilitar la gestión del proyecto, los ficheros generados por los distintos módulos tienen distintas extensiones. Cuatro de los tipos de archivos más reseñables o imprescindibles de este software son los siguientes:

- Assembly (*.ASM): Archivos de conjunto. Un archivo tipo conjunto puede contener uno a más archivos de tipo conjunto o tipo pieza para ser ensamblados.

- Part (*.PRT): Archivos de pieza. Un archivo de pieza está formado por un conjunto de funciones (extrusiones, cortes, agujeros, redondeos, etc.).

- Drawing (*.DRW): Archivos de dibujo. Un archivo de dibujo es un plano en 2D formado por vistas procedentes de los modelos 3D citados previamente.

- Step (*.STP): Archivos CAD. Los archivos STEP son el formato internacional desarrollado para cubrir algunas limitaciones de las normas de conversión de datos.

- Hay más tipos de archivo con posibilidad de uso en Creo Elements/Pro, como por ejemplo archivos de fabricación, formatos, informes, archivos de información, layouts, diagramas, procesos de montaje, etc.

6.4. ENTORNO DE CREO ELEMENTS/PRO.

Creo Elements/Pro presenta un entorno de trabajo muy interesante y sencillo a la hora de su comprensión desde el primer momento. Como vamos a ver en el capítulo siguiente, los dos entornos que vamos a utilizar van a ser los de los módulos Creo Parametric y Creo Simulate.



Figura 40. Inicio de sesión de Creo Parametric y Creo Simulate.

Las zonas que componen el entorno de trabajo en Creo Elements/Pro son las siguientes que se muestran en esta figura:

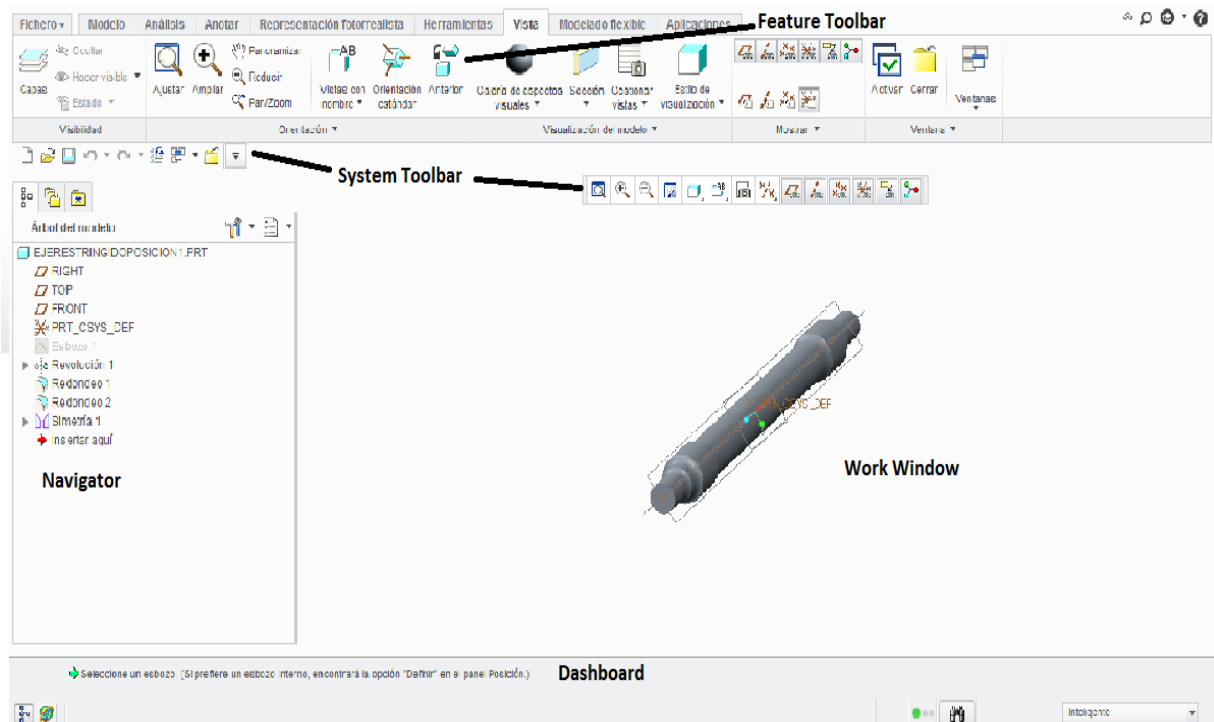


Figura 41. Interfaz de trabajo de Creo Elements/Pro.

- Work Window: es la ventana principal de trabajo donde vamos a tener el modelo a estudiar.
- Navigator: es la zona en donde se sitúa el Model Tree o árbol del modelo, en el que podemos ver los distintos pasos realizados sobre el elemento. Varía si se trata de un conjunto (assembly) o de una pieza (part). Además desde este árbol se puede transitar entre capas.
- System Toolbar: es la zona de las herramientas del sistema que presenta diferentes menús e iconos para interactuar sobre el modelo. Los más importantes son:



Figura 42. Barra de herramientas del sistema.

- Feature Toolbar: conjunto de menús que permite acceder a las herramientas de construcción y edición de Creo Elements/Pro como pueden ser extrusión, vaciado, redondeo, protusión por barrido, etc:



Figura 43. Barra de herramientas.

- Dashboard: es la zona donde se puede observar los pasos necesarios para realizar las operaciones de creación de un modelo. Incluye el "Message Area" donde se informe del estado de la operación y el siguiente paso y el "Status Bar" donde se informa sobre el menú o icono seleccionado.



CAPÍTULO 7. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y METODOLOGÍA DE DISEÑO APLICADA.





7.1. DESARROLLO DEL PROBLEMA.

Como hemos descrito al inicio del proyecto, el objetivo del mismo es la continuación de los estudios e investigaciones de la defectología de ejes ferroviarios que ha sido desarrollada por la Universidad Carlos III de Madrid. Éste estudio analizará las frecuencias propias de vibración de un eje ferroviario con el fin de poder establecer una relación entre ellas y el área de las playas de avance de grieta que se produce en las fracturas por fatiga (principal problema que se presenta en ejes al estar sometidos a cargas cíclicas y presentar numerosos puntos de acumulación de tensiones).

El avance de las nuevas técnicas PCRT, que son capaces de detectar el fenómeno de fatiga antes de que se produzca la grieta es el principal motivo de la línea de investigación llevada a cabo por el departamento de Ingeniería Mecánica. La importancia de este método reside en la gran ventaja que supone analizar los componentes, aspectos de diseño y sus respuestas sin desmontar los equipos, suponiendo un importante ahorro de tiempo y costes en estos procesos.

Para llevar a cabo el objetivo del proyecto, vamos a utilizar el software de elementos finitos Creo Elements/Pro, descrito en el capítulo anterior.

A continuación describiremos las características del eje estudiado y la metodología de diseño aplicada para conseguir más adelante estudiar los cambios producidos en el eje cuando se producen grietas a diferente nivel y posición.

7.2. DEFINICIÓN DEL EJE SOMETIDO A ESTUDIO.

En este apartado estableceremos la geometría del eje y el material que lo constituye.

7.2.1. Geometría del eje.

Las medidas del eje estudiado han sido facilitadas y suministradas por la empresa CAF con la que se han realizado diversos estudios en el departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid. El plano completo está situado en el anexo final del proyecto. Consecuentemente con lo dictado en este plano se ha procedido al diseño del eje con la herramienta Creo Elements/Pro.

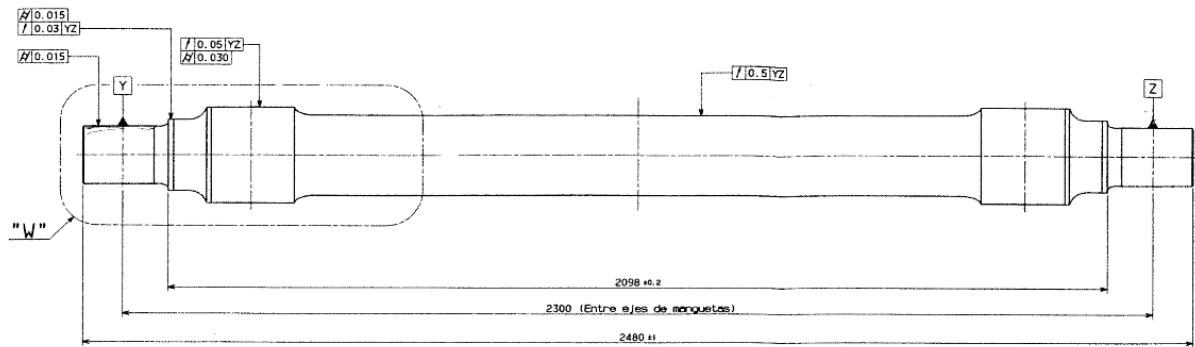


Figura 44. Plano del eje sometido a estudio.

En la figura siguiente podemos ver el detalle W a escala 1:2 del extremo del eje donde se sitúan los puntos de acumulación de tensiones del eje.

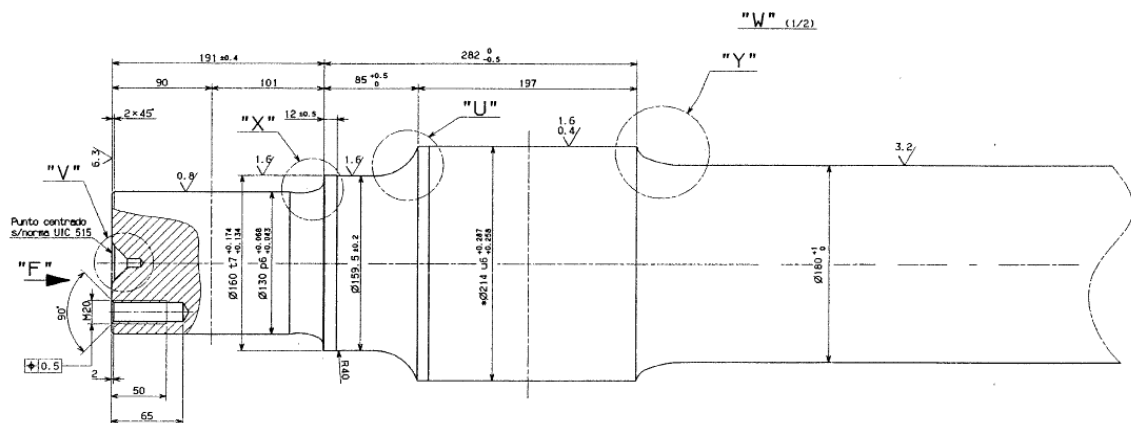


Figura 45. Plano detalle 'W' del extremo del eje.

7.2.2. Material del eje.

El material utilizado en la construcción del eje y que hemos implantado en el software a la hora de nuestro análisis es acero al carbono templado A1N, según la norma UNE-EN 13261:2009+A1:2011 de Septiembre de 2011, cuyas propiedades se detallan a continuación.

- Resistencia última a tracción = 600 MPa.
- Límite elástico = 395 MPa.
- Módulo de Young = 210 Gpa.

El eje es tratado con un acabado superficial de tipo granallado consistente en la proyección de partículas abrasivas a gran velocidad y muy utilizado en la industria ferroviaria que da lugar a la eliminación de imperfecciones y asegura la mínima rugosidad indicada en el plano de diseño.

7.3. METODOLOGÍA DE DISEÑO APLICADA.

Una vez que ha quedado claro el marco teórico, el elemento de estudio y la herramienta a utilizar en el proyecto, en este apartado desarrollaremos la metodología que implantaremos en el diseño para la consecución de los objetivos fijados.

- Modelado del eje ferroviario: Mediante el uso de Creo Elements/Pro modelaremos el eje a partir del plano facilitado por CAF. Al inicio se diseña un boceto en 2D, para posteriormente mediante el comando extrusión por revolución generar la pieza en 3D. El siguiente paso sería aplicar los redondeos descritos en el plano a la pieza maciza para terminar por caracterizar el material y las condiciones de contorno. Con esto conseguiremos aproximar nuestro modelo lo máximo posible a la realidad, además de permitir cualquier tipo de análisis sobre el eje.
- Análisis de sensibilidad de la herramienta: Los resultados de los análisis van a depender de manera muy significativa del mallado utilizado así como de los parámetros asociados al método de resolución. Éste apartado ha sido desarrollado anteriormente en proyectos previos obteniendo excelentes resultados extrapolables a proyectos venideros como éste, con lo que en el capítulo de resultados, expondremos las características y parámetros ideales elegidos para este proyecto en función de los análisis realizados anteriormente.
- Análisis modal previo: una vez tenemos modelado el eje, realizaremos un análisis con los parámetros elegidos para asegurarnos de haber definido correctamente tanto las medidas como las características y buscaremos resultados similares en anteriores proyectos dentro del departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid. Una vez comprobado que los resultados son similares, entrando en el margen de error posible debido al ordenador utilizado, procederemos a realizar el conjunto total de análisis necesarios.
- Modelado de grietas en el eje: como hemos descrito en el objetivo del proyecto, realizaremos una aproximación al avance de la grieta que se produce en la generación de una grieta por fatiga, para obtener una relación entre el comportamiento modal y el aumento en la profundidad de una grieta. Contamos para ello con ocho posiciones destacadas y características del eje, como vemos en la siguiente figura:

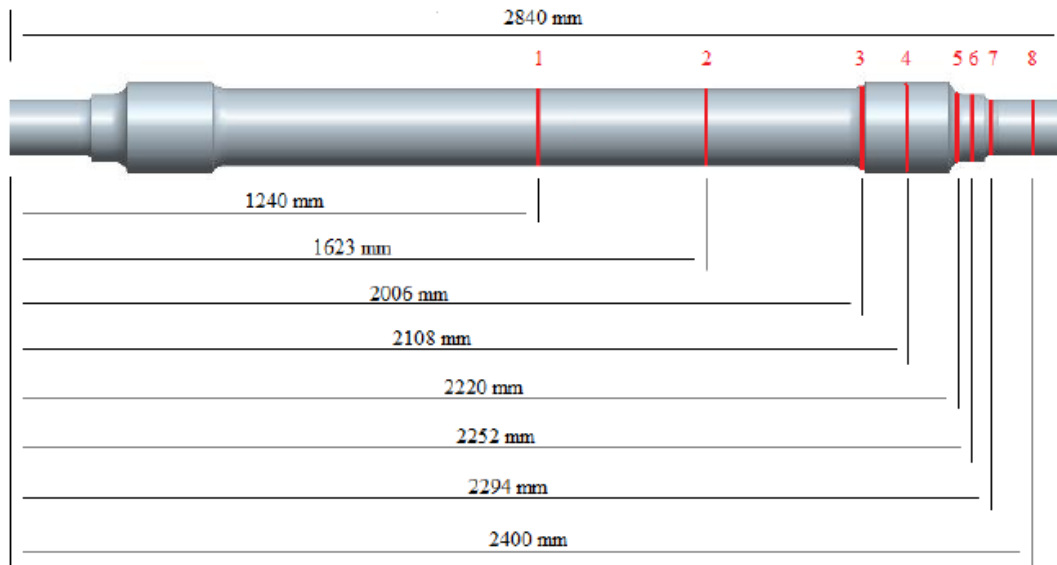


Figura 46. Esquema de las posiciones de generación de grieta.

Como podemos ver, además de ser posiciones significativas, es destacable que los puntos elegidos son puntos críticos como el centro del eje o típicos cambios de sección con redondeo y con predisposición a sufrir fallos a fatiga.

A continuación vamos a definir los diferentes modelos de grieta que serán aplicados en las 8 posiciones elegidas del eje.

En cada una de las posiciones vamos a simular doce avances de grieta, tanto recta como circular. Estas playas las hemos diseñado para que los fallos vayan desde el 1% del radio en cada posición al 100% del radio del eje para grietas rectas. Vamos a tener:

- Grieta 1% del radio con 1mm de espesor.
- Grieta 2% del radio con 1mm de espesor.
- Grieta 4% del radio con 1mm de espesor.
- Grieta 8% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 16% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 24% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 33% del radio con 1mm de espesor.
- Grieta 44% del radio con 4mm de espesor.
- Grieta 50% del radio con 1mm de espesor.
- Grieta 66% del radio con 4mm de espesor.

- Grieta 83% del radio con 1mm de espesor.
- Grieta 100% del radio con 4mm de espesor.

Podemos observar en la siguiente figura el tipo de grieta que se realiza en ejes reales para experimentación:



Figura 47. Modelo de eje completo (izquierda) y grieta real realizada en él para experimentación (derecha).

Contamos por tanto con doce diferentes porcentajes de avance de grieta en cada una de las ocho posiciones y dos tipos de grieta diferente (recta y circular). De esta forma el número total de análisis a realizar en el proyecto van a ser ' $12 \cdot 8 \cdot 2 = 192$ análisis'.

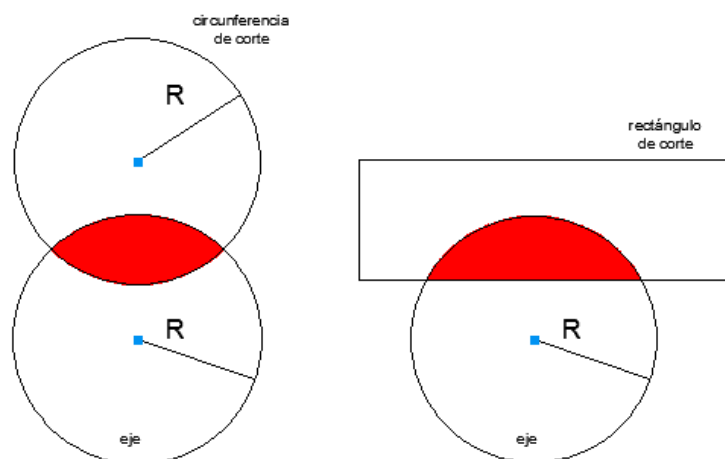


Figura 48. Dos diferentes tipos de grieta a diseñar en el proyecto: grieta circular y grieta recta.

7.3.1. Cálculo del área engendrada en grieta recta.

Para conocer la relación entre las frecuencias obtenidas en los análisis y el tamaño de la grieta en cada posición, vamos a calcular el área correspondiente a playas en el caso de grietas rectas. Posteriormente y a fin de comparar un modo de grieta con otro, aplicaremos el mismo área de la grieta recta a la circular para hallar los parámetros de diseño en la construcción de las playas de grieta circular.

Para calcular esta área en cada porcentaje realizaremos una tabla Excel introduciendo como variables: 'radio del eje en función de la posición', 'porcentaje de grieta en relación al radio' y 'ángulo circular en función de la penetración'. Antes de presentar los resultados, expresaremos el cálculo de forma genérica mediante fórmulas de geometría plana y trigonometría.

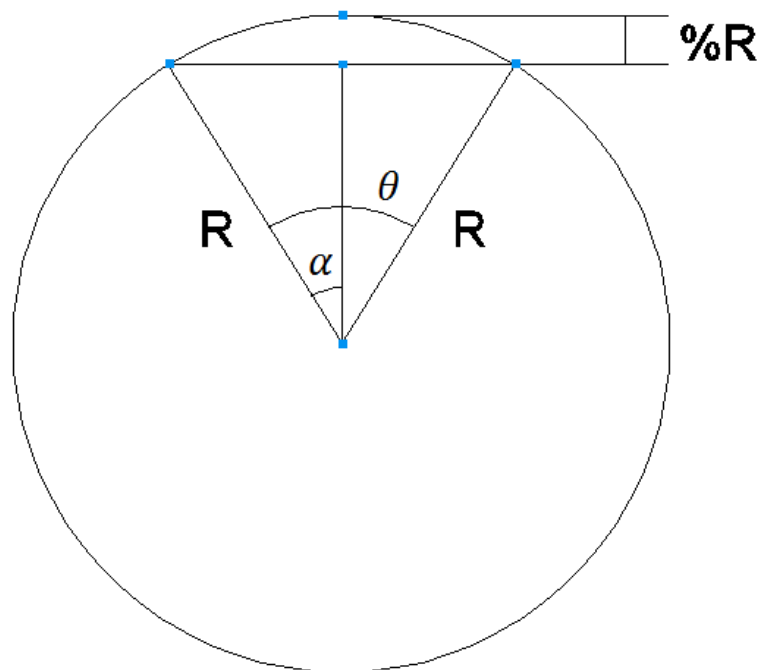


Figura 49. Definición de los parámetros utilizados en el diseño de la grieta recta.

Los ángulos podemos definirlos como:

$$\cos \alpha = \frac{R - \%R}{R}$$

Siendo %R la profundidad de penetración de la grieta en el eje en función del radio en cada posición. Por lo tanto:

$$\alpha = \arccos(1 - \%)$$

$$\theta = 2 \cdot \arccos(1 - \%)$$

El área que nos interesa viene determinada por la siguiente ecuación apoyada en la imagen:

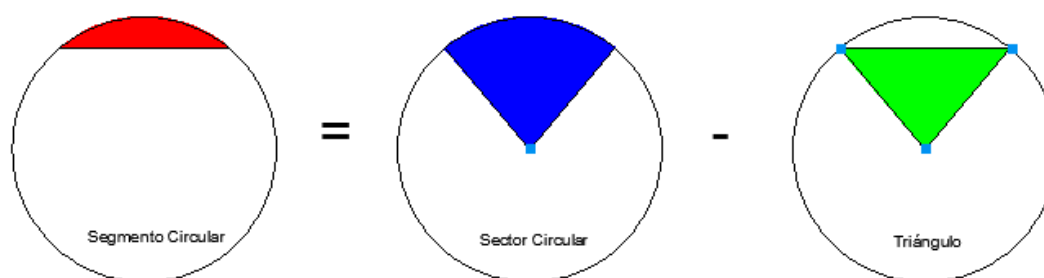


Figura 50. Esquema del área de grieta recta interesada.

Área segmento circular = Área sector circular – Área triángulo =

$$= \pi \cdot R^2 \cdot \frac{\theta}{2\pi} - \frac{R \cdot (R \cdot \sin\theta)}{2} = \frac{R^2 \cdot \theta}{2} - \frac{R^2 \cdot \sin\theta}{2} = \frac{R^2}{2} \cdot (\theta - \sin\theta)$$

Una vez hallada la anterior ecuación con la que obtenemos el área que nos interesa, lo implementamos en una tabla Excel para reducir los tiempos de cálculo, como podemos ver a continuación:

Tabla 1. Área de grieta recta en cada posición y porcentaje de penetración.

	A	B	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1				Posición 1	Posición 2	Posición 3	Posición 4	Posición 5	Posición 6	Posición 7	Posición 8
2			R=Radios en función de la posición (en mm)	90	90	101,2	107	87,25	79,75	67,75	65
3	ÁREA SEGMENTO CIRCULAR (en mm ²)	Penetración grieta recta en función de %R	θ=Ángulo circular en función de la penetración	Área 1	Área 2	Área 3	Área 4	Área 5	Área 6	Área 7	Área 8
4		1%	0,2831	15,25	15,25	19,28	21,56	14,33	11,97	8,64	7,95
5		2%	0,4007	43,07	43,07	54,46	60,88	40,48	33,82	24,41	22,47
6		4%	0,5676	121,45	121,45	153,56	171,67	114,14	95,36	68,82	63,35
7		8%	0,8054	341,42	341,42	431,69	482,59	320,88	268,08	193,48	178,09
8		16%	1,1470	953,70	953,70	1205,83	1348,01	896,31	748,84	540,44	497,45
9		24%	1,4150	1729,69	1729,69	2186,97	2444,84	1625,60	1358,14	980,17	902,21
10		33%	1,6732	2747,57	2747,57	3473,95	3883,56	2582,22	2157,37	1556,97	1433,14
11		44%	1,9528	4150,88	4150,88	5248,27	5867,09	3901,09	3259,24	2352,20	2165,12
12		50%	2,0944	4974,90	4974,90	6290,14	7031,80	4675,52	3906,25	2819,15	2594,93
13		66%	2,4478	7323,49	7323,49	9259,64	10351,44	6882,78	5750,35	4150,04	3819,97
14		83%	2,7999	9982,77	9982,77	12621,97	14110,22	9382,04	7838,40	5656,98	5207,06
15		100%	3,1416	12723,45	12723,45	16087,22	17984,05	11957,79	9990,36	7210,05	6636,61

7.3.2. Cálculo de los parámetros para diseñar grietas circulares de la misma área que las grietas rectas.

Con todas las áreas calculadas para grieta recta en cada porcentaje y posición, la intención del proyecto es calcular los parámetros de profundidad de grieta circular y sobretodo de distancia entre centros para lograr la misma área de playa de grieta tanto para grieta recta como para grieta circular. Lo desarrollaremos con un ejemplo genérico y posteriormente mostraremos el resto de los cálculos realizados en la tabla Excel:

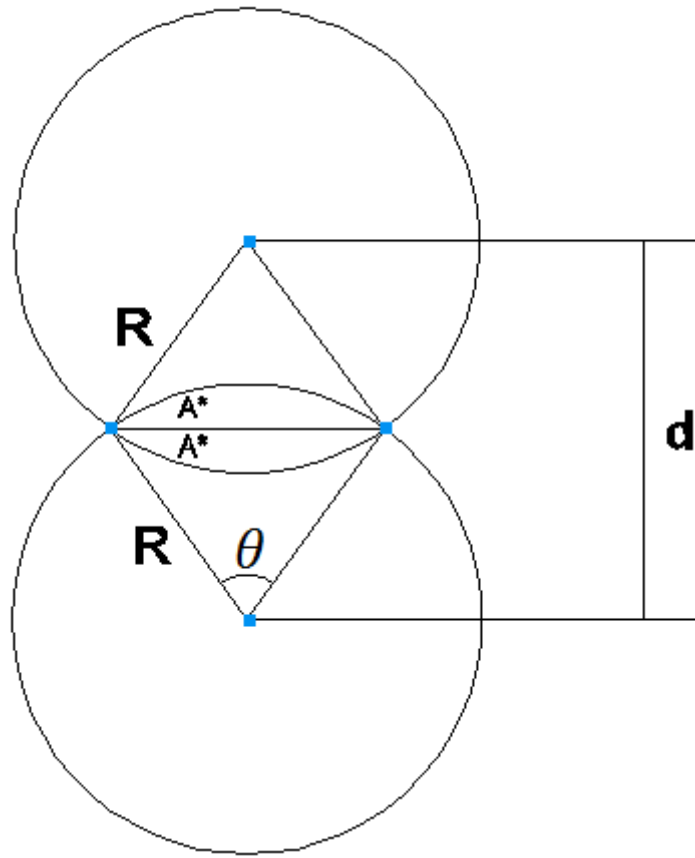


Figura 51. Definición de los parámetros utilizados en el diseño de la grieta circular.

A la hora de la realización de la grieta circular vamos a utilizar el mismo radio del eje en cada posición, con lo que la intersección producida entre las dos circunferencias va a dar lugar a dos segmentos circulares iguales, cuyo valor de área nos interesa que sea la mitad del área total:

$$A^* = \frac{A}{2} = \frac{R^2}{2} \cdot (\theta - \sin\theta) \quad \rightarrow \quad \frac{A}{R^2} = (\theta - \sin\theta)$$

Para obtener el ángulo correspondiente a cada porcentaje del radio planteamos un sistema:

$$[\theta]_{12 \times 1} - [\sin\theta]_{12 \times 1} = \left[\frac{A}{R^2} \right]_{12 \times 1}$$

Resolvemos este sistema utilizando un programa de métodos numéricos como MATLAB y su función 'fzero', obteniendo los valores del ángulo del sector circular.

Una vez calculados los valores del ángulo del sector circular, obtener la distancia entre los centros de las dos circunferencias es sencillo:

$$d = 2 \cdot R \cdot \cos \frac{\theta}{2} = 2 \cdot R \cdot \cos \alpha$$

Con esta ecuación y mediante una tabla Excel sacamos la distancia entre los centros de las dos circunferencias (una la que representa el eje y la otra la circunferencia de corte para originar la grieta circular) que nos ayudará a la hora de modelar cada una de las playas de grieta circulares:

Tabla 2. Distancia entre centros en grieta circular.

	A/[R ²]	α =Ángulo circular/2	Posición 1	Posición 2	Posición 3	Posición 4	Posición 5	Posición 6	Posición 7	Posición 8
DISTANCIA ENTRE CENTROS PARA HACER GRIETA CIRCULAR (en mm)	0,001882787	0,1123	90	90	101,2	107	87,25	79,75	67,75	65
	0,005317305	0,15885	178,87	178,87	201,13	212,65	173,40	158,50	134,65	129,18
	0,014994109	0,2223	177,73	177,73	199,85	211,31	172,30	157,49	133,79	128,36
	0,042150951	0,31835	175,57	175,57	197,42	208,73	170,21	155,58	132,17	126,80
GRIETA CIRCULAR	0,11774053	0,4514	170,96	170,96	192,23	203,25	165,73	151,49	128,69	123,47
	0,213541677	0,5543	161,97	161,97	182,13	192,57	157,02	143,52	121,93	116,98
	0,339205604	0,6519	153,05	153,05	172,09	181,96	148,37	135,62	115,21	110,53
	0,512454667	0,7553	143,09	143,09	160,89	170,12	138,72	126,79	107,71	103,34
	0,614184849	0,80665	131,05	131,05	147,36	155,81	127,05	116,13	98,65	94,65
	0,904134781	0,931	124,55	124,55	140,04	148,07	120,74	110,36	93,76	89,95
	1,232441167	1,04855	107,47	107,47	120,84	127,76	104,18	95,23	80,90	77,61
	1,570796327	1,1547	89,79	89,79	100,96	106,75	87,05	79,56	67,59	64,85
			72,75	72,75	81,81	86,50	70,53	64,47	54,77	52,55

7.4. SIMPLIFICACIONES CONSIDERADAS.

Como el objetivo fundamental es el estudio único de las frecuencias asociadas a los modos propios de vibración, se han tenido en cuenta las siguientes simplificaciones:

- Se estudiará únicamente el comportamiento modal del eje, dejando a un lado el comportamiento total del WheelSet completo, que está incluido en los trabajos futuros a realizar dentro del departamento.
- Se realizará el estudio sobre los 40 primeros modos de vibración mediante el software Creo Elements/Pro del eje en su estado libre tanto para grietas rectas como para grietas circulares, dando unos valores de frecuencias que oscilarán en un rango de entre 0 y 5300 Hz aproximadamente.
- Los análisis reales de las empresas del sector se realizan con el eje aislado, por lo tanto no será sometido a ningún esfuerzo externo, así como no tendremos en consideración el frenado ni las fuerzas aplicadas por las zapatas sobre la banda de rodadura ni ningún esfuerzo asociado a condiciones externas de trabajo.



Figura 52. Eje ferroviario siendo analizado.



CAPÍTULO 8. CREACIÓN DEL MODELO Y GRIETAS EN CREO ELEMENTS/PRO.



8.1. MODELADO DEL EJE.

En la sección que nos ocupa vamos a aplicar la metodología descrita en el capítulo anterior con el fin de obtener un modelo fiable del eje con la herramienta Creo Elements/Pro.

Para ello explicaremos cada paso realizado con el programa, sin tener la intención de elaborar un manual, para ilustrar y facilitar mediante capturas de pantalla la comprensión del proceso llevado a cabo para modelar tanto el eje como las grietas. Para ellos utilizaremos dos módulos de trabajo: 'Creo Parametric' y 'Creo Simulate'.

8.1.1. Definición de la geometría del eje.

El módulo encargado del diseño de elementos es el 'Creo Parametric'.

Una vez definido el directorio de trabajo del programa para que todos los archivos que se guardan vayan a la misma carpeta, pasaremos al diseño del eje. Para empezar a diseñarlo seleccionaremos 'Fichero→ Nuevo→Pieza' generando un archivo de pieza con extensión '.prt'.

Comenzaremos seleccionando el plano sobre el que vamos a realizar el esbozo del perfil del eje. Para ello, pulsamos en el botón 'Esbozo' y a continuación seleccionamos el plano deseado.

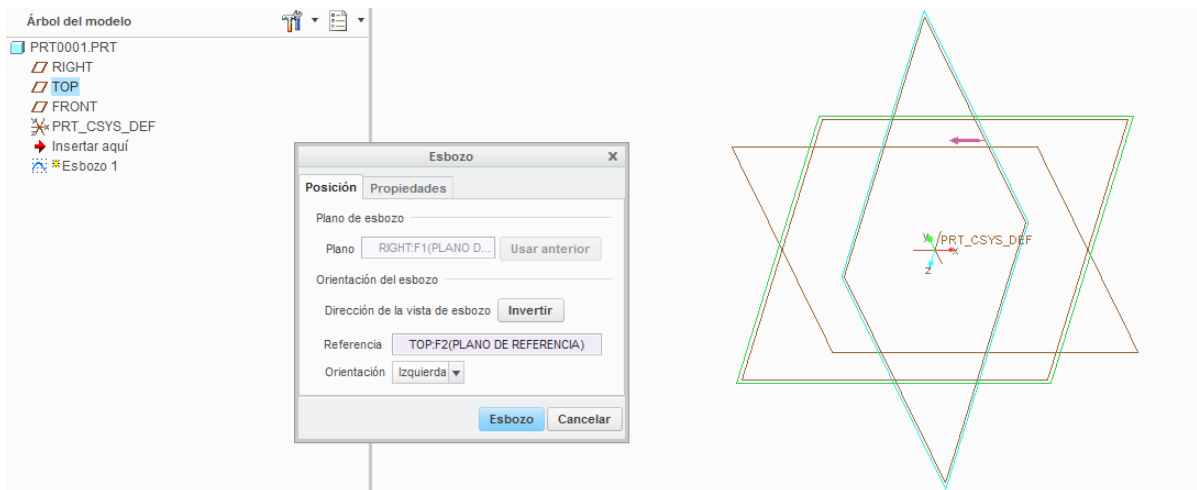


Figura 53. Selección de plano con herramienta Esbozo.

Proseguimos creando en el boceto en 2D el perfil de revolución de la mitad del eje con las medidas establecidas en el plano facilitado:

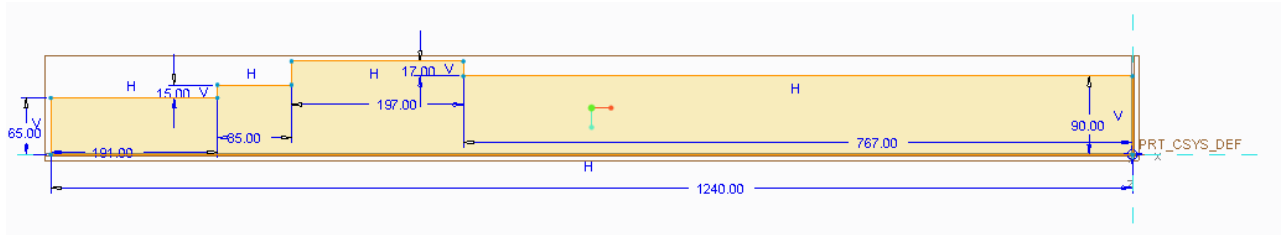


Figura 54. Perfil de revolución.

Una vez terminado el esbozo anterior, conseguimos la mitad del eje en 3D usando la herramienta 'Revolución', como observamos a continuación:

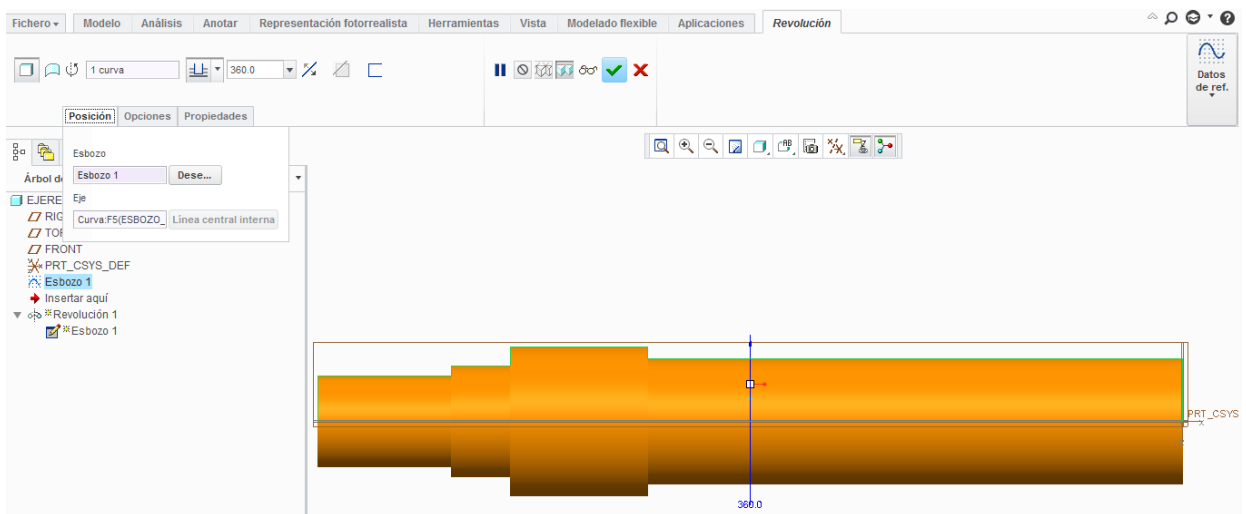


Figura 55. Definición del eje de revolución.

Para conseguir la pieza perfectamente definida tenemos que aplicar los diferentes redondeos en las secciones del asiento de la rueda como indican los planos. No se incluyen directamente en el esbozo ya que se cometen menos errores realizándolo mediante éste método. Pulsando 'Insertar→Redondeo' conseguimos definirlos:

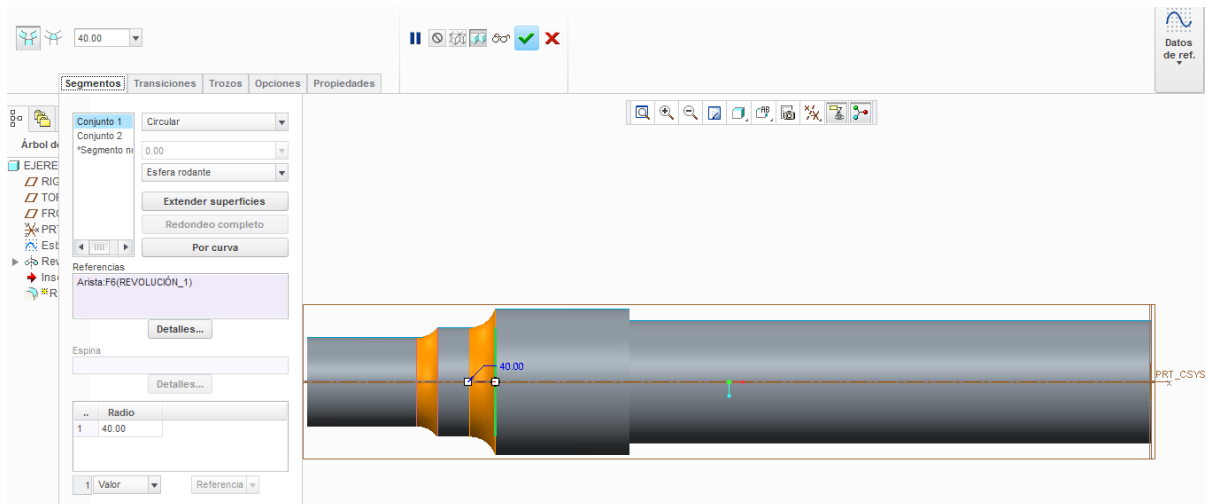


Figura 56. Definición de los redondeos del eje.

Concluido este paso solo nos quedaría realizar una simetría de la otra mitad del eje para obtener el eje completo. Para ello usamos la herramienta 'Simetría' como vemos a continuación:

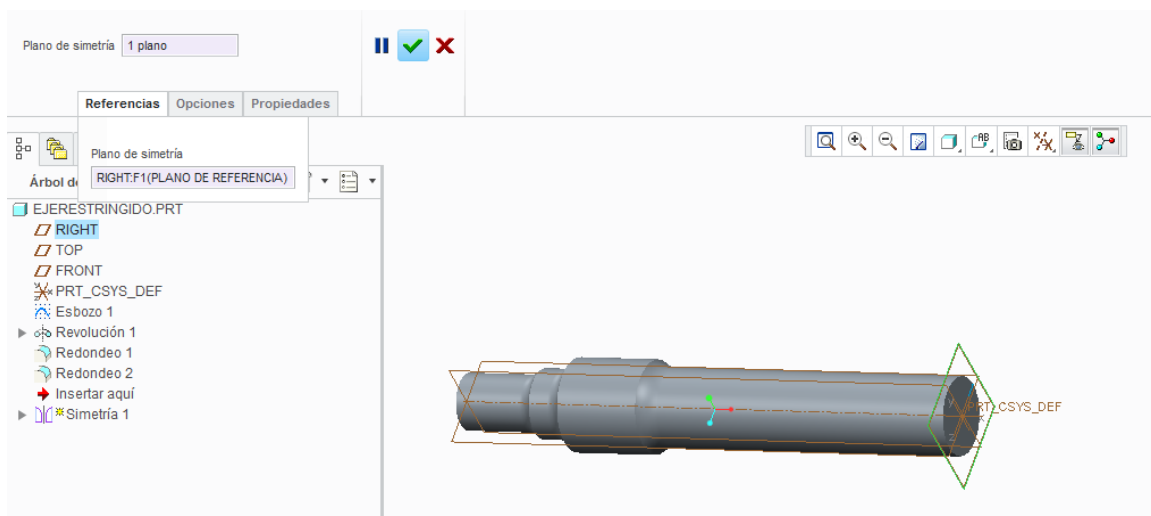


Figura 57. Semieje realizado antes de utilizar herramienta simetría.

Finalmente, una vez realizado este último paso, tenemos el eje geoméricamente definido:

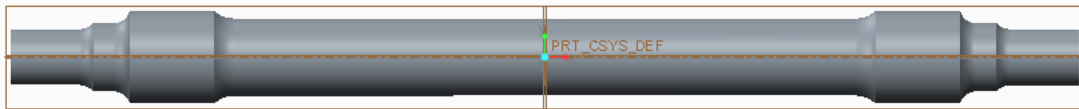


Figura 58. Eje ferroviario geométricamente definido.

8.1.2. Definición del material del eje.

Para definir las propiedades del material tenemos que ubicarnos en el módulo 'Creo Simulate', el cual comprende todo lo relativo a las propiedades de la pieza y sus condiciones externas.

Una vez dentro del módulo, para aplicar las propiedades del material, pinchamos en 'Materials'. El material utilizado es acero (steel) con las propiedades y condiciones que se definieron en el apartado anterior y que podemos ver a continuación:

Figura 59. Ventana de definición del material.

Una vez tenemos definido el material, sólo necesitaremos utilizar la herramienta 'Material Assignment' para asignar el material al eje y concluir con este apartado.

Por último, cabe reseñar que en este módulo 'Creo Simulate' podemos definir también las restricciones a las que estaría sometido el eje para simular las condiciones reales de funcionamiento, pero como hemos dicho anteriormente, en este proyecto se estudiará únicamente el comportamiento modal del eje en su forma libre.

De esta forma, establecida la geometría, características y propiedades del eje y su material finaliza su diseño:

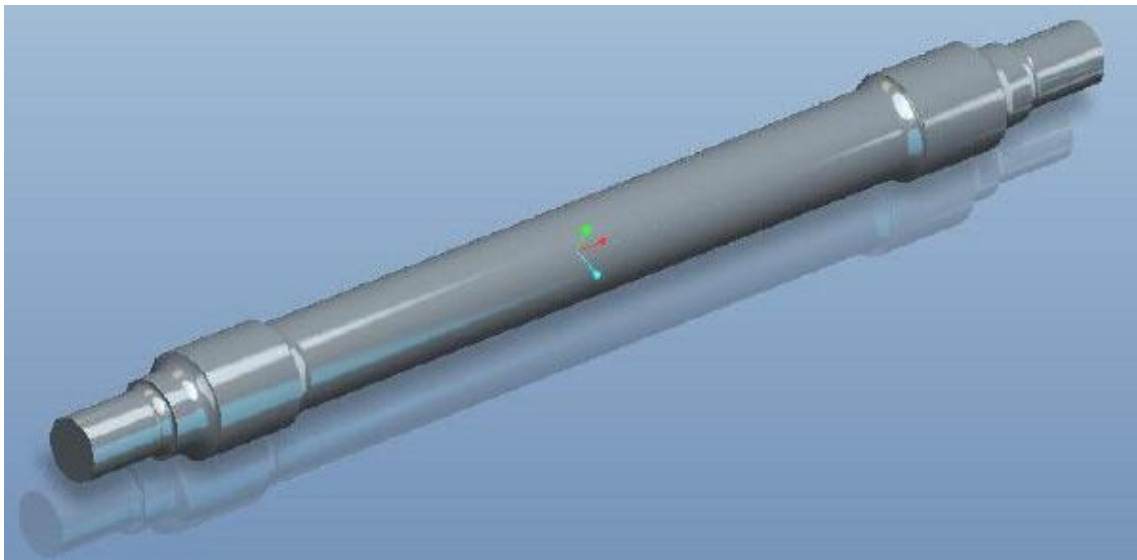


Figura 60. Eje ferroviario final visualizado con realismo avanzado.

8.2. CONDICIONES DE ANÁLISIS.

En esta sección vamos a definir un tema de gran importancia dentro del proyecto como son los análisis que vamos a realizar para obtener la información necesaria y requerida. Para ello es sumamente importante describir una serie de aspectos que vamos a ver a continuación como son el mallado y los parámetros de resolución dentro del análisis.

Por último al final del apartado definiremos los valores óptimos y adecuados elegidos para la realización de los análisis modales (tanto mallado como parámetros del análisis), basándonos en los estudios de sensibilidad existentes realizados anteriormente por el Departamento de Ingeniería Mecánica y que se fundamentan en la mejor relación 'precisión de resultados/tiempo de cálculo'.

8.2.1. Descripción del mallado.

El mallado de las piezas es un factor determinante en los resultados generados en herramientas de métodos de elementos finitos. El mallado determina el número de nodos, con lo que, cuanto mayor sea el mallado, mayor será el número de nodos y por lo tanto mayor será la precisión de los valores así como el tiempo necesario para el análisis.

Para definir el mallado 'Creo Simulate' nos proporciona la herramienta 'AutoGEM', permitiendo al usuario mallar el modelo por defecto antes de proceder a realizar los análisis. Este mallado por defecto no es visible para el usuario a no ser que lo pida expresamente con el comando 'AutoGEM→Crear→Create'.

A continuación vamos a mostrar un pequeño resumen de los diferentes mallados que han sido utilizados en los estudios previos de sensibilidad del departamento citados anteriormente:

- Mallado tipo 1: mallado por defecto.

Esta malla contiene un total de 569 elementos tetraédricos y 240 nodos.

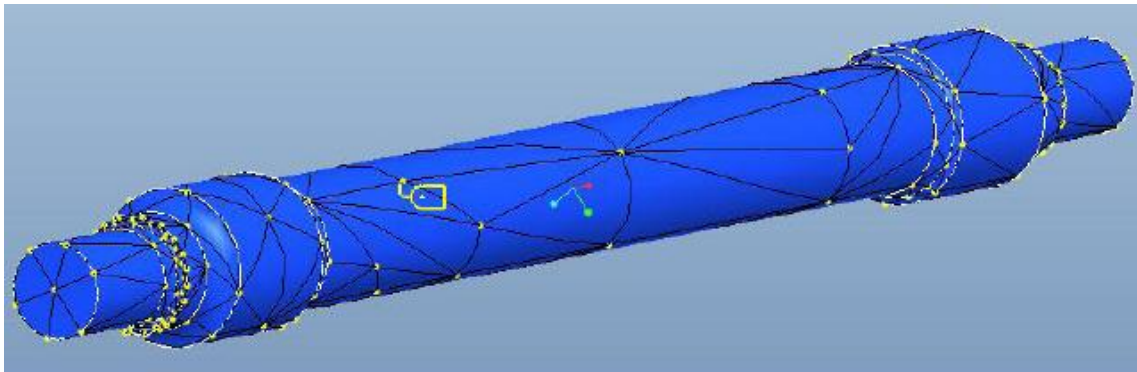


Figura 61. Mallado por defecto creado por herramienta AutoGEM.

- Mallado tipo 2: mallado por defecto con refinamiento de malla en cambios de sección, con tamaño máximo de elemento de 50 mm.

Para realizar este mallado, el usuario debe utilizar el comando 'AutoGEM→Control', que permite configurar la distribución de los bordes, máximo tamaño de elemento, etc. Con este mallado se generan 2413 elementos tetraédricos y 670 nodos.

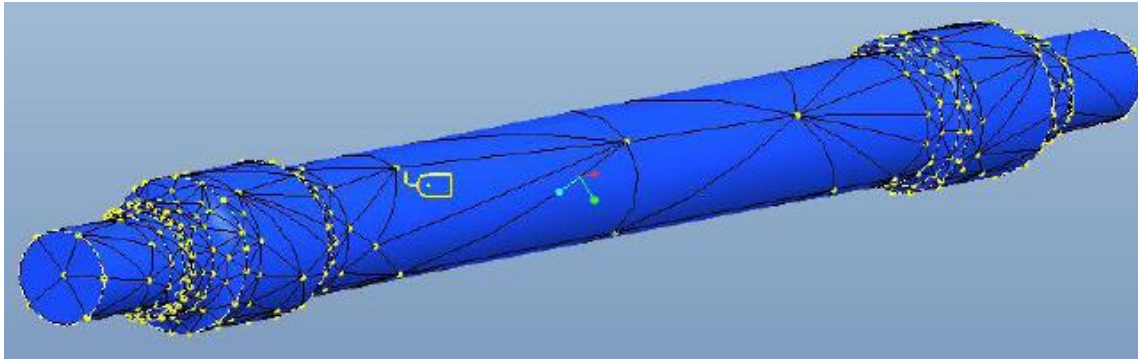


Figura 62. Mallado tipo 2 generado por herramienta AutoGEM.

- Mallado tipo 3: mallado por defecto con refinamiento de malla en cambios de sección, con tamaño máximo de elemento de 25 mm.

En este mallado se aumenta la densidad de nodos en los cambios de sección, proporcionando una malla de 6696 elementos tetraédricos y 1736 nodos. En la figura podemos apreciar cómo ha aumentado el número de nodos en los redondeos del eje.

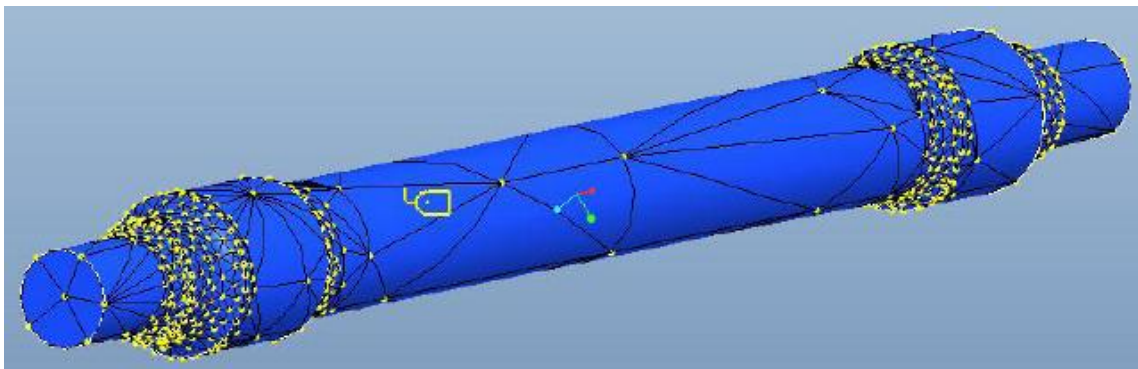


Figura 63. Mallado tipo 3 generado por herramienta AutoGEM.

- Mallado tipo 4: mallado completo del eje con tamaño máximo de elemento de 35 mm.

En el caso de estudios modales, es más beneficioso un mallado más homogéneo que los presentados anteriormente, que son más útiles para ensayos estáticos. En este caso, se ha definido en todo el eje un tamaño máximo de elemento de 35 mm, produciéndose una malla de 16356 elementos tetraédricos y 3896 nodos.

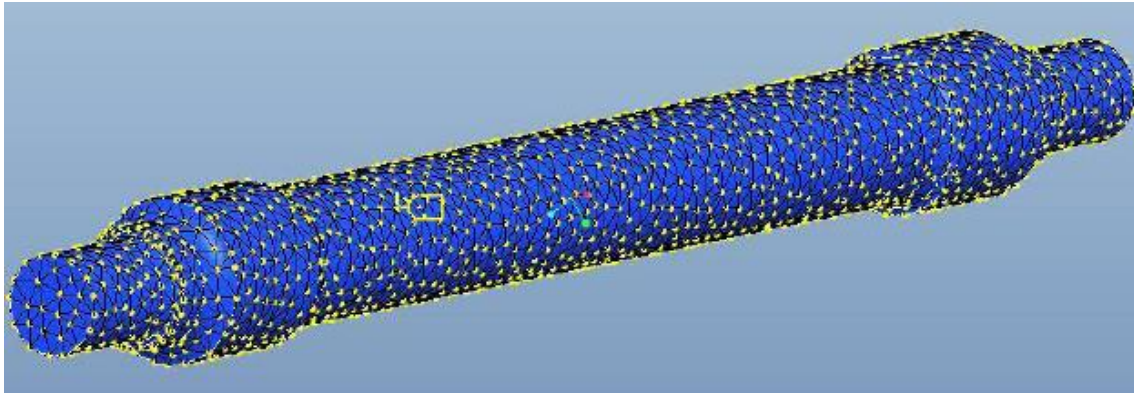


Figura 64. Mallado tipo 4 generado por herramienta AutoGEM.

- Mallado tipo 5: mallado completo del eje con tamaño máximo de elemento de 30 mm.

Con estas condiciones se aumenta aun más la densidad del mallado 4 resultando una red compuesta por 22960 elementos tetraédricos y 5427 nodos.

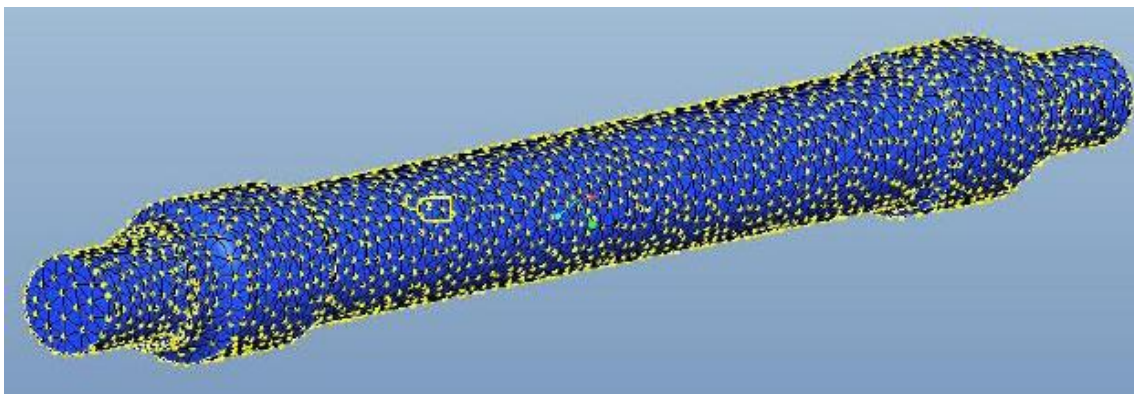


Figura 65. Mallado tipo 5 generado por herramienta AutoGEM.

Por lo tanto, y tras ver este resumen del conjunto de mallas que van desde 569 elementos y 240 nodos a 22960 elementos y 5427 nodos, se realizaron un total de 29 análisis dejando patente la importancia del mallado y comprobando que el mallado con refinamiento en las zonas de concentración de tensiones (cambios de sección) no es el más adecuado para los análisis modales a realizar ya que generan modelos heterogéneos que no se ajustan lo suficiente al modelo real.

8.2.2. Definición de los parámetros de resolución de análisis.

Los parámetros de resolución utilizados son un elemento de enorme importancia para obtener unos resultados óptimos en los análisis. Para acceder a su configuración debemos

entrar en el módulo 'Creo Simulate' y una vez allí pinchar en 'Analyses and Studies →File' desplegando la siguiente ventana en la que podemos ver los diferentes tipos de análisis que 'Creo Elements/Pro' nos permite realizar:

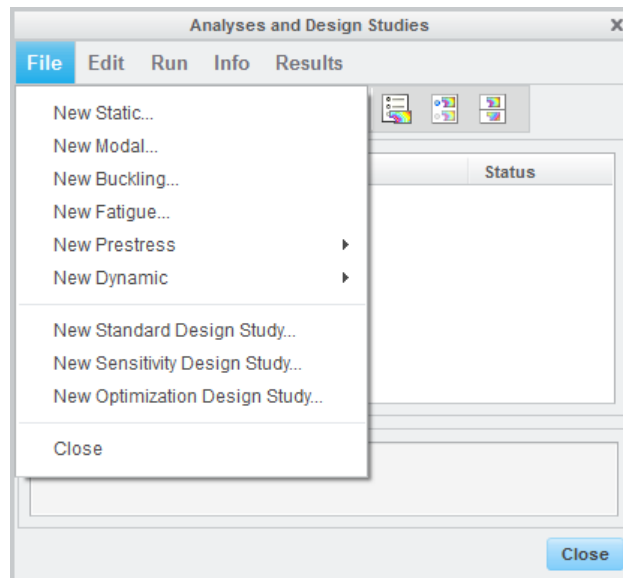


Figura 66. Ventana de análisis del módulo 'Creo Simulate'.

En nuestro caso seleccionaremos la opción 'New Modal' que nos llevará hasta la ventana de configuración de los parámetros de análisis:

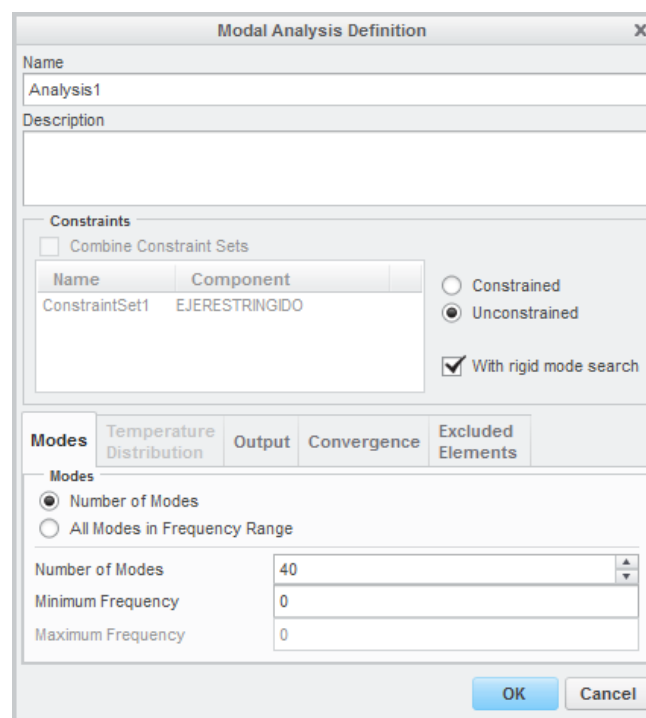


Figura 67. Definición del análisis modal.

En esta primera pestaña 'Modes' el programa permite indicar el rango de frecuencias entre las que nos interesa estudiar todos los modos de vibración o estudiar, como es en nuestro caso, un número determinado de modos (en este proyecto se estudiarán los 40 primeros).

En la pestaña 'Output' podemos escoger los parámetros y resultados que nos interesen obtener del estudio:

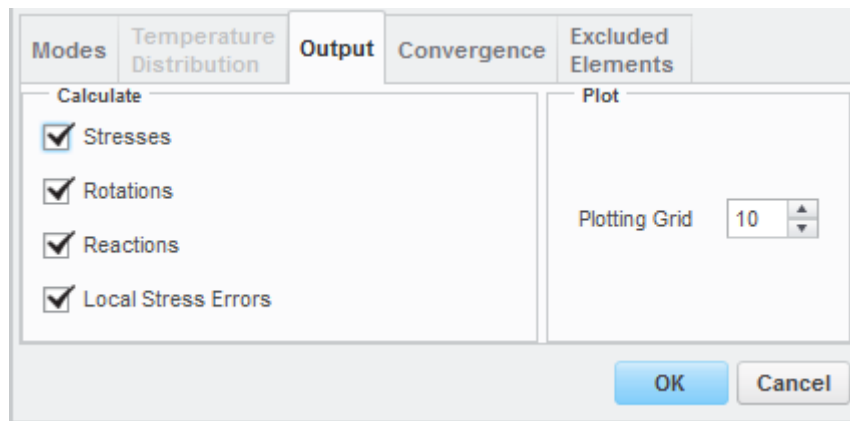


Figura 68. Ventana de 'Output'.

También podemos seleccionar el valor de 'Plotting Grid', un valor muy importante en el análisis, que proporciona el número de puntos de resolución estudiados por el Post-Processor. La fórmula que lo define es $n = (p + 1)^2$ siendo 'p' el valor de 'Plotting Grid' y 'n' el número de resultados por cara. Es decir, una malla de 'p=4' (valor por defecto) estudia 25 puntos de resolución por cada cara de elemento y una malla de 'p=10' estudia 121. Por tanto, es interesante aumentar el valor de 'Plotting Grid' cuando haya pocos elementos en la malla o discontinuidades en los datos de salida.

En la pestaña 'Convergence' encontramos los tres diferentes métodos para calcular los resultados y la precisión de los mismos. Estos métodos son 'Multi-Pass Adaptative', 'Single-Pass Adaptative' y 'Quick Check':

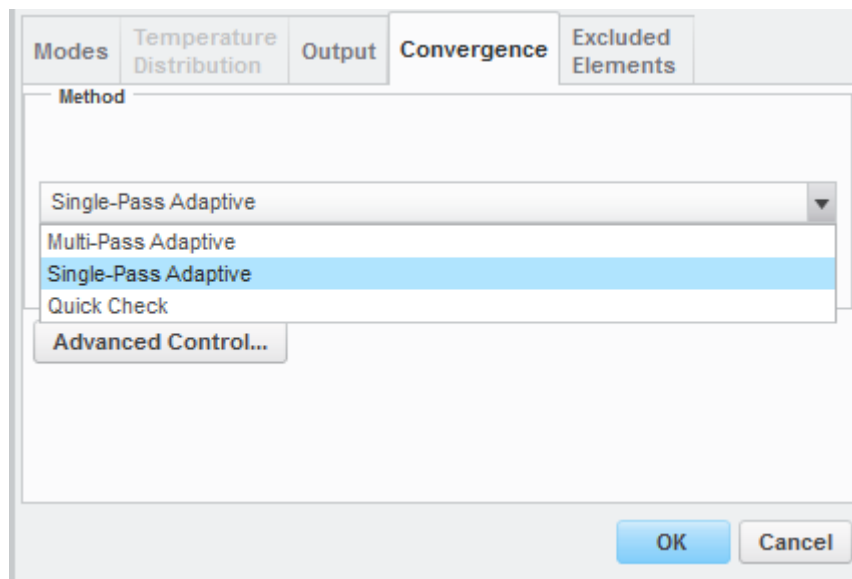


Figura 69. Ventana de 'Convergence'.

- 'Multi-Pass Adaptive': En este método definimos el mínimo y el máximo orden de polinomio, además del porcentaje de convergencia. El programa va realizando los cálculos y aumentando el orden de los polinomios para cada elemento de borde. El análisis finaliza cuando el porcentaje de la diferencia entre los resultados del paso actual y el anterior es menor que el porcentaje de convergencia especificado o cuando se alcanza el máximo orden de polinomio.

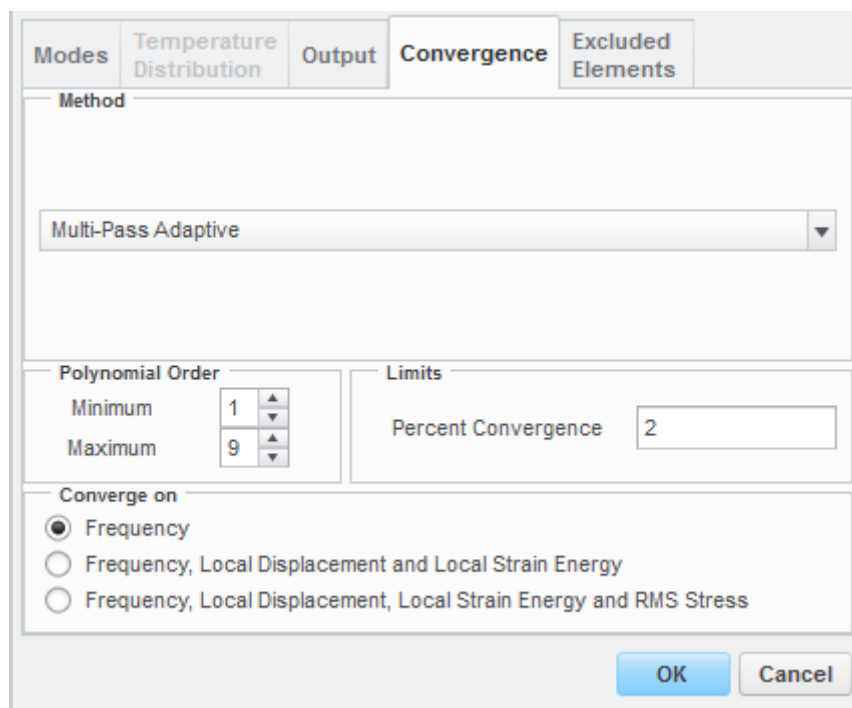


Figura 70. Ventana de definición de 'Multi-Pass Adaptive'.

- 'Single-Pass Adaptative': Este método obtiene una primera solución mediante un polinomio de tercer orden, determinando un error de estimación en la tensión local. A partir de este error, el programa calcula una nueva distribución de orden de polinomio y realiza un paso final. En los resultados se muestra un resumen con la estimación del error, con lo que se puede comprobar la calidad de la solución. Si observamos que el error utilizando este método es demasiado grande, sería aconsejable pasar a utilizar el método 'Multi-Pass Adaptative'.
- 'Quick Check': Es un método utilizado para verificar que las condiciones del problema se han definido bien, un análisis simple en el cual el programa obtiene una solución rápida mediante un polinomio de tercer orden.

8.2.3. Método de resolución de análisis óptimo.

Como hemos comentado anteriormente, en el Departamento de Ingeniería Mecánica se ha estudiado en otros proyectos la sensibilidad en los análisis modales del programa 'Creo Elements/Pro' concluyendo y comprobando lo siguiente:

El mallado por defecto que produce 'Creo Simulate', a pesar de parecer demasiado escaso, con valor elevado de 'Plotting Grid', proporciona valores muy cercanos a los de los mallados más densos. Por esta razón se eligió el mallado por defecto como el óptimo debido en gran parte a la excelente relación 'precisión de resultados/tiempo invertido' y a la fiabilidad ante errores en el solver.

Las diferencias entre los resultados que devuelven los métodos 'Single-Pass Adaptative' y 'Multi-Pass Adaptative' se minimizan al aumentar la densidad del mallado. Los análisis de sensibilidad reflejaron que el método 'Multi-Pass Adaptative' era el más adecuado y eficiente.

Por último y como hemos citado en varias ocasiones, la relación 'precisión de resultados/mínimo tiempo invertido' fue el factor clave para consensuar la siguiente alineación de parámetros a la hora de realizar los análisis modales:

- Mallado por defecto.
- Método de resolución 'Multi-Pass Adaptative'.
- Máximo orden de polinomio = 9.
- Criterio de convergencia = 2%.
- Plotting Grid = 10.

8.3. GENERACIÓN DE GRIETA RECTA Y CIRCULAR EN EL EJE.

Como hemos explicado en la sección 7 del proyecto, vamos a diseñar 12 grietas, tanto rectas como circulares, a diferentes porcentajes del radio y en cada una de las 8 posiciones de estudio críticas del eje.

En este apartado vamos a definir la metodología llevada a cabo para realizar la extrusión y la eliminación del material para modelar las grietas recta y circulares.

Antes de ver el proceso, recordaremos las distancias a las que se encuentran cada uno de los puntos críticos a lo largo del eje que serán estudiados:

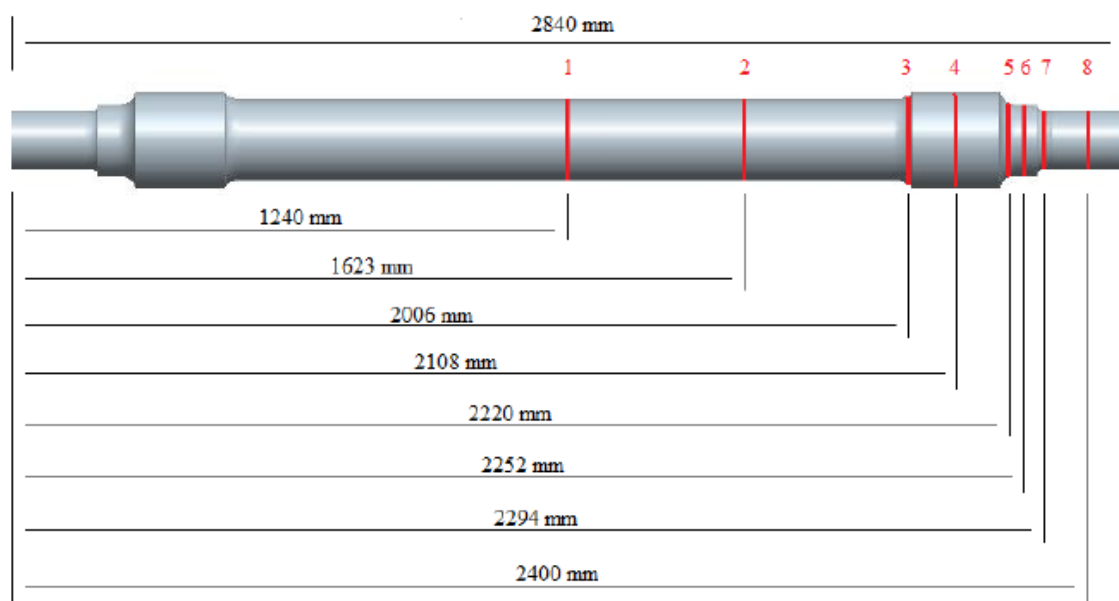


Figura 71. Posiciones de generación de grieta.

Una vez situadas las posiciones, a la hora de realizar las grietas generaremos planos perpendiculares a la directriz del eje en cada una de ellas.

Como vamos a ver a continuación, para definir la metodología utilizaremos un ejemplo tanto de grieta circular como de grieta recta situadas en la posición 4.

8.3.1. Metodología para la generación de grieta recta.

El primer paso a realizar es crear un plano perpendicular a la directriz del eje a la distancia de la posición elegida mediante el comando 'Plano':

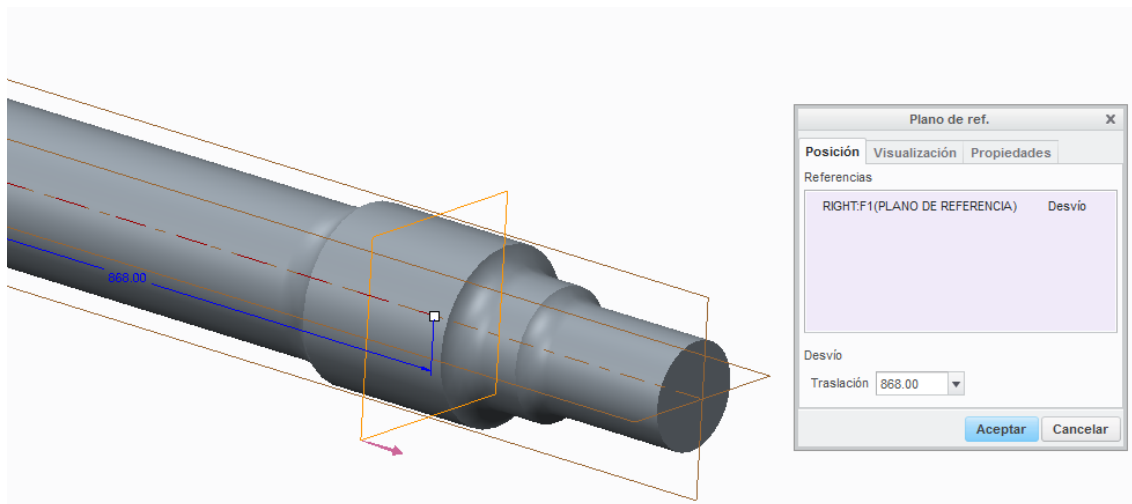


Figura 72. Generación de plano perpendicular a la directriz del eje.

Una vez creado el plano, vamos a realizar en él el boceto de la grieta recta a extruir, para ello tenemos que saber cuál es la distancia entre el centro del eje y la zona plana más cercana de la grieta, con lo que crearemos un Excel para cada posición y porcentaje de grieta como el de la figura:

Tabla 3. Tabla para calcular distancia entre centro del eje y zona plana de la grieta.

Posición 4		
Radio	107 mm	
Porcentaje del radio	Profundidad	Dist. al centro
1%	1,07	105,93
2%	2,14	104,86
4%	4,28	102,72
8%	8,56	98,44
16%	17,12	89,88
24%	25,68	81,32
33%	35,31	71,69
44%	47,08	59,92
50%	53,5	53,5
66%	70,62	36,38
83%	88,81	18,19
100%	107	0

Con esta distancia, ya somos capaces de crear el boceto necesario para la extrusión que más tarde realizaremos:

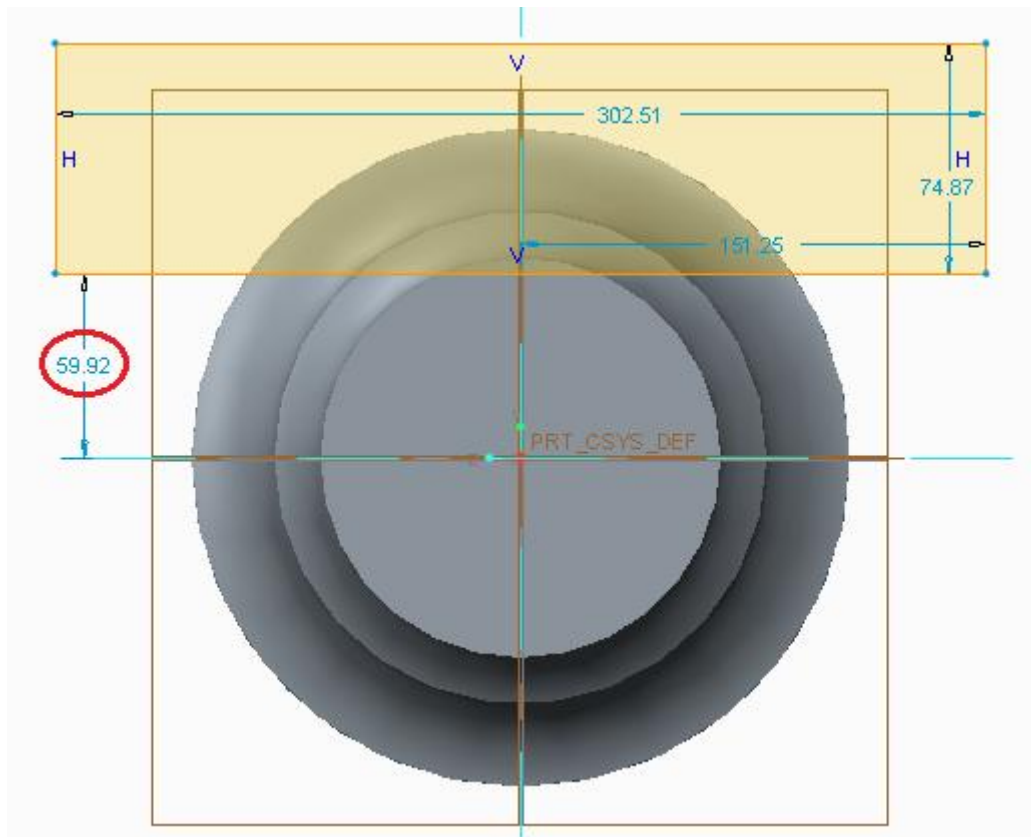


Figura 73. Creación de boceto según las distancias de la tabla para grieta recta.

Con el esbozo realizado ya solo falta realizar la extrusión. Para ello pulsamos en la herramienta 'Extrusión' y modificamos los parámetros necesarios, incluido el ancho de la grieta, que en nuestro caso es de 4 mm (ya que es a 44% del radio):

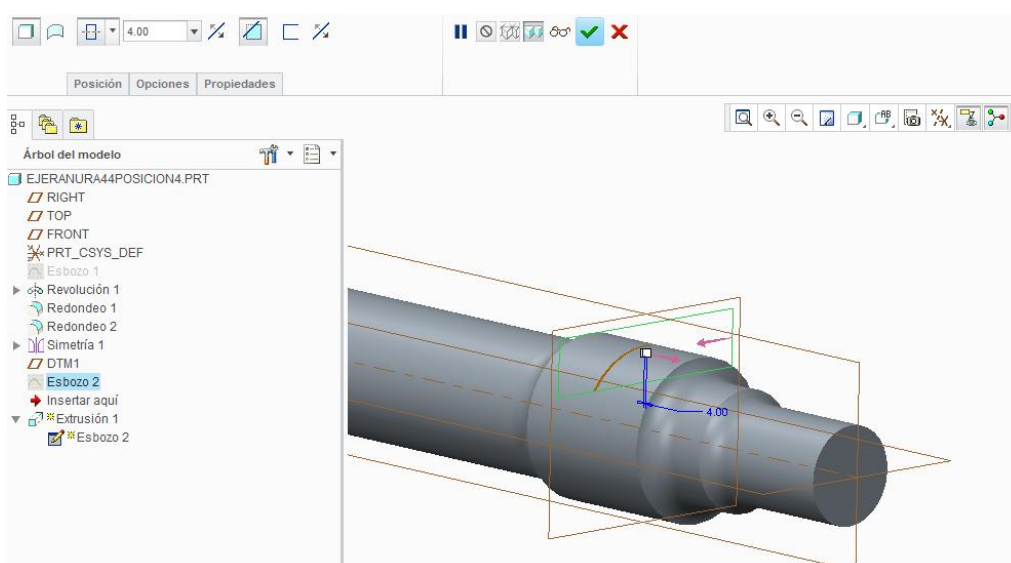


Figura 74. Extrusión de la grieta recta.

Para finalizar podemos observar como la grieta ha sido perfectamente engendrada por el programa:

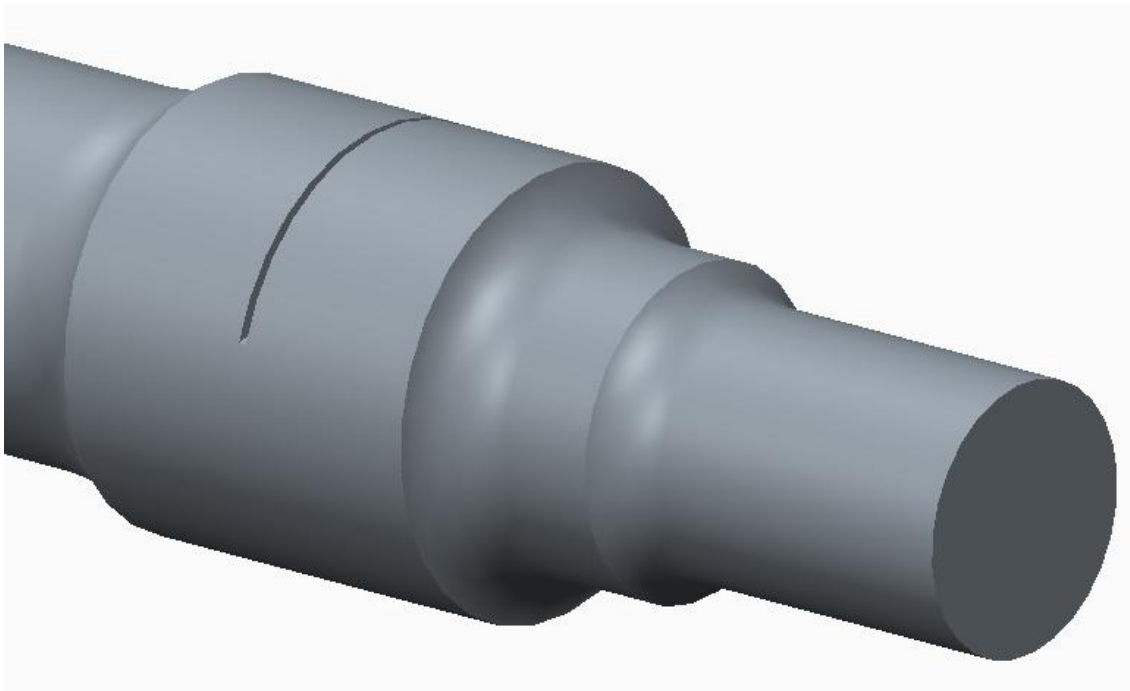


Figura 75. Detalle de la grieta recta realizada.

8.3.2. Metodología para la generación de grieta circular.

Para el caso de la generación de grieta circular, los pasos seguidos son prácticamente similares, exceptuando a la hora de calcular la distancia entre el centro del eje y el centro de la circunferencia generadora de la grieta.

El primer paso sigue siendo la creación de un plano perpendicular a la directriz del eje a la distancia requerida por la posición.

A continuación en ese plano, creamos el boceto para la generación de la grieta. Para crearlo nos apoyamos en la 'Tabla 2' vista en el capítulo anterior que nos mostraba la distancia entre el centro del eje y el centro de la circunferencia generadora de grieta para cada posición y porcentaje de radio. Este paso lo podemos ver en la siguiente figura:

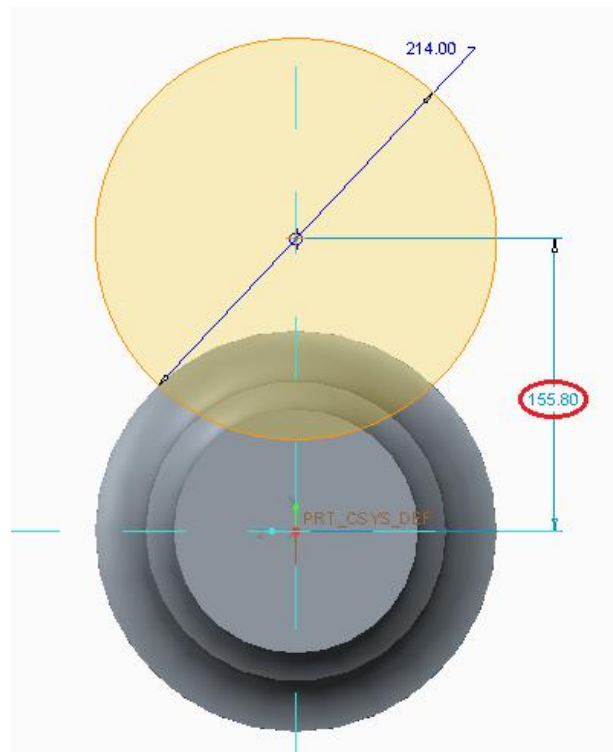


Figura 76. Boceto con la distancia entre centros para realizar grieta circular.

Una vez tenemos realizado el boceto, pasaríamos a realizar la extrusión de la misma manera que en el apartado de la grieta recta y con un espesor de 4 mm.

Finalmente en la siguiente figura podemos observar la grieta circular completamente terminada:

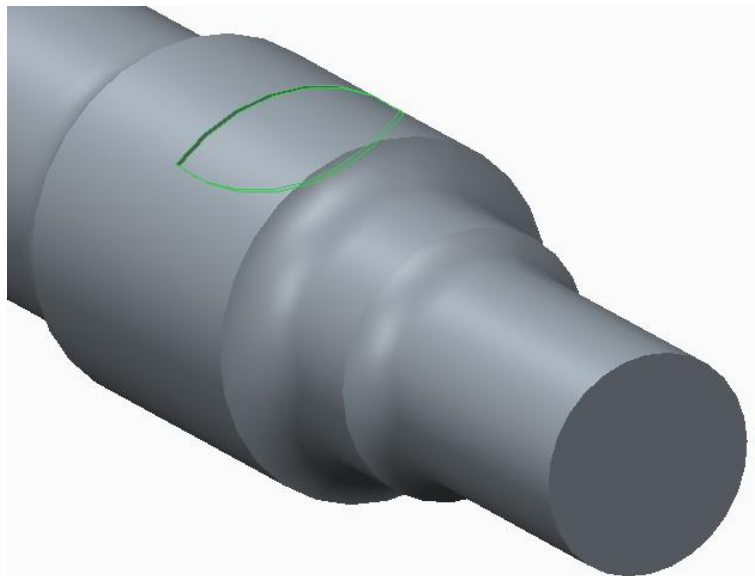


Figura 77. Detalle de la grieta circular realizada.

Cabe destacar que este proceso ha sido llevado a cabo para realizar los dos tipos de grietas a cada porcentaje del radio y en cada posición, habiendo generado un total de 192 ejes diferentes para su posterior análisis.

8.4. VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS.

Una vez realizadas las grietas y los análisis con los parámetros definidos en el anterior apartado, se procede a extraer los resultados. Para ello en el módulo 'Creo Simulate' usamos la herramienta 'Simulate Results'. Una vez dentro, pinchamos en 'Insert→Result Window' y seleccionamos el archivo del análisis a visualizar, obteniendo la pantalla que se muestra a continuación:

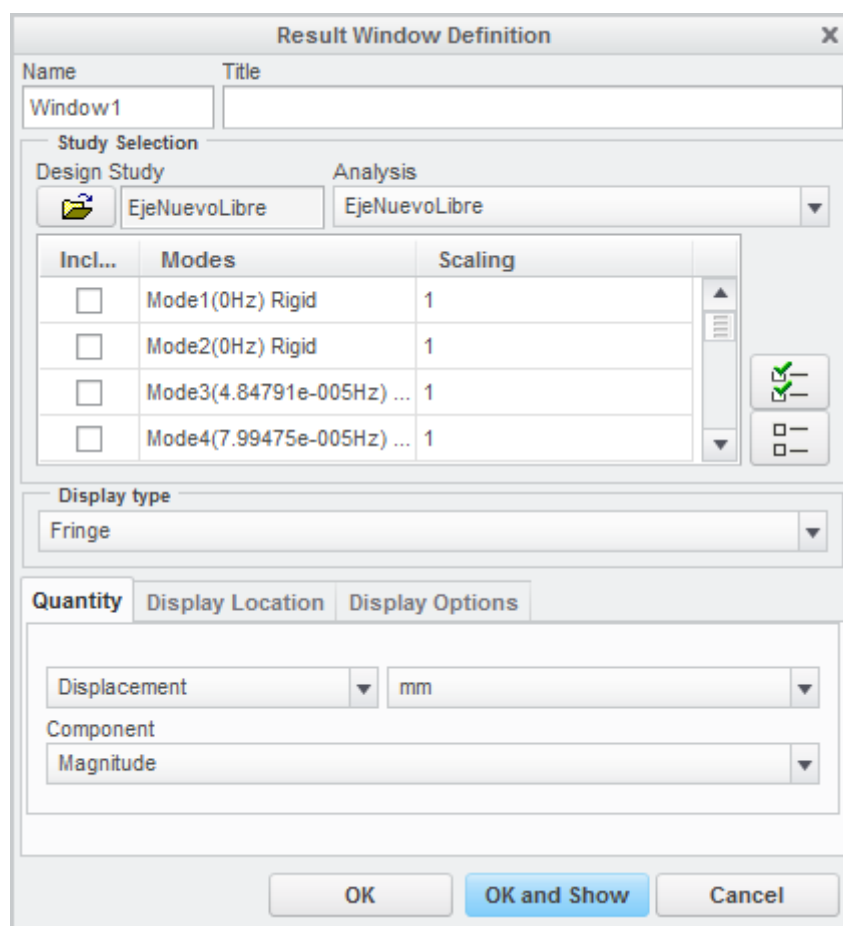


Figura 78. Representación de la ventana de resultados.

En la ventana mostrada podemos elegir el modo a representar o incluso una combinación de varios. También, se ofrece la posibilidad de seleccionar el tipo de visualización de resultados en el desplegable 'Display type', que contiene:

- Fringe: los resultados se representan en franjas de colores que van en función a la magnitud seleccionada y su intensidad.

- Vectors: los resultados se muestran mediante vectores de colores en función de la magnitud y su intensidad, además de proporcionarnos el sentido de dicha magnitud.
- Graph: reporta las gráficas de las diferentes curvas o aristas de la pieza analizada.
- Model: representa las aristas de la pieza de la cual se han obtenido los resultados.

Dentro de 'Result Window' también tenemos la pestaña 'Quantity' que nos ofrece las características numéricas de los resultados analizados, pudiendo escoger entre 'Stress' (tensión), 'Displacement' (desplazamiento), 'Strain' (deformación) y 'Strain Energy' (energía de deformación).

Por último, en la pestaña 'Display Options' se nos ofrece una importante variedad de visualizaciones que contiene el programa. Especialmente interesantes son 'Deformed' (en la que podemos ver la pieza deformada) y 'Animate' (en la que observamos una representación animada del comportamiento de la pieza):

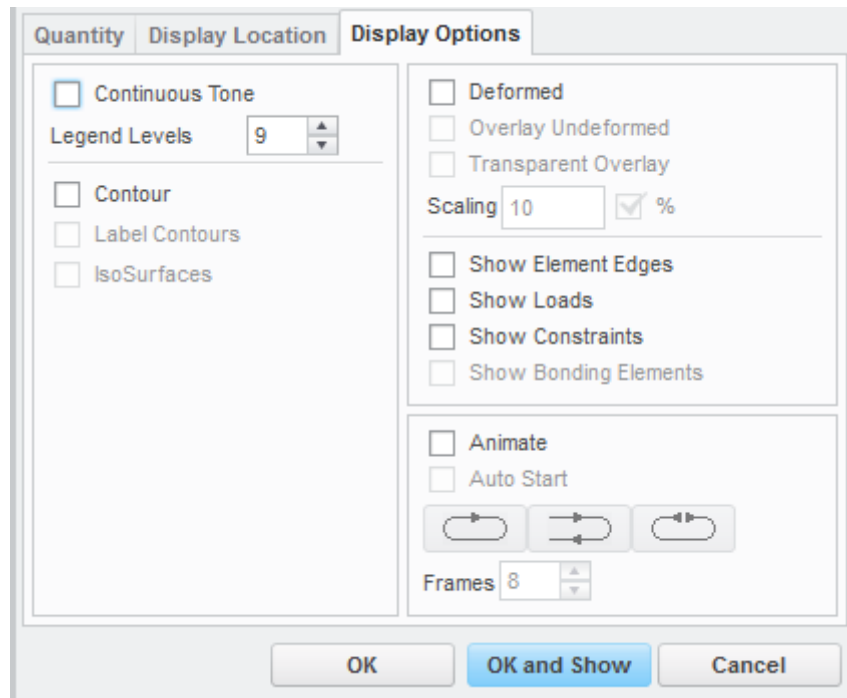


Figura 79. Ventana de 'Display Options'.

Una vez tenemos las características elegidas en todas las pestañas, pinchamos en 'Ok and show' y obtenemos la representación en la ventana. Es importante destacar que el programa permite añadir tantas ventanas como se quiera realizando los mismos pasos antes descritos, como podemos ver a continuación:

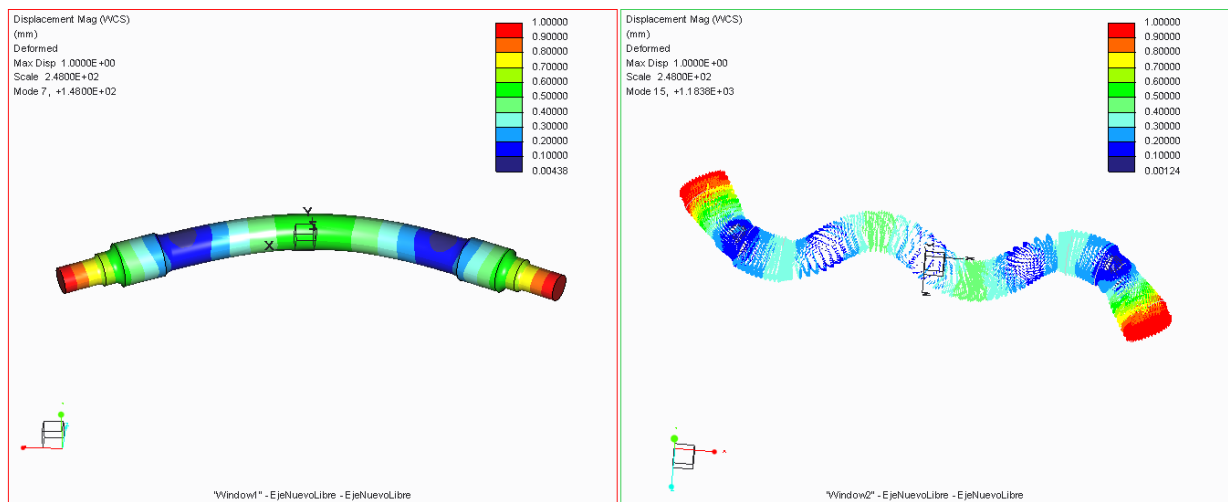


Figura 80. Visualización de resultados mediante 'Fringe' y 'Vectors'.



CAPÍTULO 9. RESULTADOS.



9.1. INTRODUCCIÓN.

En esta sección del proyecto vamos a ver el resumen de todos los resultados obtenidos en los análisis que se han realizado, además de las conclusiones a las que se ha llegado tras estudiarlos.

Al comienzo se presentarán los datos representativos del área de grieta calculada en cada posición y porcentaje que simulan el avance de las playas típicas previas al fallo por fatiga.

Posteriormente, y en el apartado que más volumen ocupará, se mostrarán los datos obtenidos con los análisis del eje en su estado libre. Podremos observar, tanto el resumen de frecuencias, como las diferencias porcentuales y las diferencias unitarias de cada posición y porcentaje en relación al eje nuevo sin grieta. También analizaremos el estudio característico de una posición relevante en el eje como es la posición 1, donde veremos la relación ‘frecuencia/área de grieta’, destacando los modos para los que realizar el análisis va a ser una opción más que fiable debido a la tendencia que experimenta la frecuencia cuando avanza el porcentaje y el área de grieta.

Por último, veremos una comparativa entre las frecuencias obtenidas para grieta recta y grieta circular y como varían los modos en función del avance de una u otra.

9.2. RELACIÓN ÁREA GRIETA-POSICIÓN EJE-PORCENTAJE RADIO.

Como hemos mostrado en el apartado 7.3.1. del proyecto, los valores del área creada por la grieta en cada posición y porcentaje son los siguientes:

Tabla 4. Áreas de cada posición hasta el 24% del porcentaje de radio.

Posición	Área Total Grieta (mm ²)					
	1%	2%	4%	8%	16%	24%
Posición 1	15,25	43,07	121,45	341,42	953,70	1729,69
Posición 2	15,25	43,07	121,45	341,42	953,70	1729,69
Posición 3	19,28	54,46	153,56	431,69	1205,83	2186,97
Posición 4	21,56	60,88	171,67	482,59	1348,01	2444,84
Posición 5	14,33	40,48	114,14	320,88	896,31	1625,60
Posición 6	11,97	33,82	95,36	268,08	748,84	1358,14
Posición 7	8,64	24,41	68,82	193,48	540,44	980,17
Posición 8	7,95	22,47	63,35	178,09	497,45	902,21

Tabla 5. Áreas de cada posición hasta el 100% del porcentaje de radio.

Posición	Área Total Grieta (mm ²)					
	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Posición 1	2747,57	4150,88	4974,90	7323,49	9982,77	12723,45
Posición 2	2747,57	4150,88	4974,90	7323,49	9982,77	12723,45
Posición 3	3473,95	5248,27	6290,14	9259,64	12621,97	16087,22
Posición 4	3883,56	5867,09	7031,80	10351,44	14110,22	17984,05
Posición 5	2582,22	3901,09	4675,52	6882,78	9382,04	11957,79
Posición 6	2157,37	3259,24	3906,25	5750,35	7838,40	9990,36
Posición 7	1556,97	2352,20	2819,15	4150,04	5656,98	7210,05
Posición 8	1433,14	2165,12	2594,93	3819,97	5207,06	6636,61

Con estos valores podemos representar la siguiente gráfica donde vemos como va a variar el área de grieta en función de la posición en la que se produzca a lo largo del eje. Podemos observar que en la posición 4, de mayor radio y sección, es en la que se van a producir los valores máximos de área de fallo:

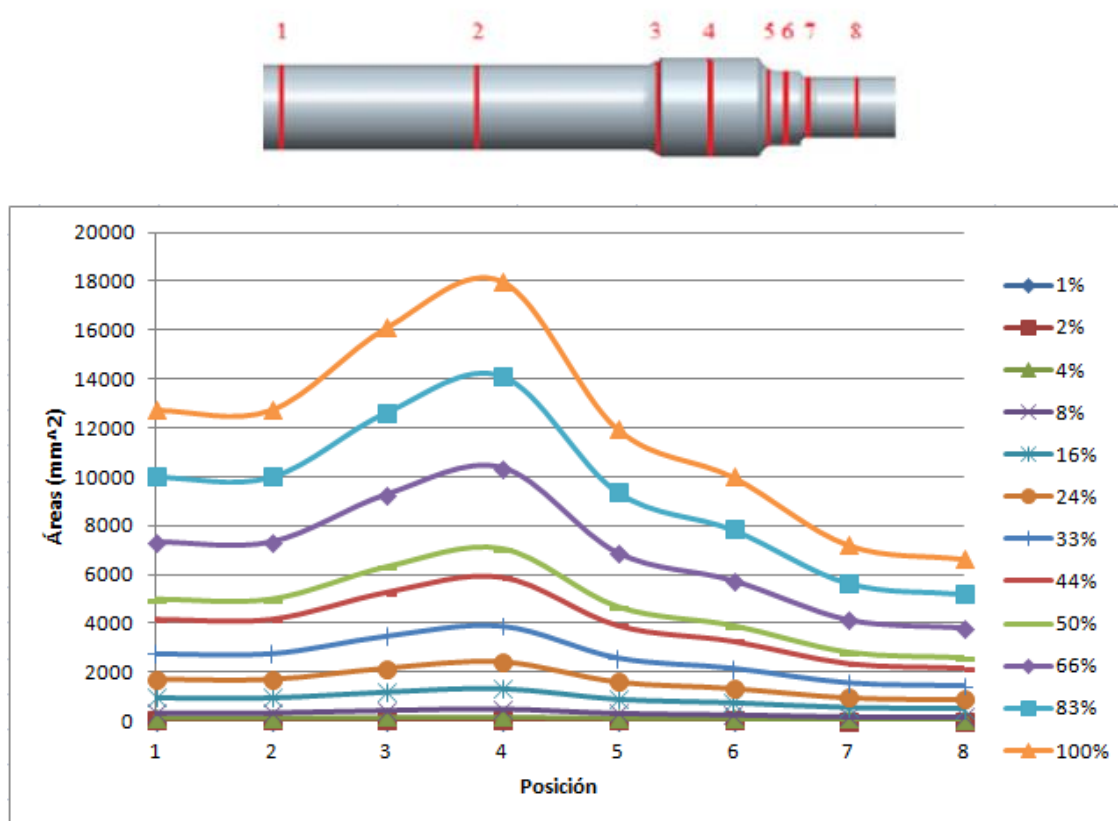


Figura 81. Gráfica representativa de las áreas de grieta en cada posición del eje.

Es interesante también, representar el grado con el que varía el área de grieta en función de con qué porcentaje del radio la estamos creando. Como es de esperar, el área crece a medida que aumenta el porcentaje del radio de la grieta que simula la playa, como podemos ver en la siguiente gráfica:

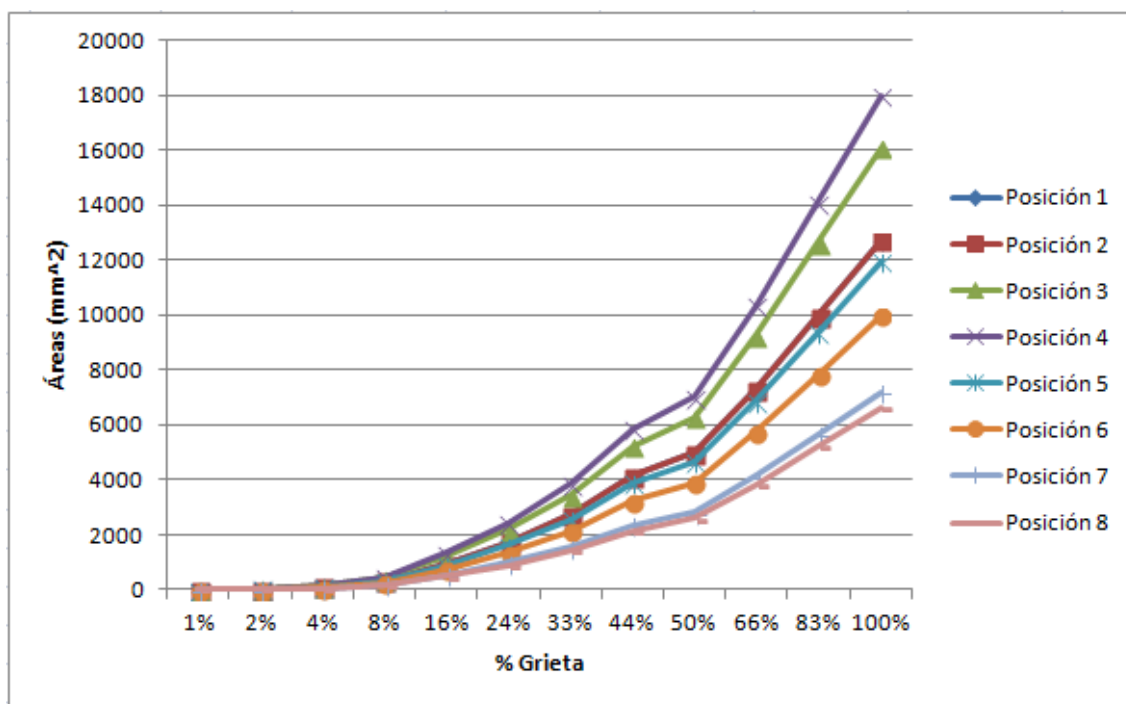


Figura 82. Gráfica representativa de las áreas de grieta en cada porcentaje del radio.

9.3. RESULTADOS OBTENIDOS EN EL ANÁLISIS SOBRE EL EJE LIBRE.

En este apartado veremos el conjunto de resultados obtenidos en los análisis realizados con el programa 'Creo Elements/Pro' sobre el eje en su estado libre a lo largo del proyecto.

Es importante indicar, que los valores de '0 Hz' que se van a obtener para los 6 primeros modos de vibración son de esperar, ya que coinciden y corresponden con los 6 grados de libertad del eje en el espacio y, por lo tanto, no se tendrán en cuenta en los resultados futuros.

A continuación se muestra unas figuras que representan el movimiento de los modos de vibración estudiados del eje libre:

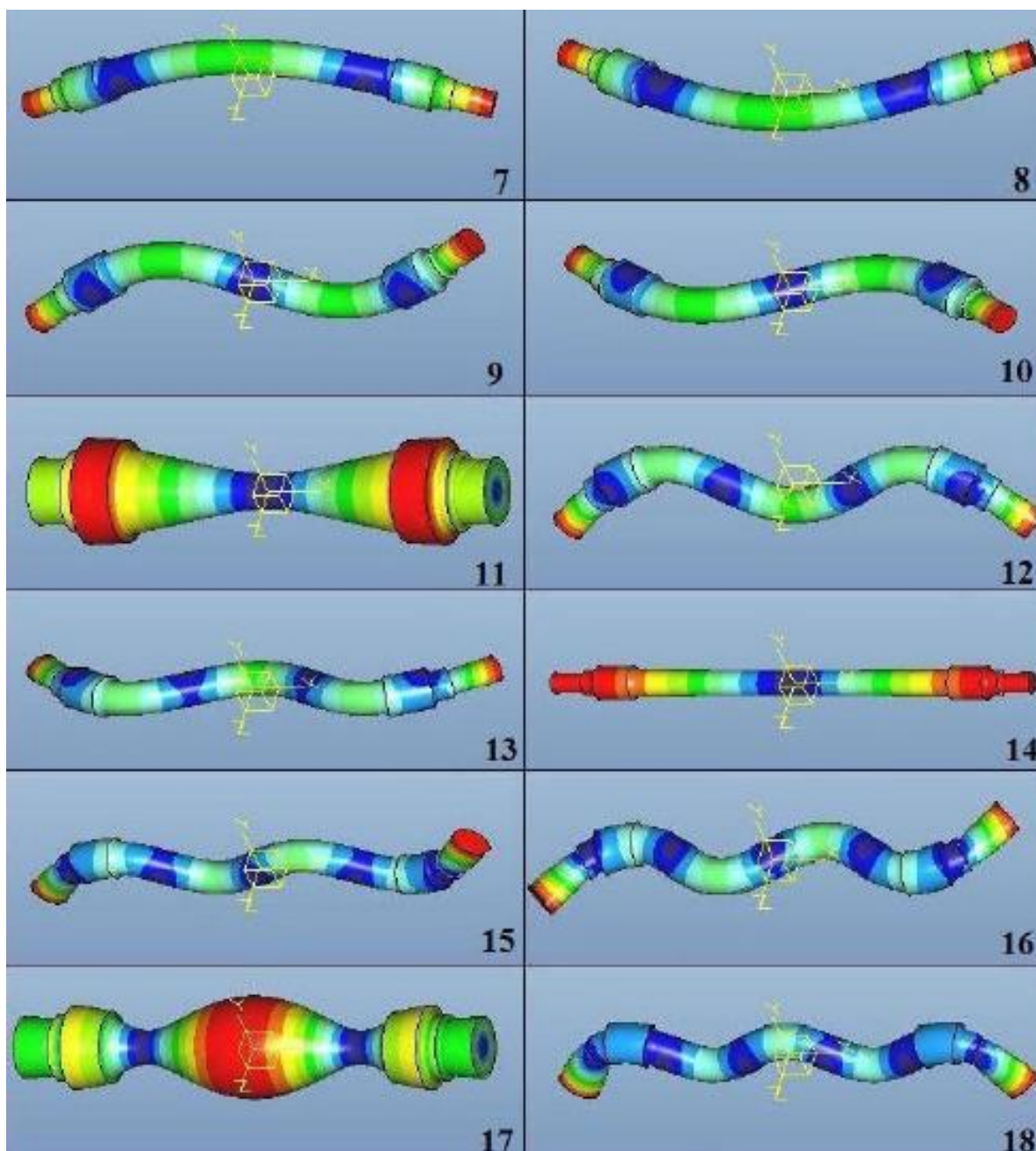


Figura 83. Representación de los modos (7-18) de vibración del eje libre.

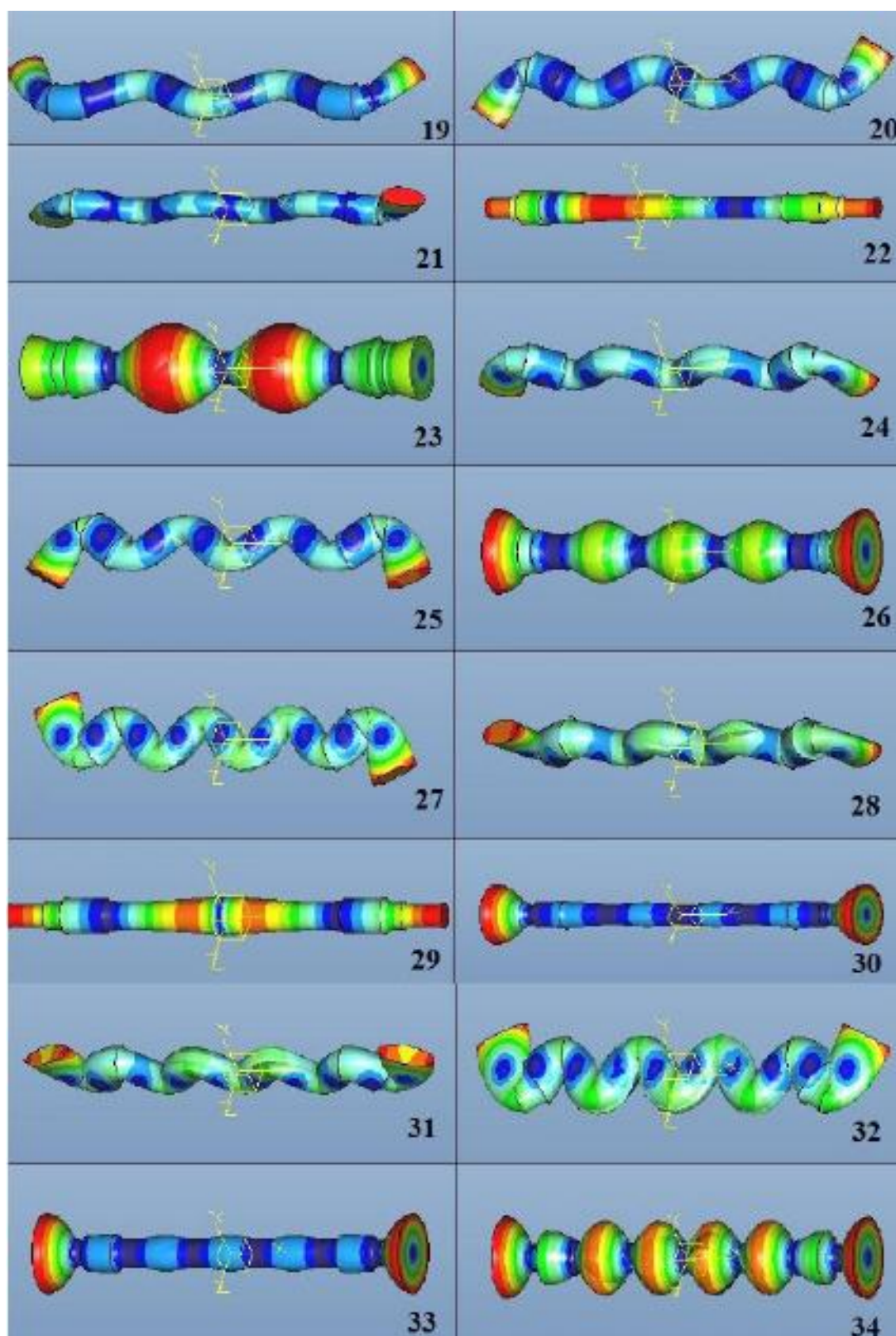


Figura 84. Representación de los modos (19-34) de vibración del eje libre.

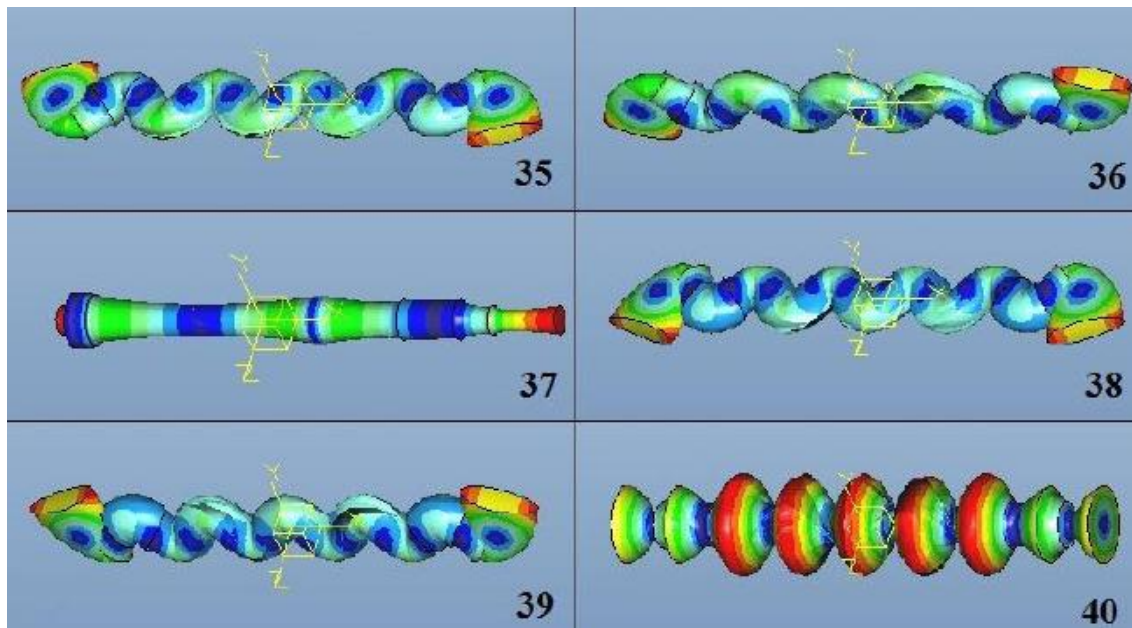


Figura 85. Representación de los modos (35-40) de vibración del eje libre.

Antes de presentar los resultados y fijándonos en las anteriores figuras, vamos a ser capaces de comprender por qué algunos de los valores de frecuencias que vamos a obtener son en algunos casos muy similares para modos consecutivos, debiéndose a que se trata de iguales movimientos pero respecto a ejes de coordenadas distintos.

9.3.1. Resultados globales de frecuencias para grieta recta.

El primer conjunto de tablas a presentar van a ser las frecuencias obtenidas para cada modo y posición de grieta recta, incluyendo una columna con las frecuencias del análisis del eje nuevo para comparar y dos filas extras con valores de tiempo en segundo que el programa necesitó para los análisis: 'Tiempo 1= tiempo total transcurrido en el análisis' y 'Tiempo 2=tiempo de cálculo de CPU'.

Por cuestiones de espacio en el documento, presentaremos las tablas de manera consecutiva, extrayendo las conclusiones al final de cada apartado.

Tabla 6. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 1' en grieta recta.

		POSICIÓN 1													
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	
	Modo 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 7	148,00	148,11	148,01	148,05	147,96	147,51	146,98	145,88	143,75	142,37	137,36	130,10	118,93	
	Modo 8	148,00	148,12	148,08	148,06	148,05	148,10	148,01	147,91	147,65	147,39	146,27	144,50	141,15	
	Modo 9	403,28	403,31	403,19	403,24	403,34	403,15	403,25	403,30	403,14	402,89	402,81	402,52	401,57	
	Modo 10	403,37	403,44	403,26	403,29	403,39	403,45	403,46	403,37	403,35	403,24	403,12	403,07	402,71	
	Modo 11	652,36	652,90	652,61	652,68	652,52	652,08	651,63	650,80	648,45	647,26	641,29	634,72	618,94	
	Modo 12	761,11	761,35	761,28	761,26	761,26	759,58	757,63	753,87	746,31	741,80	725,09	701,46	667,47	
	Modo 13	761,15	761,44	761,39	761,43	761,63	761,61	761,18	761,06	759,86	759,18	755,26	749,06	739,01	
	Modo 14	1073,91	1074,33	1074,12	1074,17	1073,97	1073,28	1072,18	1069,93	1064,78	1061,30	1046,51	1023,74	989,26	
	Modo 15	1183,76	1184,01	1183,86	1183,83	1184,12	1183,74	1184,00	1184,18	1183,14	1182,92	1180,95	1179,25	1174,32	
	Modo 16	1183,91	1184,06	1184,15	1184,12	1184,28	1184,15	1184,30	1184,46	1183,67	1183,52	1183,03	1182,33	1180,40	
	Modo 17	1415,24	1414,26	1413,72	1413,84	1414,81	1414,66	1414,71	1414,36	1414,69	1413,85	1414,72	1414,22	1415,42	
	Modo 18	1621,68	1622,66	1622,12	1622,06	1622,11	1619,07	1616,33	1610,72	1599,11	1591,87	1571,33	1549,84	1531,26	
	Modo 19	1621,84	1622,70	1622,49	1622,51	1622,67	1622,29	1622,54	1622,01	1620,06	1617,93	1612,04	1602,67	1587,42	
	Modo 20	2054,52	2055,76	2055,43	2055,48	2055,38	2054,24	2055,43	2055,99	2053,91	2052,20	2046,06	2038,55	2006,49	
	Modo 21	2054,80	2056,07	2055,51	2055,79	2055,49	2055,03	2056,29	2056,35	2054,87	2053,16	2052,45	2051,50	2047,42	
	Modo 22	2228,99	2228,28	2227,96	2228,03	2228,77	2228,58	2228,76	2228,48	2228,79	2228,08	2215,47	2189,15	2142,87	
	Modo 23	2261,49	2263,30	2264,39	2264,25	2264,00	2261,90	2258,35	2255,71	2244,43	2242,31	2229,09	2228,46	2230,30	
	Modo 24	2530,30	2531,35	2530,74	2530,45	2530,12	2525,78	2521,93	2513,86	2496,04	2485,54	2453,41	2416,35	2377,61	
	Modo 25	2530,84	2531,62	2530,97	2530,88	2531,05	2530,40	2531,04	2531,51	2527,22	2524,27	2515,60	2502,22	2481,71	
	Modo 26	3081,04	3079,22	3079,88	3079,23	3078,43	3079,60	3080,27	3080,51	3080,28	3080,90	3077,16	3063,59	3028,17	
	Modo 27	3094,85	3095,67	3095,01	3095,57	3096,09	3095,26	3094,92	3097,24	3089,68	3089,66	3082,04	3080,39	3070,83	
	Modo 28	3095,61	3095,92	3095,95	3095,65	3096,50	3096,08	3096,44	3099,62	3093,78	3093,64	3089,04	3084,18	3081,74	
	Modo 29	3417,27	3418,41	3419,27	3419,08	3418,72	3416,08	3411,55	3403,95	3383,29	3371,54	3312,21	3229,72	3127,36	
	Modo 30	3540,70	3543,69	3542,01	3542,12	3542,48	3540,31	3540,47	3538,81	3533,17	3529,00	3515,72	3501,13	3465,71	
	Modo 31	3739,63	3732,11	3732,14	3732,58	3732,36	3727,91	3718,89	3712,98	3684,82	3675,49	3653,63	3639,51	3636,79	
	Modo 32	3740,54	3732,78	3732,52	3733,14	3733,96	3734,66	3732,29	3736,59	3727,10	3725,59	3710,67	3689,52	3657,03	
	Modo 33	3786,47	3787,96	3787,58	3787,75	3786,57	3786,21	3788,03	3788,50	3787,94	3787,15	3786,95	3787,46	3790,94	
	Modo 34	4357,27	4358,24	4356,58	4354,23	4356,37	4352,36	4347,30	4341,97	4316,87	4308,77	4247,53	4175,57	4036,61	
	Modo 35	4397,90	4390,36	4390,10	4389,95	4393,01	4391,02	4388,89	4406,17	4385,98	4393,08	4392,22	4370,29	4340,64	
	Modo 36	4401,56	4391,22	4390,83	4390,41	4393,28	4393,27	4391,07	4407,22	4388,07	4394,99	4393,77	4378,42	4371,33	
	Modo 37	4475,90	4475,07	4475,18	4474,88	4474,69	4474,87	4476,11	4475,89	4476,13	4475,19	4476,81	4476,04	4478,96	
	Modo 38	5070,03	5024,67	5032,75	5028,24	5026,55	5022,05	5011,40	5026,06	4963,50	4966,60	4908,12	4819,96	4754,08	
	Modo 39	5073,26	5025,52	5035,02	5028,98	5027,87	5028,68	5026,20	5067,33	5020,82	5042,24	5018,96	4981,27	4946,55	
	Modo 40	5176,03	5175,84	5175,52	5177,86	5179,24	5179,73	5179,70	5182,83	5179,14	5180,33	5181,48	5177,37	5158,67	
	Tiempo 1(s)	848,73	1523,40	1791,96	1914,34	914,21	1125,24	1480,95	1657,60	1371,03	2145,98	1229,47	2015,33	1144,48	
	Tiempo 2(s)	315,78	326,85	531,00	666,98	261,25	344,25	360,17	407,76	377,12	665,39	346,12	395,21	293,81	

FRECUENCIA PROPIA (Hz)

Tabla 7. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 2' en grieta recta.

		POSICIÓN 2												
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 7	148,00	148,01	148,06	148,01	148,03	147,79	147,30	146,69	145,37	144,47	140,97	135,71	127,10
	Modo 8	148,00	148,04	148,10	148,09	148,06	148,06	147,97	147,98	147,69	147,56	146,85	145,72	143,62
	Modo 9	403,28	403,27	403,29	403,28	403,14	402,50	400,90	398,62	394,30	391,70	381,50	368,13	350,25
	Modo 10	403,37	403,33	403,32	403,41	403,30	403,48	403,26	402,96	402,20	401,77	399,45	395,62	389,12
	Modo 11	652,36	652,48	652,74	652,58	652,61	652,33	651,47	651,21	649,12	648,27	643,27	637,54	624,66
	Modo 12	761,11	761,07	761,10	761,03	761,08	761,73	760,60	760,60	760,12	759,50	757,87	755,50	751,83
	Modo 13	761,15	761,17	761,18	761,14	761,13	761,85	761,02	761,25	760,65	760,72	759,52	758,28	755,63
	Modo 14	1073,91	1073,99	1074,20	1074,06	1074,04	1073,59	1072,24	1070,68	1066,03	1062,44	1045,73	1016,10	968,37
	Modo 15	1183,76	1183,69	1183,54	1183,45	1183,60	1184,01	1180,79	1178,87	1173,91	1171,32	1163,11	1157,11	1153,00
	Modo 16	1183,91	1183,84	1183,59	1183,80	1183,61	1185,09	1183,43	1183,69	1182,19	1181,38	1178,13	1172,61	1161,90
	Modo 17	1415,24	1414,83	1414,23	1414,92	1414,35	1414,33	1413,47	1410,27	1405,77	1405,16	1393,33	1381,38	1353,06
	Modo 18	1621,68	1621,84	1621,39	1621,34	1621,26	1621,93	1616,19	1612,45	1603,62	1598,15	1580,95	1561,42	1541,09
	Modo 19	1621,84	1621,93	1621,59	1621,49	1621,89	1624,05	1621,22	1621,94	1619,52	1618,58	1613,84	1606,05	1592,31
	Modo 20	2054,52	2054,82	2054,03	2053,95	2055,01	2058,73	2054,22	2055,40	2053,49	2052,39	2049,71	2045,40	2032,04
	Modo 21	2054,80	2055,11	2054,24	2054,66	2055,24	2059,16	2054,47	2056,11	2055,39	2054,43	2053,40	2052,12	2045,28
	Modo 22	2228,99	2228,65	2228,18	2228,67	2228,14	2227,82	2225,76	2220,81	2212,12	2206,42	2178,51	2136,96	2079,89
	Modo 23	2261,49	2262,03	2262,58	2261,31	2262,32	2264,22	2261,18	2262,81	2265,01	2262,35	2264,19	2260,97	2263,86
	Modo 24	2530,30	2529,96	2529,33	2529,38	2529,45	2527,24	2521,63	2516,53	2504,29	2498,52	2477,93	2462,41	2452,93
	Modo 25	2530,84	2530,62	2529,48	2529,44	2530,06	2530,72	2529,08	2530,21	2526,99	2526,67	2517,29	2504,70	2480,99
	Modo 26	3081,04	3080,47	3079,59	3080,62	3080,41	3077,91	3078,11	3076,02	3066,46	3062,72	3041,05	3008,48	2929,47
	Modo 27	3094,85	3094,01	3093,57	3094,18	3093,75	3092,23	3086,68	3081,97	3069,63	3063,17	3044,86	3026,22	3002,36
	Modo 28	3095,61	3095,06	3093,80	3095,35	3094,53	3094,58	3093,42	3094,97	3090,19	3089,21	3084,29	3078,46	3060,50
	Modo 29	3417,27	3417,55	3417,77	3416,99	3417,62	3418,37	3417,03	3418,60	3419,75	3417,76	3420,07	3418,07	3421,32
	Modo 30	3540,70	3541,13	3540,64	3540,29	3540,85	3541,28	3538,41	3538,82	3533,20	3531,88	3521,91	3505,89	3464,58
	Modo 31	3739,63	3732,23	3730,44	3731,61	3731,42	3730,88	3729,66	3729,36	3722,67	3723,77	3705,64	3688,43	3652,11
	Modo 32	3740,54	3732,65	3730,82	3732,95	3731,53	3731,56	3730,28	3731,43	3728,13	3727,73	3717,39	3708,88	3683,89
	Modo 33	3786,47	3786,64	3785,25	3785,82	3787,47	3786,52	3786,54	3788,36	3786,47	3784,80	3784,64	3783,54	3783,25
	Modo 34	4357,27	4356,34	4356,79	4355,76	4353,14	4353,21	4345,19	4340,57	4339,23	4312,33	4229,37	4140,77	4041,47
	Modo 35	4397,90	4389,85	4388,02	4395,27	4391,30	4383,95	4374,78	4360,17	4333,92	4315,53	4265,84	4215,30	4122,97
	Modo 36	4401,56	4391,57	4388,97	4399,01	4391,56	4390,40	4389,99	4390,26	4389,35	4384,84	4365,18	4348,86	4314,60
	Modo 37	4475,90	4475,60	4474,71	4475,39	4475,07	4473,20	4471,39	4468,49	4461,43	4458,68	4448,28	4440,24	4425,63
	Modo 38	5070,03	5030,19	5025,33	5029,79	5025,14	5021,35	5016,87	5015,03	5013,89	5002,68	4955,50	4936,73	4890,67
	Modo 39	5073,26	5030,97	5026,14	5036,78	5027,61	5024,35	5026,90	5028,55	5031,87	5032,34	4987,27	4964,51	4901,32
	Modo 40	5176,03	5175,23	5174,77	5177,71	5177,23	5173,68	5173,34	5169,36	5160,70	5156,76	5134,23	5116,09	5087,04
	Tiempo 1(s)	848,73	1149,04	1476,76	1596,73	1769,91	958,00	1595,31	2384,20	1119,18	1411,89	1538,89	2201,10	1213,98
	Tiempo 2(s)	315,78	311,49	563,82	368,74	573,65	200,87	608,17	698,39	287,54	317,73	309,26	769,47	351,03

FRECUENCIA PROPIA (Hz)

Tabla 8. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 3' en grieta recta.

		POSICIÓN 3														
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%		
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 7	148,00	147,97	148,02	147,99	147,96	147,93	147,95	147,88	147,67	147,58	147,13	146,39	145,04		
	Modo 8	148,00	148,07	148,09	148,04	148,02	148,10	148,02	148,04	147,98	147,92	147,83	147,62	147,30		
	Modo 9	403,28	403,27	403,26	403,22	403,18	402,98	402,33	401,55	399,49	398,29	392,56	383,48	366,01		
	Modo 10	403,37	403,40	403,46	403,25	403,37	403,48	403,28	403,14	402,92	402,60	401,46	399,38	395,30		
	Modo 11	652,36	652,44	652,63	652,43	652,32	652,48	652,38	652,20	651,70	651,19	650,28	648,23	645,35		
	Modo 12	761,11	761,11	761,04	761,05	760,49	759,93	757,98	754,85	747,10	742,74	723,37	695,26	651,92		
	Modo 13	761,15	761,47	761,46	761,12	761,08	761,78	761,22	760,94	759,66	758,81	755,12	748,75	736,09		
	Modo 14	1073,91	1073,97	1074,12	1073,95	1073,84	1073,92	1073,63	1073,03	1071,27	1069,72	1061,62	1042,49	1008,54		
	Modo 15	1183,76	1183,87	1183,85	1183,43	1183,23	1182,82	1178,35	1173,46	1162,43	1156,11	1136,22	1119,89	1112,33		
	Modo 16	1183,91	1184,11	1184,11	1183,58	1183,58	1184,97	1183,70	1183,68	1181,68	1180,16	1174,39	1163,91	1147,77		
	Modo 17	1415,24	1415,00	1414,77	1414,49	1415,41	1414,75	1413,16	1411,94	1410,09	1408,58	1400,39	1389,84	1364,41		
	Modo 18	1621,68	1621,69	1621,46	1621,17	1621,05	1622,91	1618,79	1616,79	1608,48	1605,16	1590,74	1574,44	1555,34		
	Modo 19	1621,84	1622,14	1621,95	1621,47	1622,00	1623,19	1622,14	1622,99	1620,14	1619,05	1614,05	1607,36	1594,15		
	Modo 20	2054,52	2055,04	2054,52	2054,39	2055,22	2059,62	2056,31	2056,52	2054,39	2053,36	2048,24	2032,14	2014,83		
	Modo 21	2054,80	2055,32	2054,96	2054,55	2055,45	2059,70	2057,09	2057,67	2054,94	2055,06	2052,87	2052,80	2041,67		
	Modo 22	2228,99	2228,81	2228,62	2228,38	2228,92	2228,23	2225,79	2222,52	2215,02	2208,91	2180,83	2132,87	2060,74		
	Modo 23	2261,49	2262,67	2262,07	2263,07	2259,99	2260,56	2260,90	2258,84	2249,03	2248,36	2230,61	2210,09	2170,56		
	Modo 24	2530,30	2531,07	2529,78	2529,34	2530,77	2528,71	2526,89	2523,52	2518,76	2514,22	2499,48	2485,39	2464,18		
	Modo 25	2530,84	2531,47	2530,39	2529,73	2533,06	2531,18	2529,44	2529,20	2529,74	2527,74	2523,29	2519,75	2490,67		
	Modo 26	3081,04	3080,73	3081,38	3079,84	3081,14	3080,85	3075,33	3071,27	3047,35	3035,00	2974,87	2910,63	2849,46		
	Modo 27	3094,85	3096,58	3094,57	3093,92	3098,37	3089,46	3082,10	3072,89	3066,65	3061,28	3038,70	3012,33	2956,62		
	Modo 28	3095,61	3096,90	3095,85	3094,29	3100,31	3095,28	3093,58	3093,87	3090,45	3089,41	3074,33	3059,22	3022,56		
	Modo 29	3417,27	3417,95	3417,59	3418,04	3415,97	3415,29	3413,07	3407,10	3390,34	3382,72	3344,27	3307,58	3260,58		
	Modo 30	3540,70	3540,65	3540,15	3540,11	3540,56	3540,89	3541,21	3540,65	3539,70	3540,72	3535,29	3530,46	3519,23		
	Modo 31	3739,63	3744,53	3733,46	3731,81	3749,58	3727,16	3716,07	3706,63	3683,01	3673,42	3644,88	3641,71	3624,00		
	Modo 32	3740,54	3746,01	3733,70	3732,81	3733,82	3734,42	3730,47	3734,03	3724,98	3722,78	3703,78	3691,78	3630,26		
Modo 33	3786,47	3787,57	3787,01	3786,66	3787,24	3788,82	3786,43	3785,00	3786,10	3785,07	3779,40	3774,07	3760,76			
Modo 34	4357,27	4353,63	4354,39	4352,97	4356,20	4351,88	4350,13	4345,56	4327,94	4316,42	4269,92	4210,54	4063,46			
Modo 35	4397,90	4402,75	4392,24	4387,46	4387,79	4388,25	4379,12	4384,42	4359,84	4344,89	4307,65	4319,51	4235,28			
Modo 36	4401,56	4411,34	4393,23	4388,45	4393,35	4391,84	4387,68	4386,48	4388,49	4381,22	4369,56	4357,82	4347,85			
Modo 37	4475,90	4475,49	4475,76	4474,52	4475,30	4475,22	4470,70	4467,29	4462,38	4455,34	4446,64	4434,86	4411,03			
Modo 38	5070,03	5068,20	5029,45	5023,93	5020,82	5020,58	5022,36	5023,31	5017,39	5002,41	4964,26	4906,82	4796,80			
Modo 39	5073,26	5079,86	5031,91	5024,56	5020,97	5031,84	5026,23	5028,61	5028,91	5021,76	5011,32	5001,07	4963,11			
Modo 40	5176,03	5180,21	5175,33	5174,63	5174,80	5170,96	5165,56	5165,37	5150,28	5132,53	5115,76	5105,53	5082,85			
Tiempo 1(s)	848,73	2063,24	2540,27	2388,62	1274,93	1131,05	1095,92	2819,58	1207,44	1919,42	1312,29	1415,83	1266,56			
Tiempo 2(s)	315,78	455,45	480,50	1009,86	331,47	227,70	308,98	500,08	364,25	543,94	303,17	324,15	394,37			

FRECUENCIA PROPIA (Hz)

Tabla 9. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 4' en grieta recta.

		POSICIÓN 4												
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
	Modo 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 7	148,00	147,97	148,00	148,03	147,98	147,98	147,94	147,90	147,85	147,77	147,76	147,44	147,10
	Modo 8	148,00	147,99	148,09	148,07	148,03	148,00	147,99	148,00	148,04	147,95	147,97	147,85	147,81
	Modo 9	403,28	403,21	403,13	403,25	403,19	403,15	402,89	402,56	401,57	401,18	399,17	395,31	387,96
	Modo 10	403,37	403,32	403,35	403,32	403,36	403,29	403,21	403,33	403,11	403,05	402,56	401,69	400,18
	Modo 11	652,36	652,20	652,60	652,65	652,42	652,36	652,28	652,12	652,31	651,72	652,00	650,82	650,38
	Modo 12	761,11	761,14	761,09	761,37	761,06	760,24	759,05	757,43	753,35	750,73	740,00	720,03	683,96
	Modo 13	761,15	761,36	761,32	761,43	761,30	761,14	760,95	760,96	760,26	759,98	757,76	753,72	746,65
	Modo 14	1073,91	1073,78	1074,11	1074,16	1073,94	1073,83	1073,64	1073,25	1072,72	1071,61	1067,58	1050,00	1005,82
	Modo 15	1183,76	1183,23	1183,61	1184,05	1183,45	1181,73	1178,77	1174,22	1164,40	1158,67	1136,86	1110,81	1098,50
	Modo 16	1183,91	1183,79	1183,82	1184,16	1183,97	1183,44	1183,20	1183,01	1181,52	1180,58	1176,18	1166,51	1151,21
	Modo 17	1415,24	1415,04	1413,99	1414,10	1414,79	1415,12	1414,90	1414,65	1412,96	1413,20	1410,54	1406,29	1397,31
	Modo 18	1621,68	1621,29	1621,97	1622,58	1621,79	1618,77	1614,80	1608,11	1596,09	1590,60	1560,97	1525,17	1485,23
	Modo 19	1621,84	1621,76	1622,48	1622,85	1622,62	1621,51	1621,26	1620,51	1619,43	1618,39	1610,48	1598,56	1580,39
	Modo 20	2054,52	2054,01	2054,26	2055,21	2054,71	2052,75	2050,68	2047,18	2039,83	2032,69	2016,86	1992,18	1960,46
	Modo 21	2054,80	2054,25	2055,08	2055,60	2055,66	2054,55	2054,73	2054,19	2052,52	2049,92	2044,48	2036,11	2011,60
	Modo 22	2228,99	2228,83	2228,12	2228,25	2228,61	2228,43	2227,50	2225,96	2221,91	2219,89	2209,68	2194,32	2171,44
	Modo 23	2261,49	2263,85	2263,37	2263,82	2262,74	2261,48	2260,79	2257,85	2257,89	2255,40	2244,78	2231,59	2194,24
	Modo 24	2530,30	2529,51	2530,05	2531,49	2531,27	2529,33	2528,92	2529,33	2527,72	2529,78	2519,36	2515,94	2486,84
	Modo 25	2530,84	2529,91	2530,32	2531,94	2531,46	2529,96	2529,59	2529,75	2528,71	2530,76	2524,93	2516,05	2512,47
	Modo 26	3081,04	3077,99	3078,46	3079,21	3078,94	3078,66	3076,53	3075,90	3062,73	3059,11	3028,79	2987,76	2878,92
	Modo 27	3094,85	3094,12	3094,42	3096,29	3096,22	3093,21	3092,94	3089,82	3086,95	3077,89	3067,01	3039,35	2929,29
	Modo 28	3095,61	3094,65	3095,79	3096,68	3097,65	3094,18	3094,29	3092,81	3092,90	3090,22	3088,77	3089,81	3079,45
	Modo 29	3417,27	3418,48	3418,55	3418,95	3417,88	3415,82	3412,94	3406,23	3393,39	3381,11	3321,24	3229,98	3144,86
	Modo 30	3540,70	3541,10	3542,13	3543,01	3542,98	3539,35	3537,48	3533,38	3528,14	3524,96	3503,53	3477,79	3425,49
	Modo 31	3739,63	3733,07	3733,33	3733,59	3736,29	3729,95	3723,63	3714,54	3698,05	3690,85	3650,19	3642,84	3602,42
	Modo 32	3740,54	3733,71	3733,43	3734,17	3738,32	3732,13	3733,07	3730,58	3730,43	3726,78	3709,93	3703,09	3652,52
	Modo 33	3786,47	3785,13	3784,44	3785,77	3786,41	3786,25	3787,08	3786,14	3785,72	3785,13	3780,73	3779,25	3771,05
	Modo 34	4357,27	4357,04	4360,98	4363,15	4360,85	4355,14	4352,02	4350,34	4306,68	4238,18	4164,39	4125,75	3987,71
	Modo 35	4397,90	4397,35	4390,31	4392,81	4393,31	4383,28	4376,25	4351,67	4350,42	4348,91	4340,98	4330,24	4261,62
	Modo 36	4401,56	4397,66	4391,25	4394,59	4394,89	4395,37	4396,66	4393,04	4382,79	4374,10	4368,53	4319,97	4285,38
	Modo 37	4475,90	4473,79	4474,83	4475,24	4474,82	4472,73	4469,82	4465,47	4455,88	4454,46	4444,88	4427,58	4419,57
	Modo 38	5070,03	5037,89	5040,97	5033,95	5033,03	5032,19	5028,83	4998,95	4949,10	4927,73	4892,72	4809,81	4592,25
	Modo 39	5073,26	5038,38	5041,66	5034,75	5034,69	5033,50	5032,99	5030,50	5016,64	5003,94	4995,26	4975,25	4832,24
	Modo 40	5176,03	5175,44	5176,26	5175,83	5175,10	5172,99	5171,03	5165,82	5150,78	5141,04	5074,11	5025,68	4936,25
	Tiempo 1(s)	848,73	1587,48	1385,01	1277,73	1120,49	1544,56	1753,69	1577,16	1431,69	1173,49	1172,25	1056,27	1857,77
	Tiempo 2(s)	315,78	538,23	363,09	270,49	300,57	511,28	467,89	330,13	521,42	575,80	193,30	495,30	731,64

Tabla 10. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 5' en grieta recta.

		POSICIÓN 5												
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 7	148,00	148,01	147,99	147,99	147,90	147,97	147,87	147,96	148,00	147,99	147,95	147,95	147,79	147,72
Modo 8	148,00	148,06	148,01	147,97	147,97	148,06	147,97	148,00	148,04	148,01	148,01	148,07	147,97	148,03
Modo 9	403,28	403,23	403,12	403,17	403,19	403,19	402,93	403,11	402,79	402,51	402,25	401,23	399,50	395,69
Modo 10	403,37	403,32	403,22	403,31	403,37	403,40	403,25	403,32	403,25	403,17	403,22	403,09	402,67	401,94
Modo 11	652,36	652,53	652,37	652,02	652,40	652,40	651,99	652,28	652,50	652,40	652,34	652,61	652,06	652,27
Modo 12	761,11	761,12	761,20	761,56	760,78	760,78	760,36	759,62	758,81	756,12	754,59	747,50	733,76	704,33
Modo 13	761,15	761,29	761,38	761,69	761,03	761,03	761,07	760,95	761,16	760,59	760,38	759,33	756,48	752,19
Modo 14	1073,91	1074,04	1073,92	1073,66	1073,93	1073,93	1073,58	1073,81	1073,87	1073,56	1073,22	1071,78	1060,19	1001,19
Modo 15	1183,76	1183,58	1183,42	1184,05	1183,02	1183,02	1181,32	1179,59	1175,04	1165,83	1160,27	1135,26	1100,17	1084,27
Modo 16	1183,91	1183,81	1183,68	1184,35	1183,49	1183,49	1183,43	1183,52	1183,07	1181,31	1180,74	1176,84	1168,44	1152,67
Modo 17	1415,24	1414,43	1413,96	1414,94	1414,97	1414,88	1414,88	1415,46	1413,87	1414,53	1414,44	1413,68	1413,71	1410,10
Modo 18	1621,68	1622,08	1621,98	1622,52	1620,35	1620,35	1616,97	1611,91	1603,36	1584,08	1573,38	1528,61	1470,33	1410,75
Modo 19	1621,84	1622,21	1622,43	1623,18	1621,51	1621,51	1620,99	1621,43	1620,84	1617,51	1616,06	1607,86	1590,29	1562,14
Modo 20	2054,52	2054,72	2054,62	2058,23	2052,66	2052,66	2048,94	2043,30	2031,76	2010,64	1999,22	1959,95	1918,66	1878,98
Modo 21	2054,80	2055,30	2055,37	2059,37	2054,53	2054,53	2054,74	2053,89	2026,96	2049,52	2027,44	2037,82	2018,44	1987,65
Modo 22	2228,99	2228,38	2228,09	2228,95	2228,68	2228,68	2228,47	2228,68	2226,33	2226,33	2225,53	2222,84	2218,67	2211,66
Modo 23	2261,49	2263,22	2265,22	2266,20	2261,15	2261,15	2263,56	2259,59	2263,75	2261,50	2260,05	2258,04	2248,66	2235,83
Modo 24	2530,30	2530,26	2530,21	2530,26	2528,54	2528,54	2525,55	2524,06	2514,42	2499,21	2491,93	2470,28	2443,99	2421,63
Modo 25	2530,84	2530,92	2530,87	2530,95	2529,31	2529,31	2529,38	2531,02	2529,79	2525,81	2524,13	2517,32	2498,45	2470,66
Modo 26	3081,04	3078,72	3076,55	3078,77	3080,10	3080,10	3078,75	3080,50	3073,36	3065,96	3061,41	3032,61	2980,65	2811,39
Modo 27	3094,85	3094,55	3094,56	3094,08	3092,81	3092,81	3093,91	3092,36	3091,23	3083,61	3073,01	3059,52	3039,73	3012,79
Modo 28	3095,61	3095,09	3096,55	3094,43	3094,23	3094,23	3094,41	3094,06	3094,92	3094,94	3089,73	3087,75	3081,48	3072,40
Modo 29	3417,27	3418,28	3419,52	3420,44	3416,71	3416,71	3417,43	3414,10	3414,05	3407,48	3402,67	3388,13	3361,56	3259,28
Modo 30	3540,70	3542,26	3542,62	3542,58	3539,94	3539,94	3536,45	3531,66	3527,14	3504,32	3496,33	3433,31	3362,37	3320,54
Modo 31	3739,63	3732,57	3734,64	3735,17	3731,20	3731,20	3731,50	3731,52	3734,85	3723,22	3721,27	3708,94	3692,93	3671,83
Modo 32	3740,54	3733,15	3735,48	3736,25	3731,42	3731,42	3732,09	3733,68	3737,93	3725,91	3725,37	3722,51	3714,11	3697,41
Modo 33	3786,47	3785,88	3785,16	3785,84	3784,68	3784,68	3784,41	3780,41	3775,82	3762,89	3750,74	3745,69	3738,46	
Modo 34	4357,27	4358,83	4358,61	4359,03	4356,76	4356,76	4352,09	4354,84	4355,81	4348,84	4351,36	4339,27	4226,65	4064,94
Modo 35	4397,90	4390,64	4389,12	4395,44	4389,35	4389,35	4390,11	4391,57	4392,64	4381,18	4381,11	4342,83	4321,81	4285,82
Modo 36	4401,56	4392,19	4389,77	4395,87	4391,74	4391,74	4392,72	4393,90	4394,88	4384,45	4381,93	4380,05	4374,39	4354,16
Modo 37	4475,90	4474,73	4473,14	4473,65	4474,77	4474,77	4471,23	4469,32	4457,97	4435,79	4422,16	4386,76	4375,70	4370,09
Modo 38	5070,03	5033,25	5023,96	5034,41	5028,49	5028,49	5018,73	5032,71	5018,26	4996,13	4989,97	4947,60	4877,13	4808,34
Modo 39	5073,26	5033,67	5024,43	5046,68	5032,00	5032,00	5020,84	5033,35	5030,88	5008,46	5006,10	4993,54	4954,43	4871,97
Modo 40	5176,03	5174,38	5176,26	5178,66	5175,90	5175,90	5174,78	5176,73	5179,54	5175,29	5171,98	5117,27	5070,49	5020,83
Tiempo 1(s)	848,73	1524,65	1104,80	1218,67	1761,56	1761,56	1329,39	1294,12	2446,04	1500,24	1753,94	1281,27	2193,76	1216,05
Tiempo 2(s)	315,78	324,73	316,17	341,84	671,22	671,22	482,87	330,22	519,94	308,73	531,51	246,73	666,73	329,68

FRECUENCIA PROPIA (Hz)

Tabla 11. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 6' en grieta recta.

		POSICIÓN 6													
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	
	Modo 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 7	148,00	147,95	147,98	148,02	147,96	148,02	147,95	148,02	147,94	147,93	147,98	147,89	147,79	
	Modo 8	148,00	148,01	148,00	148,05	148,00	148,06	147,99	148,07	148,03	148,01	148,07	147,99	148,05	
	Modo 9	403,28	403,11	403,18	403,24	403,11	403,28	402,96	402,92	402,59	402,51	401,64	400,32	397,25	
	Modo 10	403,37	403,29	403,25	403,32	403,25	403,36	403,22	403,24	403,27	403,24	403,09	402,67	402,23	
	Modo 11	652,36	652,32	652,33	652,55	652,30	652,53	652,28	652,61	652,30	652,21	652,58	652,24	652,23	
	Modo 12	761,11	760,94	760,91	761,24	760,85	760,90	759,76	759,16	756,85	755,41	749,53	738,19	712,22	
	Modo 13	761,15	761,12	761,01	761,27	761,13	761,19	760,92	761,06	760,69	760,31	759,36	757,10	753,10	
	Modo 14	1073,91	1073,86	1073,88	1074,06	1073,86	1074,03	1073,81	1073,99	1073,60	1073,28	1072,35	1063,57	1004,78	
	Modo 15	1183,76	1183,13	1183,32	1183,77	1183,24	1182,08	1179,29	1175,81	1167,12	1162,46	1138,23	1101,89	1083,07	
	Modo 16	1183,91	1183,50	1183,57	1183,92	1183,45	1183,80	1183,31	1182,95	1181,58	1180,99	1176,57	1168,99	1153,73	
	Modo 17	1415,24	1414,71	1414,72	1414,38	1414,47	1415,05	1414,44	1413,78	1414,74	1415,06	1413,71	1413,30	1398,35	
	Modo 18	1621,68	1621,28	1621,41	1621,99	1620,24	1618,07	1611,13	1603,42	1583,53	1572,22	1524,94	1462,97	1411,32	
	Modo 19	1621,84	1621,60	1621,84	1622,38	1621,71	1622,13	1620,53	1620,95	1617,60	1615,60	1606,37	1589,38	1560,35	
	Modo 20	2054,52	2053,42	2054,02	2054,43	2052,57	2048,94	2039,33	2029,10	2004,81	1992,45	1946,63	1901,63	1863,35	
	Modo 21	2054,80	2054,38	2054,46	2055,16	2054,27	2054,99	2053,51	2053,53	2049,71	2046,48	2033,82	2013,05	1984,24	
	Modo 22	2228,99	2228,54	2228,55	2228,41	2228,39	2228,73	2227,95	2227,06	2226,97	2226,48	2223,59	2220,06	2214,84	
	Modo 23	2261,49	2262,95	2261,90	2263,10	2262,72	2262,38	2261,71	2262,86	2261,25	2258,08	2258,47	2252,65	2239,42	
	Modo 24	2530,30	2529,47	2529,76	2530,61	2528,55	2525,41	2516,87	2508,79	2489,12	2479,73	2449,41	2421,02	2399,49	
	Modo 25	2530,84	2529,60	2529,94	2530,68	2529,61	2530,66	2529,01	2529,33	2526,18	2522,80	2511,55	2494,14	2470,75	
	Modo 26	3081,04	3078,25	3079,64	3079,36	3079,80	3077,76	3078,79	3072,34	3064,84	3064,08	3032,93	2979,50	2793,08	
	Modo 27	3094,85	3093,30	3093,78	3094,56	3092,82	3091,69	3085,56	3079,08	3077,72	3065,37	3039,33	3011,80	2981,86	
	Modo 28	3095,61	3094,35	3094,76	3095,39	3094,74	3095,87	3093,77	3093,95	3093,73	3092,37	3085,08	3073,12	3060,73	
	Modo 29	3417,27	3417,92	3417,40	3418,39	3417,84	3417,10	3415,51	3414,06	3409,33	3404,82	3395,14	3336,95	3234,73	
	Modo 30	3540,70	3541,17	3541,36	3542,16	3539,34	3537,97	3528,64	3524,01	3497,21	3487,04	3414,95	3376,02	3349,19	
	Modo 31	3739,63	3730,49	3731,81	3732,17	3734,60	3731,86	3731,20	3723,69	3722,24	3718,40	3709,20	3687,46	3671,43	
	Modo 32	3740,54	3731,59	3733,84	3732,33	3734,97	3733,61	3734,66	3728,68	3730,34	3727,47	3711,19	3690,08	3677,31	
	Modo 33	3786,47	3784,59	3785,15	3785,65	3784,50	3781,86	3776,98	3770,33	3756,16	3753,37	3745,59	3733,27	3730,15	
	Modo 34	4357,27	4359,62	4359,63	4360,79	4357,34	4358,74	4354,91	4355,69	4348,94	4347,04	4333,08	4280,87	4168,05	
	Modo 35	4397,90	4392,17	4392,71	4389,94	4391,94	4394,38	4393,53	4391,31	4384,44	4380,57	4353,11	4312,38	4283,65	
	Modo 36	4401,56	4394,24	4396,05	4392,08	4395,08	4396,53	4396,94	4391,48	4394,78	4393,39	4380,81	4372,24	4359,87	
	Modo 37	4475,90	4474,10	4475,11	4475,15	4474,42	4472,31	4468,55	4459,83	4444,43	4435,83	4406,94	4389,45	4367,92	
	Modo 38	5070,03	5025,69	5033,54	5029,12	5033,07	5036,01	5036,87	5039,70	5036,56	5033,30	4987,76	4984,96	4890,39	
	Modo 39	5073,26	5030,76	5042,84	5030,24	5036,17	5037,80	5044,14	5042,90	5043,36	5042,36	5008,25	5006,22	4912,50	
	Modo 40	5176,03	5172,41	5175,63	5172,94	5175,89	5173,35	5172,71	5175,42	5173,73	5173,16	5101,64	5028,64	4956,18	
	Tiempo 1(s)	848,73	1815,46	1768,67	1434,98	1729,68	1441,50	1264,48	2183,66	1085,08	1985,96	1195,37	2453,71	1378,39	
	Tiempo 2(s)	315,78	590,31	602,13	403,04	539,34	324,03	518,77	614,67	335,75	583,30	363,64	702,91	342,44	
FRECUENCIA PROPIA (Hz)															

FRECUENCIA PROPIA (Hz)

Tabla 12. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 7' en grieta recta.

		POSICIÓN 7														
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%		
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		
	Modo 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		
	Modo 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		
	Modo 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		
	Modo 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		
	Modo 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00		
	Modo 7	148,00	148,01	148,03	148,05	147,99	147,99	148,00	148,02	147,95	147,96	148,01	147,93	147,94		
	Modo 8	148,00	148,08	148,06	148,09	148,03	148,00	148,04	148,04	148,06	148,06	148,10	148,06	148,10		
	Modo 9	403,28	403,32	403,51	403,32	403,16	403,16	403,22	403,12	402,92	402,76	402,15	401,22	399,39		
	Modo 10	403,37	403,39	403,55	403,41	403,35	403,32	403,34	403,36	403,39	403,24	403,28	403,02	402,67		
	Modo 11	652,36	652,56	652,60	652,73	652,45	652,34	652,41	652,51	652,32	652,44	652,58	652,44	652,51		
	Modo 12	761,11	761,42	761,89	761,40	761,00	760,84	760,05	759,63	757,71	757,03	752,15	744,73	725,86		
	Modo 13	761,15	761,56	762,04	761,52	761,28	761,50	761,06	761,17	760,82	760,77	759,72	758,62	755,48		
	Modo 14	1073,91	1074,07	1074,08	1074,21	1073,99	1073,91	1073,93	1073,92	1073,75	1073,64	1073,02	1068,79	1022,89		
	Modo 15	1183,76	1183,97	1184,95	1183,72	1183,24	1181,84	1179,03	1176,39	1169,00	1165,82	1143,99	1112,50	1082,98		
	Modo 16	1183,91	1184,29	1185,15	1184,19	1184,04	1183,75	1183,02	1183,17	1181,91	1181,55	1177,29	1172,55	1159,60		
	Modo 17	1415,24	1414,75	1415,75	1414,53	1414,66	1414,73	1415,32	1415,05	1414,46	1414,55	1414,44	1413,61	1389,63		
	Modo 18	1621,68	1622,28	1622,40	1621,26	1620,42	1615,82	1609,19	1602,18	1583,85	1574,35	1524,90	1465,20	1412,51		
	Modo 19	1621,84	1622,87	1623,56	1622,48	1622,97	1621,90	1620,30	1620,32	1617,79	1616,37	1605,69	1594,37	1564,49		
	Modo 20	2054,52	2055,76	2055,94	2052,85	2052,29	2044,72	2034,64	2023,45	1998,53	1987,18	1934,27	1890,36	1843,53		
	Modo 21	2054,80	2056,64	2057,95	2054,79	2056,46	2054,20	2052,68	2051,96	2048,24	2046,29	2030,27	2014,82	1979,57		
	Modo 22	2228,99	2228,69	2229,35	2228,49	2228,59	2228,55	2228,65	2228,12	2227,17	2226,76	2224,96	2221,72	2216,97		
	Modo 23	2261,49	2263,88	2264,01	2263,60	2262,78	2264,38	2261,63	2262,30	2261,48	2261,22	2258,54	2256,25	2246,88		
	Modo 24	2530,30	2529,89	2529,63	2528,93	2527,51	2520,38	2509,80	2498,90	2476,54	2464,90	2427,10	2397,25	2368,64		
	Modo 25	2530,84	2530,44	2530,43	2530,63	2531,60	2530,38	2527,89	2527,45	2523,80	2519,51	2505,76	2489,50	2461,35		
	Modo 26	3081,04	3078,42	3078,37	3078,73	3078,95	3077,21	3075,41	3068,05	3049,44	3039,11	3005,12	2974,52	2824,82		
	Modo 27	3094,85	3094,53	3094,31	3093,92	3093,67	3090,48	3076,95	3072,72	3065,08	3062,79	3036,50	2994,60	2937,84		
	Modo 28	3095,61	3095,25	3095,24	3096,44	3098,10	3100,82	3094,36	3094,00	3090,78	3085,87	3075,46	3061,97	3039,65		
	Modo 29	3417,27	3418,43	3418,41	3418,50	3418,06	3418,26	3415,30	3414,26	3410,94	3408,52	3398,80	3327,01	3219,30		
	Modo 30	3540,70	3541,01	3540,84	3540,59	3539,56	3533,36	3524,40	3517,90	3489,59	3479,93	3399,42	3385,30	3362,33		
	Modo 31	3739,63	3733,66	3733,48	3732,78	3735,76	3726,97	3727,31	3713,69	3695,85	3687,99	3660,55	3637,14	3609,67		
	Modo 32	3740,54	3734,59	3734,58	3733,79	3739,01	3734,17	3737,83	3734,23	3728,73	3724,77	3705,51	3691,59	3668,80		
	Modo 33	3786,47	3786,04	3785,86	3783,63	3784,22	3778,77	3770,73	3765,07	3749,21	3745,21	3724,27	3716,22	3700,39		
	Modo 34	4357,27	4354,54	4354,47	4360,86	4353,49	4351,68	4349,20	4351,22	4344,64	4335,87	4289,77	4231,57	4145,28		
	Modo 35	4397,90	4392,71	4392,59	4390,19	4391,07	4387,26	4388,03	4372,60	4358,42	4339,24	4322,69	4309,64	4276,05		
	Modo 36	4401,56	4395,25	4395,23	4392,86	4395,03	4394,53	4394,73	4396,79	4396,97	4386,45	4379,57	4373,68	4351,93		
	Modo 37	4475,90	4474,26	4474,18	4474,26	4473,19	4470,99	4467,89	4463,73	4458,25	4452,60	4442,11	4435,88	4414,52		
	Modo 38	5070,03	5039,27	5039,17	5038,92	5038,12	5035,25	5034,72	5029,34	5009,09	4999,59	4963,09	4925,71	4862,59		
	Modo 39	5073,26	5040,23	5040,20	5040,17	5039,80	5038,97	5040,83	5038,20	5034,39	5025,23	5008,42	4986,05	4925,90		
	Modo 40	5176,03	5175,99	5175,96	5174,85	5175,49	5174,61	5175,18	5171,44	5166,90	5166,89	5158,06	5125,70	5077,68		
Tiempo 1(s)	848,73	1133,97	1170,63	1909,43	1080,10	1363,89	1542,60	2202,67	1049,03	1821,10	1300,12	2156,65	1896,09			
Tiempo 2(s)	315,78	234,66	246,03	463,65	286,11	356,54	536,72	597,58	312,44	377,29	385,79	379,36	391,36			

FRECUENCIA PROPIA (Hz)

Tabla 13. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 8' en grieta recta.

		POSICIÓN 8												
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
	Modo 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 7	148,00	147,93	147,97	148,01	147,97	148,01	148,03	147,94	147,98	147,99	148,06	148,04	148,13
	Modo 8	148,00	148,03	148,04	148,05	148,05	148,06	148,05	148,03	148,08	148,09	148,12	148,07	148,17
	Modo 9	403,28	403,21	403,26	403,23	403,27	403,25	403,30	403,23	403,16	403,32	403,42	403,21	403,38
	Modo 10	403,37	403,34	403,41	403,37	403,42	403,41	403,37	403,37	403,38	403,47	403,53	403,29	403,51
	Modo 11	652,36	652,23	652,37	652,51	652,37	652,51	652,49	652,24	652,39	652,47	652,57	652,54	652,62
	Modo 12	761,11	761,08	761,00	761,35	761,02	761,27	761,47	761,10	760,97	761,14	761,17	760,27	759,74
	Modo 13	761,15	761,34	761,16	761,41	761,18	761,41	761,57	761,41	761,34	761,24	761,49	760,82	760,85
	Modo 14	1073,91	1073,81	1073,89	1074,03	1073,90	1074,03	1074,05	1073,82	1073,98	1073,97	1074,12	1073,77	1073,52
	Modo 15	1183,76	1183,98	1183,64	1183,96	1183,65	1183,70	1183,97	1183,90	1182,71	1182,98	1181,84	1178,36	1172,65
	Modo 16	1183,91	1184,14	1183,90	1184,22	1183,91	1183,93	1184,16	1184,21	1183,56	1183,65	1183,30	1181,46	1179,73
	Modo 17	1415,24	1414,98	1415,32	1414,54	1415,32	1414,74	1414,54	1414,98	1414,37	1415,21	1414,26	1414,41	1414,41
	Modo 18	1621,68	1622,37	1621,91	1622,64	1621,87	1622,05	1622,16	1621,53	1618,47	1618,60	1613,47	1603,26	1578,73
	Modo 19	1621,84	1622,97	1622,26	1622,88	1622,24	1622,48	1622,68	1623,10	1621,04	1621,19	1619,77	1615,56	1607,91
	Modo 20	2054,52	2057,56	2054,91	2055,26	2054,80	2054,38	2054,53	2055,40	2048,00	2047,87	2036,08	2014,61	1961,21
	Modo 21	2054,80	2058,40	2055,67	2055,95	2055,60	2055,73	2055,48	2058,31	2053,49	2053,78	2049,04	2041,99	2026,41
	Modo 22	2228,99	2228,84	2229,00	2228,55	2229,02	2228,67	2228,60	2228,79	2228,18	2228,60	2227,91	2225,07	2219,49
	Modo 23	2261,49	2262,44	2261,08	2263,31	2261,10	2263,25	2264,23	2262,36	2263,63	2261,61	2262,44	2261,40	2260,21
	Modo 24	2530,30	2529,63	2530,54	2531,39	2530,46	2530,40	2529,67	2528,02	2520,47	2518,40	2503,13	2473,26	2404,99
	Modo 25	2530,84	2529,95	2530,87	2531,82	2530,71	2530,69	2530,61	2531,40	2527,16	2527,57	2522,25	2512,66	2491,21
	Modo 26	3081,04	3080,12	3080,31	3078,95	3080,35	3077,88	3077,84	3077,93	3075,96	3075,46	3058,49	3010,45	2894,67
	Modo 27	3094,85	3093,40	3094,98	3095,78	3094,80	3093,90	3093,95	3090,65	3081,46	3078,82	3066,90	3049,79	3001,21
	Modo 28	3095,61	3094,23	3096,38	3096,95	3096,35	3096,16	3096,31	3092,37	3091,90	3092,77	3089,16	3082,62	3075,37
	Modo 29	3417,27	3417,56	3416,92	3418,55	3416,95	3418,32	3418,99	3417,74	3417,09	3415,02	3410,75	3390,06	3313,54
	Modo 30	3540,70	3540,35	3542,18	3543,44	3542,07	3541,48	3540,56	3530,00	3526,07	3521,89	3496,44	3453,87	3359,73
	Modo 31	3739,63	3730,36	3732,84	3734,82	3732,90	3733,46	3732,01	3726,18	3714,31	3713,65	3679,05	3604,92	3505,09
	Modo 32	3740,54	3731,67	3734,00	3735,03	3733,85	3735,57	3734,20	3733,36	3729,88	3733,96	3719,69	3700,00	3674,24
	Modo 33	3786,47	3786,40	3787,24	3786,64	3787,02	3784,78	3783,90	3774,15	3772,58	3769,22	3754,45	3739,45	3724,13
	Modo 34	4357,27	4354,82	4356,62	4360,91	4356,50	4356,77	4355,51	4354,09	4345,71	4345,98	4273,07	4097,89	3923,02
	Modo 35	4397,90	4390,09	4401,39	4391,79	4401,53	4391,17	4388,43	4370,80	4364,29	4369,17	4337,27	4322,27	4289,40
	Modo 36	4401,56	4390,77	4405,06	4394,57	4405,39	4397,48	4393,20	4394,78	4388,23	4389,35	4384,37	4367,02	4348,12
	Modo 37	4475,90	4475,14	4475,73	4475,20	4475,73	4474,27	4473,79	4470,95	4469,00	4468,25	4458,99	4443,75	4429,74
	Modo 38	5070,03	5039,22	5036,48	5034,91	5035,28	5036,23	5028,54	5018,46	4982,39	4879,70	4860,34	4717,19	4638,96
	Modo 39	5073,26	5040,48	5037,62	5035,68	5037,85	5037,71	5034,67	5035,28	5032,63	5023,18	5011,88	4979,00	4938,09
	Modo 40	5176,03	5174,15	5176,98	5175,19	5177,04	5176,02	5177,69	5170,08	5169,43	5168,40	5161,68	5147,40	5117,06
	Tiempo 1(s)	848,73	1178,08	1591,98	1102,34	1545,50	1176,18	956,49	1666,03	1280,04	2182,64	1461,24	2543,26	1273,94
	Tiempo 2(s)	315,78	316,93	580,81	337,29	492,62	310,07	260,71	240,94	488,56	541,70	309,29	647,67	321,85
FRECUENCIA PROPIA (Hz)														

FRECUENCIA PROPIA (Hz)

Como hemos dicho anteriormente y se ha podido observar, se cuenta con un total de 3880 datos de frecuencias para el eje libre y grieta recta, lo que va a dificultar la presentación de los mismos dentro del proyecto. Uno de los objetivos será tratar de presentarlos de la forma más ordenada posible.

Podemos observar, que a medida que aumenta el porcentaje de grieta, por lo general, se produce una disminución en los valores de la frecuencia. Esa tendencia es la marcada por la teoría, que nos explica que un sólido con fallo siempre será menos rígido que el mismo sólido sin fallo. Como podemos observar y veremos más adelante, se pueden producir excepciones en las que existan frecuencias de mayor valor, algo que se puede achacar a la precisión del mallado, porcentaje de convergencia, etc. y que podrá ser cuestión de estudio como trabajo futuro.

Por último cabe reseñar, que los tiempos necesitados en los análisis con grieta recta del eje libre han superado las 40 horas.

De las 8 tablas anteriormente mostradas, podemos obtener los siguientes gráficos de relación frecuencia-modos para cada una de las posiciones del eje:

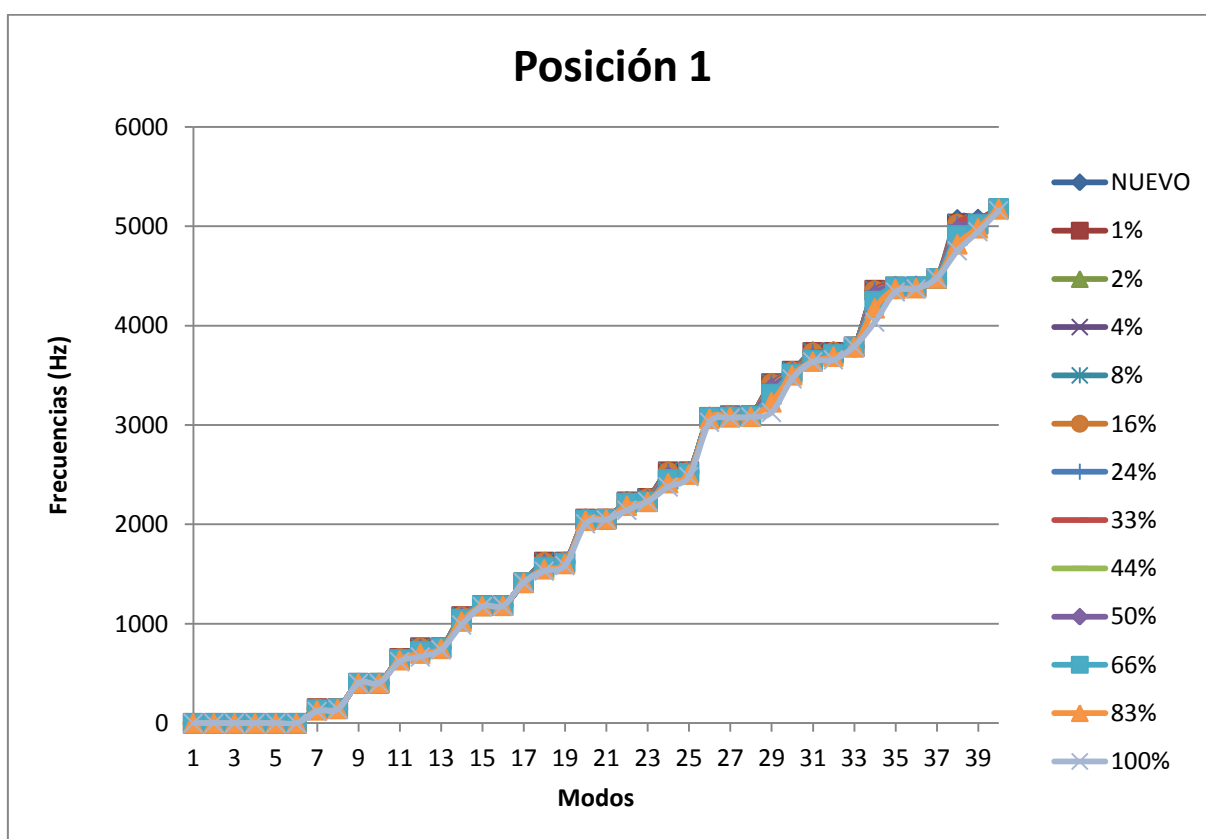


Figura 86. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 1' en grieta recta.

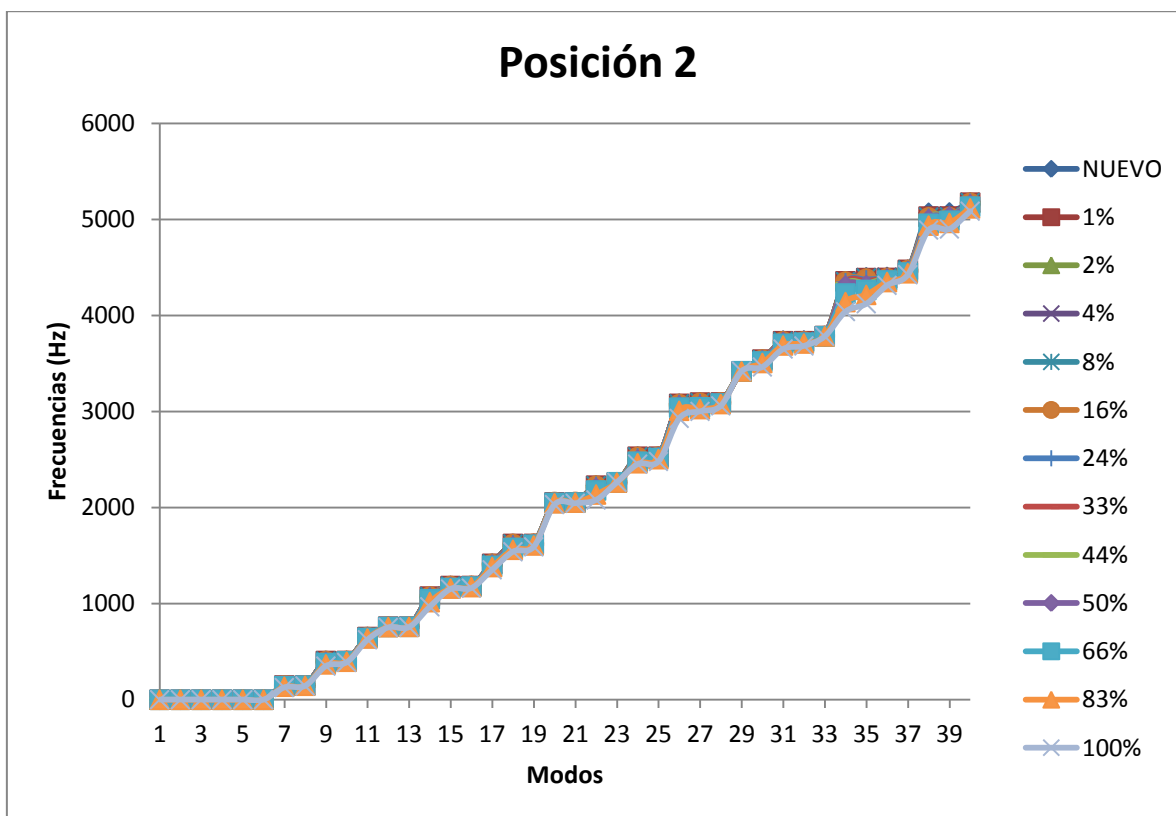


Figura 87. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 2' en grieta recta.

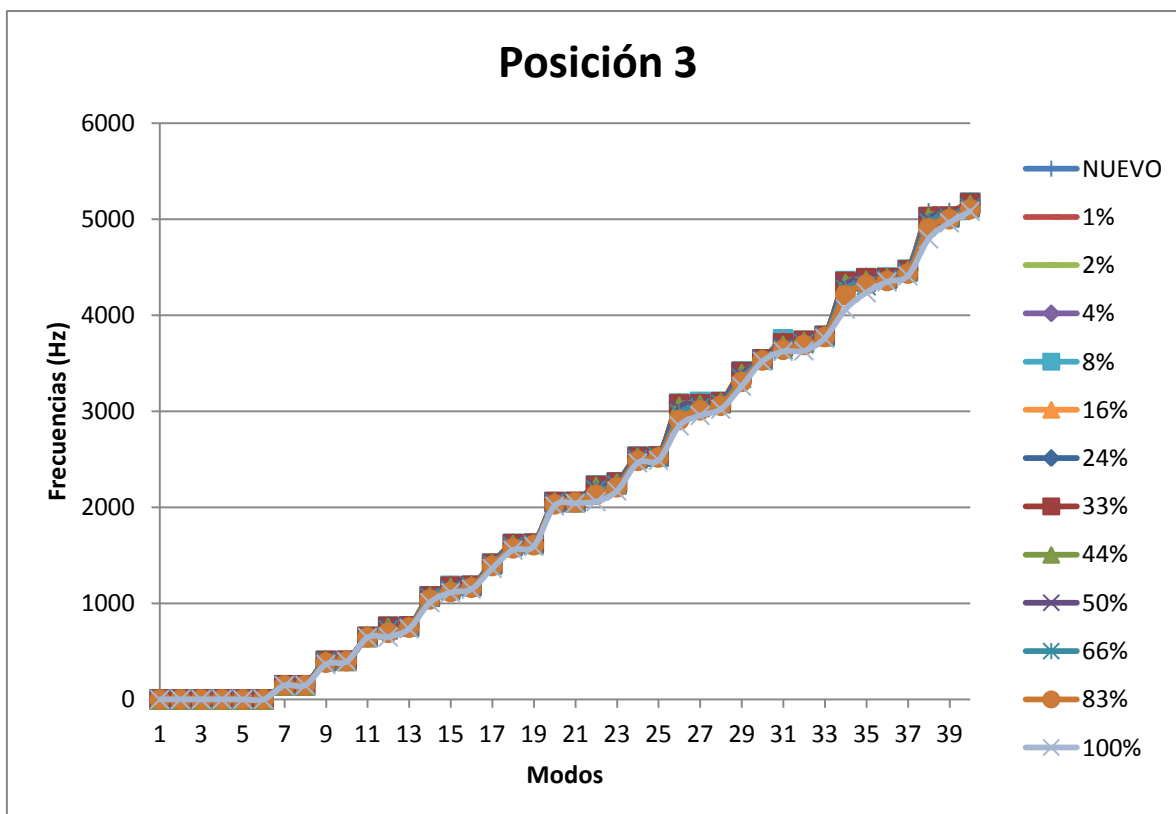


Figura 88. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 3' en grieta recta.

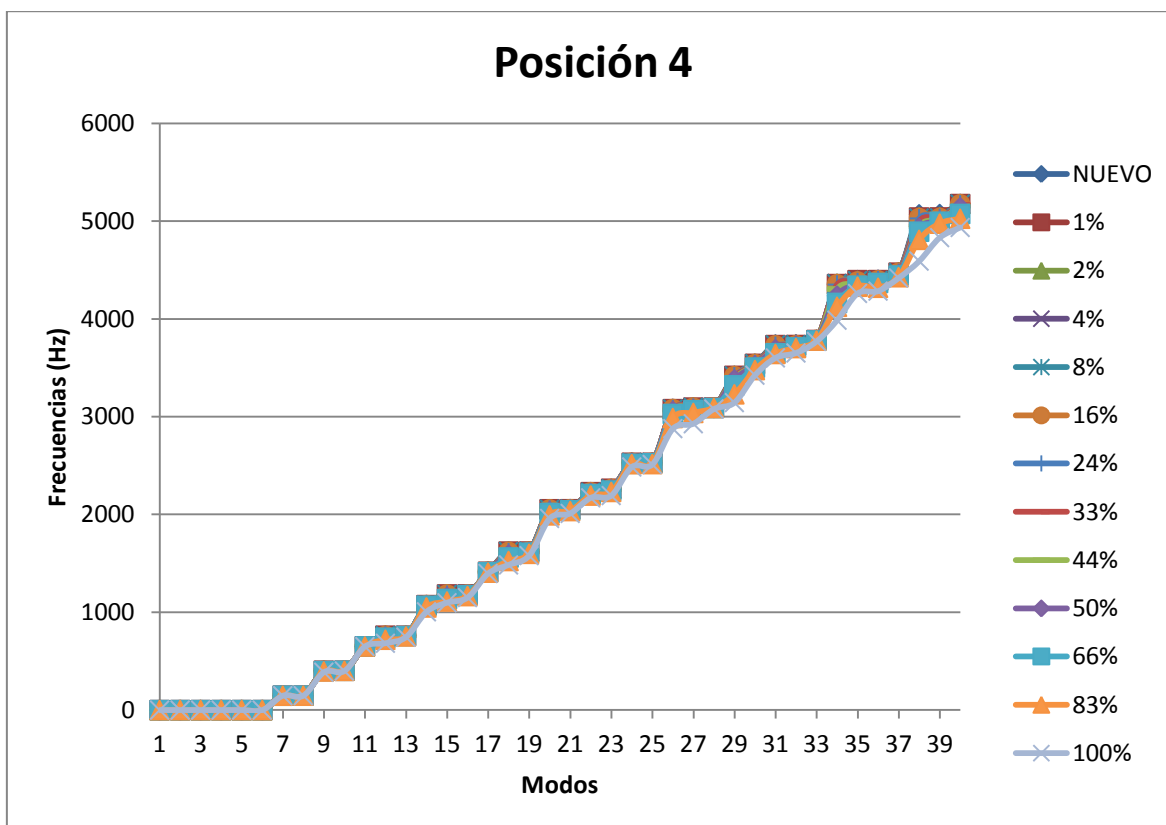


Figura 89. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 4' en grieta recta.

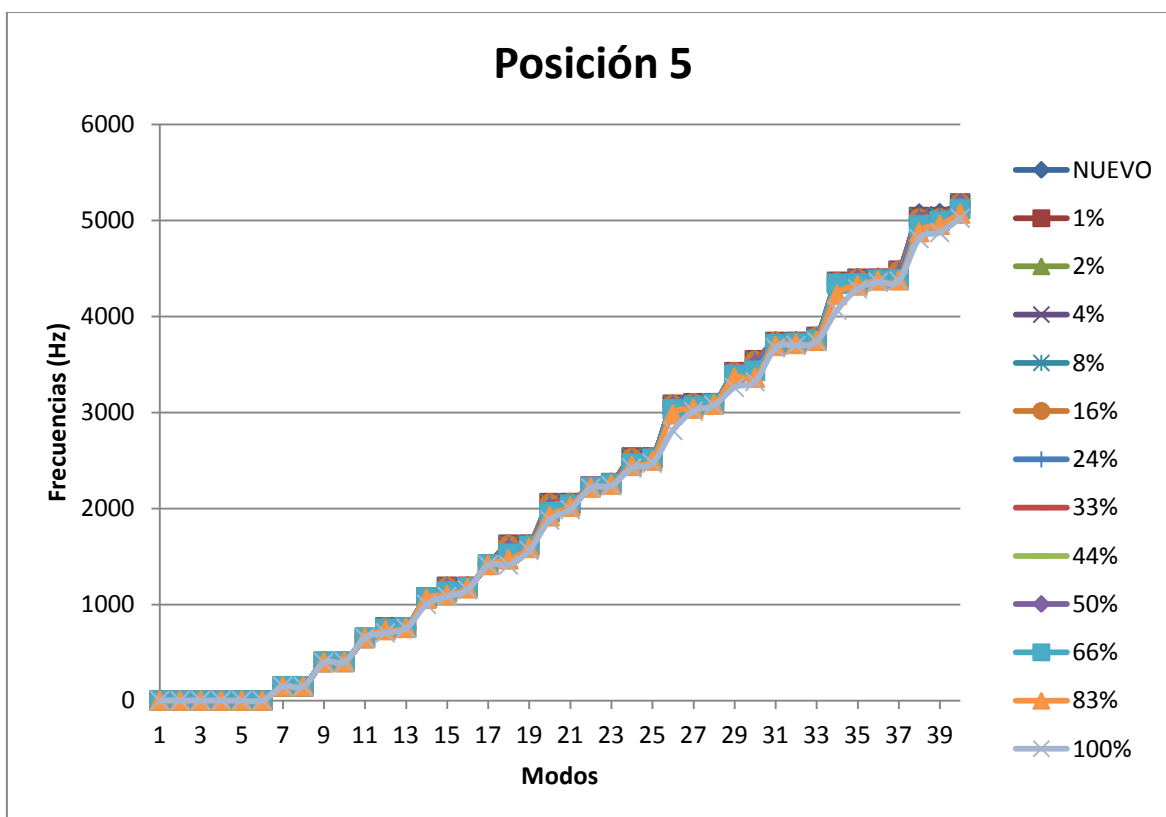


Figura 90. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 5' en grieta recta.

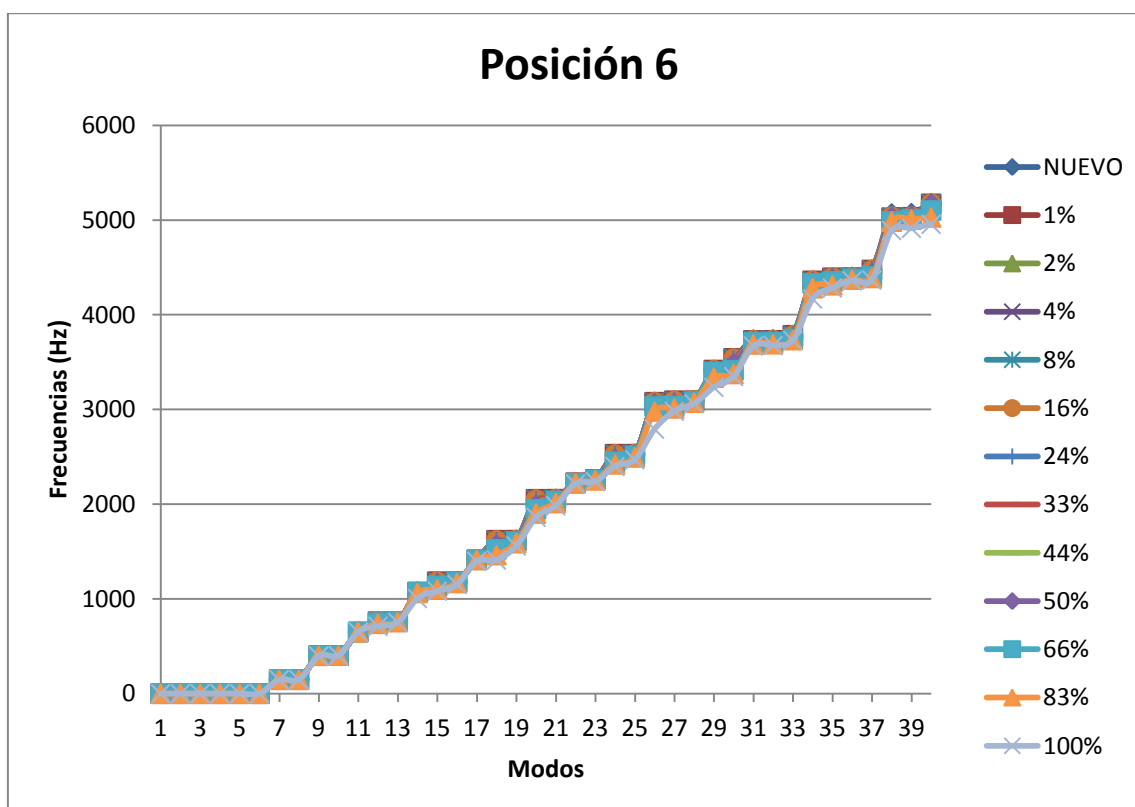


Figura 91. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 6' en grieta recta.

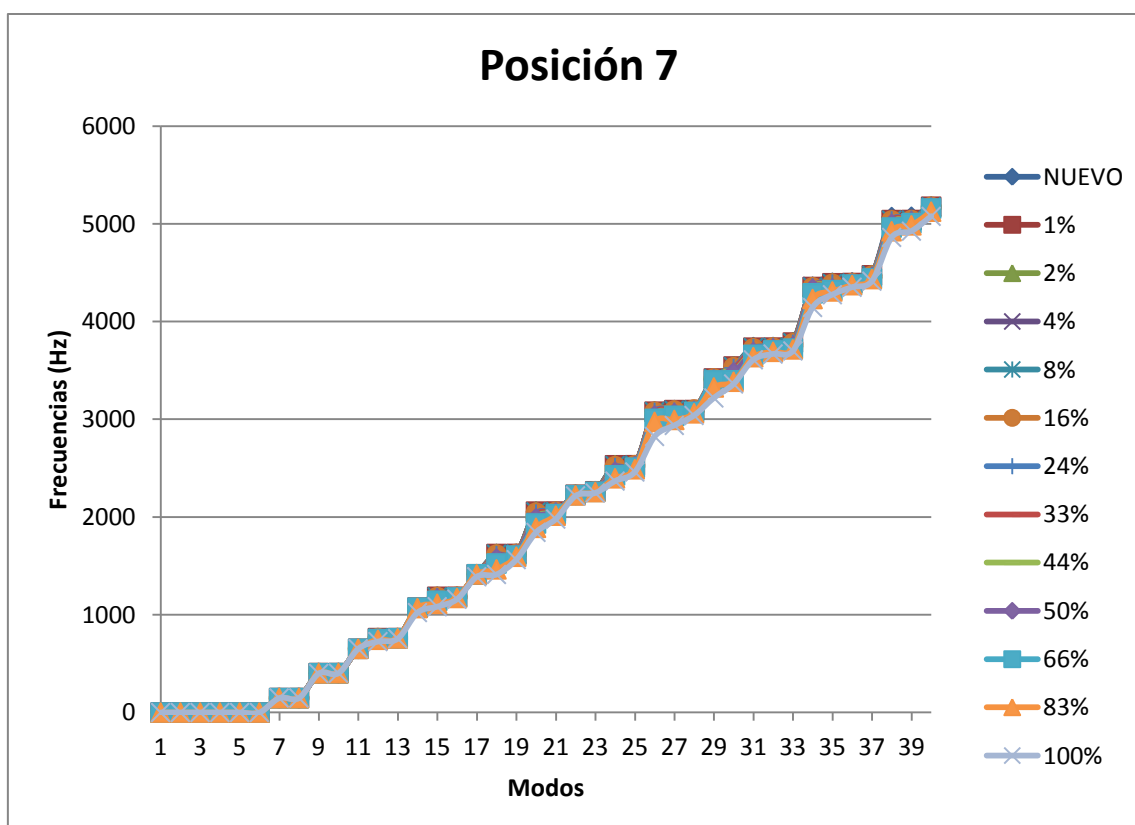


Figura 92. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 7' en grieta recta.

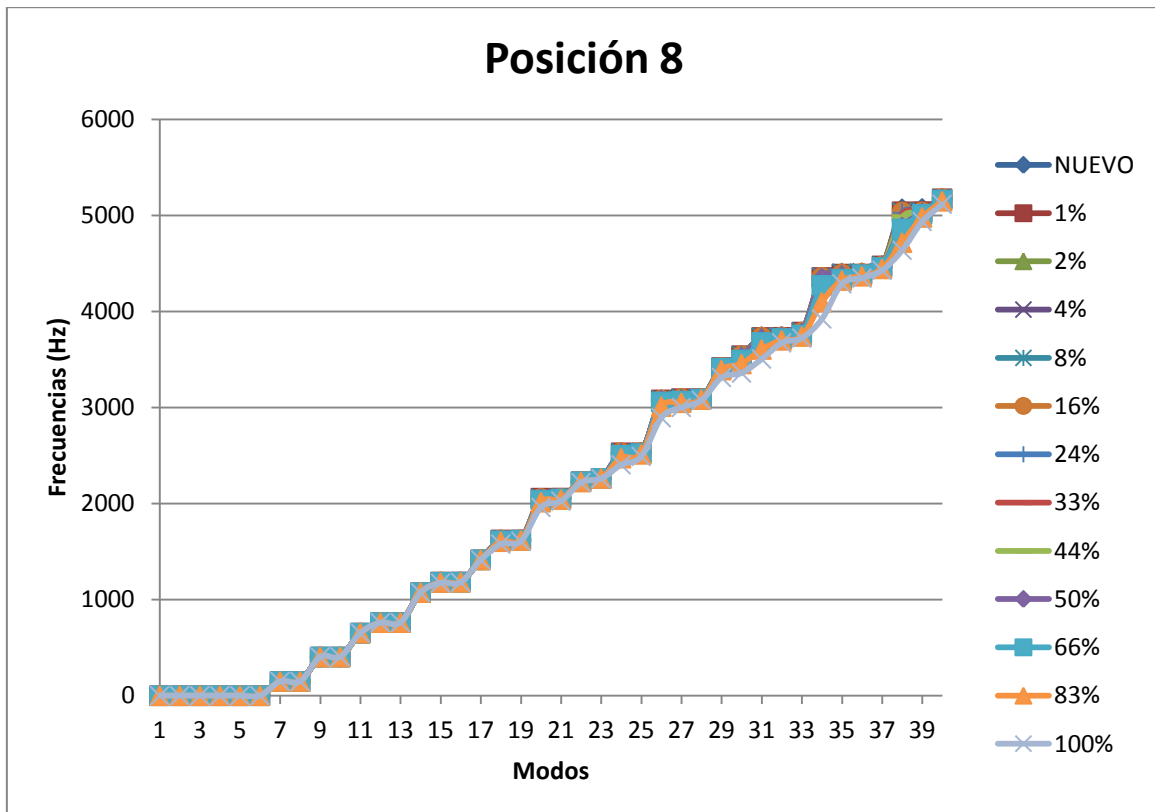


Figura 93. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 8' en grieta recta.

Se puede observar en los gráficos anteriores que en los modos del 25 en adelante, el rango de frecuencias empieza a ser más disperso y será en estos modos donde encontremos las diferencias más importantes respecto al eje sin grieta.

A continuación, nos centraremos en discernir la diferencia entre cada uno de los valores de frecuencia obtenidos comparados con el valor de la frecuencia para el eje nuevo sin grieta. Primero presentaremos las tablas de diferencia porcentual respecto al eje nuevo y posteriormente las tablas de diferencia unitaria, intentando destacar los modos en los que existe mayor diferencia. Se realizan estas dos diferenciaciones, ya que si solo obtuviéramos diferencias unitarias con el amplio valor de las frecuencias con las que trabajamos, siempre serían mayores en los modos de mayor frecuencia.

9.3.2. Resultados de diferencias porcentuales para grieta recta.

En el conjunto de tablas que se mostrarán a continuación veremos cómo varían los valores de las diferencias porcentuales para grieta recta en cada modo y posición. Dichos valores están representados en una escala de colores con formato condicional, siendo la tendencia verde para los valores más pequeños y rojo para los valores más grandes. La fórmula aplicada en estas diferencias porcentuales es:

$$\frac{f_{\text{eje nuevo}} - f_{\text{eje con fallo}}}{f_{\text{eje nuevo}}} \cdot 100$$

Tabla 14. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 1' en grieta recta.

Diferencias % POS.1	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,073	-0,009	-0,036	0,026	0,330	0,691	1,429	2,872	3,801	7,190	12,093	19,639
Modo 8	-0,080	-0,051	-0,040	-0,030	-0,061	-0,002	0,061	0,236	0,414	1,170	2,368	4,628
Modo 9	-0,008	0,021	0,010	-0,015	0,031	0,006	-0,005	0,034	0,096	0,117	0,188	0,423
Modo 10	-0,018	0,028	0,021	-0,005	-0,020	-0,021	0,000	0,007	0,033	0,064	0,076	0,164
Modo 11	-0,082	-0,038	-0,050	-0,024	0,042	0,111	0,239	0,600	0,782	1,697	2,704	5,122
Modo 12	-0,030	-0,021	-0,019	-0,019	0,201	0,458	0,952	1,945	2,537	4,733	7,838	12,303
Modo 13	-0,038	-0,031	-0,037	-0,063	-0,060	-0,004	0,012	0,169	0,259	0,774	1,589	2,909
Modo 14	-0,039	-0,020	-0,024	-0,006	0,059	0,161	0,371	0,850	1,174	2,551	4,672	7,883
Modo 15	-0,021	-0,008	-0,006	-0,030	0,002	-0,020	-0,035	0,052	0,071	0,237	0,381	0,797
Modo 16	-0,013	-0,020	-0,018	-0,031	-0,020	-0,033	-0,046	0,020	0,033	0,074	0,133	0,296
Modo 17	0,069	0,107	0,099	0,030	0,041	0,037	0,062	0,039	0,098	0,037	0,072	-0,013
Modo 18	-0,060	-0,027	-0,023	-0,027	0,161	0,330	0,676	1,392	1,838	3,105	4,430	5,576
Modo 19	-0,053	-0,040	-0,041	-0,051	-0,028	-0,043	-0,010	0,110	0,241	0,604	1,182	2,122
Modo 20	-0,060	-0,044	-0,047	-0,042	0,014	-0,044	-0,072	0,030	0,113	0,412	0,777	2,338
Modo 21	-0,062	-0,035	-0,048	-0,034	-0,011	-0,073	-0,075	-0,003	0,080	0,114	0,161	0,359
Modo 22	0,032	0,046	0,043	0,010	0,018	0,010	0,023	0,009	0,041	0,607	1,787	3,864
Modo 23	-0,080	-0,128	-0,122	-0,111	-0,018	0,139	0,256	0,754	0,848	1,433	1,461	1,379
Modo 24	-0,041	-0,017	-0,006	0,007	0,179	0,331	0,650	1,354	1,769	3,039	4,503	6,034
Modo 25	-0,031	-0,005	-0,002	-0,008	0,017	-0,008	-0,026	0,143	0,260	0,602	1,131	1,941
Modo 26	0,059	0,038	0,059	0,085	0,047	0,025	0,017	0,025	0,005	0,126	0,566	1,716
Modo 27	-0,026	-0,005	-0,023	-0,040	-0,013	-0,002	-0,077	0,167	0,168	0,414	0,467	0,776
Modo 28	-0,010	-0,011	-0,001	-0,029	-0,015	-0,027	-0,130	0,059	0,064	0,212	0,369	0,448
Modo 29	-0,033	-0,059	-0,053	-0,042	0,035	0,167	0,390	0,994	1,338	3,074	5,488	8,484
Modo 30	-0,084	-0,037	-0,040	-0,050	0,011	0,006	0,053	0,213	0,330	0,706	1,118	2,118
Modo 31	0,201	0,200	0,189	0,194	0,313	0,555	0,713	1,466	1,715	2,300	2,677	2,750
Modo 32	0,207	0,214	0,198	0,176	0,157	0,221	0,106	0,359	0,400	0,799	1,364	2,233
Modo 33	-0,039	-0,029	-0,034	-0,003	0,007	-0,041	-0,054	-0,039	-0,018	-0,013	-0,026	-0,118
Modo 34	-0,022	0,016	0,070	0,021	0,113	0,229	0,351	0,927	1,113	2,519	4,170	7,359
Modo 35	0,171	0,177	0,181	0,111	0,156	0,205	-0,188	0,271	0,110	0,129	0,628	1,302
Modo 36	0,235	0,244	0,253	0,188	0,188	0,238	-0,129	0,306	0,149	0,177	0,526	0,687
Modo 37	0,019	0,016	0,023	0,027	0,023	-0,005	0,000	-0,005	0,016	-0,020	-0,003	-0,068
Modo 38	0,895	0,735	0,824	0,858	0,946	1,156	0,867	2,101	2,040	3,193	4,932	6,232
Modo 39	0,941	0,754	0,873	0,895	0,879	0,928	0,117	1,034	0,611	1,070	1,813	2,498
Modo 40	0,004	0,010	-0,035	-0,062	-0,071	-0,071	-0,131	-0,060	-0,083	-0,105	-0,026	0,335

Tabla 15. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 2' en grieta recta.

Diferencias % POS.2	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,011	-0,042	-0,009	-0,018	0,144	0,474	0,882	1,774	2,381	4,750	8,306	14,123
Modo 8	-0,022	-0,063	-0,058	-0,036	-0,039	0,026	0,014	0,209	0,301	0,778	1,546	2,959
Modo 9	0,003	-0,002	0,001	0,033	0,193	0,590	1,156	2,227	2,871	5,401	8,715	13,150
Modo 10	0,011	0,013	-0,009	0,018	-0,026	0,029	0,104	0,291	0,396	0,973	1,922	3,534
Modo 11	-0,019	-0,057	-0,034	-0,039	0,004	0,136	0,176	0,497	0,627	1,393	2,272	4,247
Modo 12	0,006	0,002	0,012	0,005	-0,080	0,067	0,067	0,131	0,212	0,427	0,738	1,219
Modo 13	-0,002	-0,003	0,002	0,002	-0,092	0,017	-0,013	0,066	0,057	0,215	0,378	0,726
Modo 14	-0,007	-0,027	-0,014	-0,012	0,030	0,156	0,301	0,734	1,068	2,624	5,383	9,827
Modo 15	0,006	0,019	0,026	0,014	-0,021	0,251	0,413	0,832	1,051	1,744	2,251	2,598
Modo 16	0,006	0,027	0,009	0,025	-0,100	0,041	0,019	0,145	0,214	0,488	0,954	1,859
Modo 17	0,029	0,071	0,023	0,063	0,064	0,125	0,351	0,669	0,712	1,548	2,393	4,394
Modo 18	-0,010	0,018	0,021	0,026	-0,015	0,339	0,569	1,114	1,451	2,512	3,716	4,970
Modo 19	-0,006	0,015	0,022	-0,003	-0,136	0,038	-0,006	0,143	0,201	0,493	0,974	1,821
Modo 20	-0,015	0,024	0,028	-0,024	-0,205	0,015	-0,043	0,050	0,104	0,234	0,444	1,094
Modo 21	-0,015	0,027	0,007	-0,021	-0,212	0,016	-0,064	-0,029	0,018	0,068	0,130	0,463
Modo 22	0,015	0,036	0,014	0,038	0,052	0,145	0,367	0,757	1,013	2,265	4,129	6,689
Modo 23	-0,024	-0,048	0,008	-0,037	-0,121	0,014	-0,058	-0,156	-0,038	-0,119	0,023	-0,105
Modo 24	0,013	0,038	0,036	0,034	0,121	0,343	0,544	1,028	1,256	2,070	2,683	3,058
Modo 25	0,009	0,054	0,055	0,031	0,005	0,070	0,025	0,152	0,165	0,535	1,033	1,970
Modo 26	0,019	0,047	0,014	0,020	0,102	0,095	0,163	0,473	0,595	1,298	2,355	4,919
Modo 27	0,027	0,041	0,022	0,036	0,085	0,264	0,416	0,815	1,024	1,615	2,218	2,989
Modo 28	0,018	0,058	0,008	0,035	0,033	0,071	0,021	0,175	0,207	0,366	0,554	1,134
Modo 29	-0,008	-0,015	0,008	-0,010	-0,032	0,007	-0,039	-0,073	-0,014	-0,082	-0,023	-0,119
Modo 30	-0,012	0,002	0,012	-0,004	-0,016	0,065	0,053	0,212	0,249	0,531	0,983	2,150
Modo 31	0,198	0,246	0,214	0,220	0,234	0,267	0,275	0,454	0,424	0,909	1,369	2,340
Modo 32	0,211	0,260	0,203	0,241	0,240	0,274	0,244	0,332	0,342	0,619	0,846	1,514
Modo 33	-0,004	0,032	0,017	-0,026	-0,001	-0,002	-0,050	0,000	0,044	0,048	0,077	0,085
Modo 34	0,021	0,011	0,035	0,095	0,093	0,277	0,383	0,873	1,031	2,935	4,969	7,248
Modo 35	0,183	0,225	0,060	0,150	0,317	0,526	0,858	1,455	1,873	3,003	4,152	6,251
Modo 36	0,227	0,286	0,058	0,227	0,254	0,263	0,257	0,277	0,380	0,827	1,197	1,976
Modo 37	0,007	0,027	0,011	0,019	0,060	0,101	0,166	0,323	0,385	0,617	0,797	1,123
Modo 38	0,786	0,882	0,794	0,885	0,960	1,049	1,085	1,107	1,328	2,259	2,629	3,538
Modo 39	0,834	0,929	0,719	0,900	0,964	0,914	0,881	0,816	0,807	1,695	2,144	3,389
Modo 40	0,015	0,024	-0,032	-0,023	0,045	0,052	0,129	0,296	0,372	0,808	1,158	1,719

Tabla 16. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 3' en grieta recta.

Diferencias % POS.3	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,018	-0,013	0,005	0,028	0,049	0,036	0,078	0,224	0,280	0,590	1,090	1,996
Modo 8	-0,042	-0,061	-0,022	-0,007	-0,064	-0,009	-0,022	0,020	0,055	0,117	0,258	0,474
Modo 9	0,001	0,005	0,015	0,023	0,075	0,236	0,429	0,939	1,237	2,657	4,909	9,241
Modo 10	-0,005	-0,022	0,030	0,002	-0,026	0,024	0,057	0,112	0,193	0,474	0,990	2,001
Modo 11	-0,013	-0,041	-0,011	0,006	-0,018	-0,002	0,025	0,101	0,179	0,318	0,633	1,075
Modo 12	0,001	0,010	0,008	0,082	0,155	0,412	0,823	1,842	2,414	4,959	8,653	14,347
Modo 13	-0,042	-0,040	0,004	0,010	-0,083	-0,009	0,027	0,196	0,308	0,792	1,629	3,293
Modo 14	-0,006	-0,020	-0,004	0,007	-0,001	0,026	0,082	0,246	0,390	1,144	2,926	6,087
Modo 15	-0,009	-0,008	0,028	0,045	0,079	0,457	0,870	1,802	2,336	4,016	5,396	6,034
Modo 16	-0,017	-0,017	0,028	0,028	-0,090	0,018	0,019	0,188	0,317	0,804	1,689	3,053
Modo 17	0,017	0,033	0,053	-0,012	0,035	0,147	0,233	0,364	0,471	1,049	1,795	3,592
Modo 18	-0,001	0,014	0,031	0,039	-0,076	0,178	0,302	0,814	1,019	1,908	2,913	4,091
Modo 19	-0,018	-0,007	0,023	-0,010	-0,083	-0,018	-0,071	0,105	0,172	0,480	0,893	1,707
Modo 20	-0,025	0,000	0,006	-0,034	-0,248	-0,087	-0,097	0,006	0,056	0,306	1,089	1,932
Modo 21	-0,025	-0,008	0,012	-0,032	-0,238	-0,111	-0,140	-0,007	-0,013	0,094	0,097	0,639
Modo 22	0,008	0,017	0,027	0,003	0,034	0,144	0,290	0,627	0,901	2,161	4,312	7,548
Modo 23	-0,052	-0,026	-0,070	0,066	0,041	0,026	0,117	0,551	0,581	1,365	2,273	4,021
Modo 24	-0,030	0,021	0,038	-0,019	0,063	0,135	0,268	0,456	0,635	1,218	1,775	2,613
Modo 25	-0,025	0,018	0,044	-0,088	-0,013	0,055	0,065	0,043	0,122	0,298	0,438	1,587
Modo 26	0,010	-0,011	0,039	-0,003	0,006	0,185	0,317	1,093	1,494	3,446	5,531	7,516
Modo 27	-0,056	0,009	0,030	-0,114	0,174	0,412	0,710	0,911	1,085	1,814	2,666	4,466
Modo 28	-0,042	-0,008	0,043	-0,152	0,011	0,066	0,056	0,167	0,200	0,687	1,176	2,360
Modo 29	-0,020	-0,009	-0,023	0,038	0,058	0,123	0,298	0,788	1,011	2,136	3,210	4,585
Modo 30	0,001	0,016	0,017	0,004	-0,005	-0,014	0,001	0,028	-0,001	0,153	0,289	0,606
Modo 31	-0,131	0,165	0,209	-0,266	0,333	0,630	0,882	1,514	1,770	2,534	2,618	3,092
Modo 32	-0,146	0,183	0,207	0,180	0,164	0,269	0,174	0,416	0,475	0,983	1,304	2,948
Modo 33	-0,029	-0,014	-0,005	-0,020	-0,062	0,001	0,039	0,010	0,037	0,187	0,327	0,679
Modo 34	0,084	0,066	0,099	0,025	0,124	0,164	0,269	0,673	0,938	2,005	3,367	6,743
Modo 35	-0,110	0,129	0,237	0,230	0,219	0,427	0,307	0,865	1,205	2,052	1,782	3,698
Modo 36	-0,222	0,189	0,298	0,187	0,221	0,315	0,343	0,297	0,462	0,727	0,994	1,220
Modo 37	0,009	0,003	0,031	0,013	0,015	0,116	0,192	0,302	0,459	0,654	0,917	1,449
Modo 38	0,036	0,800	0,909	0,971	0,975	0,940	0,921	1,038	1,334	2,086	3,219	5,389
Modo 39	-0,130	0,815	0,960	1,031	0,816	0,927	0,880	0,874	1,015	1,221	1,423	2,171
Modo 40	-0,081	0,014	0,027	0,024	0,098	0,202	0,206	0,497	0,840	1,164	1,362	1,800

Tabla 17. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 4' en grieta recta.

Diferencias % POS.4	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,022	0,000	-0,022	0,010	0,013	0,043	0,069	0,102	0,151	0,164	0,375	0,610
Modo 8	0,011	-0,055	-0,045	-0,018	0,000	0,009	0,003	-0,024	0,039	0,026	0,105	0,132
Modo 9	0,017	0,038	0,007	0,022	0,033	0,097	0,179	0,423	0,521	1,018	1,976	3,799
Modo 10	0,012	0,007	0,014	0,003	0,020	0,040	0,011	0,064	0,081	0,201	0,417	0,793
Modo 11	0,024	-0,036	-0,045	-0,009	0,000	0,012	0,037	0,008	0,099	0,055	0,237	0,304
Modo 12	-0,003	0,003	-0,033	0,007	0,115	0,271	0,484	1,020	1,364	2,774	5,398	10,136
Modo 13	-0,027	-0,023	-0,037	-0,020	0,001	0,026	0,026	0,117	0,154	0,445	0,977	1,905
Modo 14	0,012	-0,019	-0,023	-0,003	0,007	0,025	0,061	0,111	0,214	0,589	2,226	6,340
Modo 15	0,045	0,013	-0,024	0,026	0,171	0,422	0,806	1,635	2,120	3,962	6,163	7,202
Modo 16	0,010	0,008	-0,021	-0,005	0,040	0,060	0,076	0,202	0,281	0,653	1,470	2,762
Modo 17	0,014	0,088	0,081	0,032	0,008	0,024	0,042	0,161	0,144	0,332	0,632	1,267
Modo 18	0,024	-0,018	-0,055	-0,007	0,179	0,424	0,837	1,578	1,917	3,744	5,951	8,414
Modo 19	0,005	-0,039	-0,062	-0,048	0,020	0,036	0,082	0,149	0,213	0,700	1,435	2,556
Modo 20	0,025	0,013	-0,034	-0,009	0,086	0,187	0,357	0,715	1,063	1,833	3,034	4,578
Modo 21	0,027	-0,014	-0,039	-0,042	0,012	0,003	0,030	0,111	0,237	0,502	0,910	2,102
Modo 22	0,007	0,039	0,033	0,017	0,025	0,067	0,136	0,318	0,408	0,866	1,555	2,582
Modo 23	-0,104	-0,083	-0,103	-0,055	0,000	0,031	0,161	0,159	0,269	0,739	1,322	2,974
Modo 24	0,031	0,010	-0,047	-0,038	0,038	0,055	0,038	0,102	0,021	0,432	0,568	1,718
Modo 25	0,037	0,021	-0,043	-0,024	0,035	0,049	0,043	0,084	0,003	0,234	0,584	0,726
Modo 26	0,099	0,084	0,059	0,068	0,077	0,146	0,167	0,594	0,712	1,696	3,028	6,560
Modo 27	0,024	0,014	-0,047	-0,044	0,053	0,062	0,163	0,255	0,548	0,900	1,793	5,350
Modo 28	0,031	-0,006	-0,035	-0,066	0,046	0,043	0,090	0,088	0,174	0,221	0,187	0,522
Modo 29	-0,035	-0,037	-0,049	-0,018	0,042	0,127	0,323	0,699	1,058	2,810	5,481	7,972
Modo 30	-0,011	-0,040	-0,065	-0,064	0,038	0,091	0,207	0,355	0,445	1,050	1,777	3,254
Modo 31	0,175	0,168	0,162	0,089	0,259	0,428	0,671	1,112	1,304	2,392	2,588	3,669
Modo 32	0,183	0,190	0,170	0,059	0,225	0,200	0,266	0,270	0,368	0,818	1,001	2,353
Modo 33	0,035	0,054	0,018	0,002	0,006	-0,016	0,009	0,020	0,035	0,152	0,191	0,407
Modo 34	0,005	-0,085	-0,135	-0,082	0,049	0,120	0,159	1,161	2,733	4,427	5,313	8,481
Modo 35	0,013	0,173	0,116	0,104	0,332	0,492	1,051	1,080	1,114	1,294	1,538	3,099
Modo 36	0,089	0,234	0,158	0,152	0,141	0,111	0,194	0,426	0,624	0,750	1,854	2,640
Modo 37	0,047	0,024	0,015	0,024	0,071	0,136	0,233	0,447	0,479	0,693	1,080	1,259
Modo 38	0,634	0,573	0,712	0,730	0,746	0,813	1,402	2,385	2,807	3,497	5,133	9,424
Modo 39	0,688	0,623	0,759	0,760	0,784	0,794	0,843	1,116	1,366	1,537	1,932	4,751
Modo 40	0,011	-0,004	0,004	0,018	0,059	0,097	0,197	0,488	0,676	1,969	2,905	4,633

Tabla 18. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 5' en grieta recta.

Diferencias % POS.5	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,010	0,006	0,064	0,020	0,088	0,026	0,000	0,008	0,032	0,030	0,141	0,191
Modo 8	-0,035	-0,003	0,026	-0,035	0,024	0,005	-0,024	-0,001	-0,006	-0,047	0,026	-0,014
Modo 9	0,013	0,039	0,026	0,022	0,086	0,043	0,120	0,190	0,256	0,507	0,938	1,881
Modo 10	0,014	0,039	0,016	0,001	0,032	0,013	0,031	0,050	0,038	0,070	0,175	0,355
Modo 11	-0,026	-0,001	0,053	-0,007	0,057	0,012	-0,021	-0,006	0,003	-0,039	0,046	0,013
Modo 12	-0,001	-0,012	-0,059	0,044	0,099	0,196	0,303	0,656	0,857	1,789	3,594	7,461
Modo 13	-0,018	-0,030	-0,071	0,016	0,011	0,026	-0,001	0,073	0,101	0,239	0,613	1,178
Modo 14	-0,012	-0,001	0,023	-0,002	0,031	0,009	0,004	0,033	0,064	0,198	1,278	6,772
Modo 15	0,015	0,029	-0,024	0,063	0,206	0,352	0,737	1,515	1,984	4,097	7,061	8,405
Modo 16	0,008	0,019	-0,037	0,035	0,041	0,033	0,071	0,220	0,268	0,597	1,307	2,639
Modo 17	0,057	0,090	0,021	0,019	0,025	-0,016	0,097	0,050	0,057	0,110	0,108	0,363
Modo 18	-0,025	-0,018	-0,052	0,082	0,290	0,602	1,130	2,319	2,978	5,739	9,333	13,007
Modo 19	-0,023	-0,036	-0,083	0,020	0,052	0,025	0,062	0,267	0,356	0,862	1,945	3,681
Modo 20	-0,010	-0,005	-0,181	0,091	0,272	0,546	1,108	2,136	2,692	4,603	6,613	8,544
Modo 21	-0,024	-0,028	-0,222	0,021	0,013	0,003	0,044	0,257	0,358	0,826	1,770	3,268
Modo 22	0,027	0,040	0,002	0,014	0,023	0,014	0,091	0,119	0,155	0,276	0,463	0,777
Modo 23	-0,076	-0,165	-0,208	0,015	-0,092	0,084	-0,100	0,000	0,064	0,153	0,567	1,135
Modo 24	0,002	0,004	0,002	0,070	0,188	0,247	0,628	1,229	1,516	2,372	3,411	4,295
Modo 25	-0,003	-0,001	-0,004	0,060	0,058	-0,007	0,041	0,199	0,265	0,534	1,280	2,378
Modo 26	0,075	0,146	0,074	0,031	0,074	0,018	0,249	0,489	0,637	1,572	3,258	8,752
Modo 27	0,010	0,009	0,025	0,066	0,030	0,080	0,117	0,363	0,706	1,142	1,781	2,652
Modo 28	0,017	-0,030	0,038	0,045	0,039	0,050	0,022	0,022	0,190	0,254	0,456	0,750
Modo 29	-0,030	-0,066	-0,093	0,016	-0,005	0,093	0,094	0,286	0,427	0,853	1,630	4,623
Modo 30	-0,044	-0,054	-0,053	0,021	0,120	0,255	0,383	1,027	1,253	3,033	5,037	6,218
Modo 31	0,189	0,133	0,119	0,225	0,217	0,217	0,128	0,439	0,491	0,821	1,249	1,813
Modo 32	0,198	0,135	0,115	0,244	0,226	0,183	0,070	0,391	0,406	0,482	0,707	1,153
Modo 33	0,016	0,035	0,017	0,047	0,054	0,160	0,281	0,623	0,725	0,944	1,077	1,268
Modo 34	-0,036	-0,031	-0,040	0,012	0,119	0,056	0,034	0,193	0,136	0,413	2,998	6,709
Modo 35	0,165	0,200	0,056	0,194	0,177	0,144	0,120	0,380	0,382	1,252	1,730	2,548
Modo 36	0,213	0,268	0,129	0,223	0,201	0,174	0,152	0,389	0,446	0,489	0,617	1,077
Modo 37	0,026	0,062	0,050	0,025	0,104	0,147	0,401	0,896	1,201	1,992	2,239	2,364
Modo 38	0,725	0,909	0,703	0,819	1,012	0,736	1,021	1,458	1,579	2,415	3,805	5,162
Modo 39	0,780	0,962	0,524	0,813	1,033	0,787	0,835	1,277	1,324	1,571	2,342	3,968
Modo 40	0,032	-0,004	-0,051	0,003	0,024	-0,014	-0,068	0,014	0,078	1,135	2,039	2,998

Tabla 19. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 6' en grieta recta.

Diferencias % POS.6	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,035	0,014	-0,018	0,027	-0,011	0,030	-0,015	0,041	0,049	0,010	0,072	0,142
Modo 8	-0,006	0,005	-0,028	0,001	-0,035	0,007	-0,043	-0,015	-0,002	-0,045	0,012	-0,028
Modo 9	0,041	0,025	0,009	0,041	-0,001	0,079	0,090	0,170	0,191	0,407	0,733	1,494
Modo 10	0,021	0,030	0,014	0,030	0,003	0,038	0,034	0,026	0,032	0,070	0,173	0,284
Modo 11	0,006	0,004	-0,029	0,009	-0,025	0,013	-0,039	0,010	0,023	-0,033	0,019	0,019
Modo 12	0,023	0,027	-0,016	0,034	0,028	0,179	0,257	0,560	0,750	1,522	3,011	6,425
Modo 13	0,004	0,018	-0,016	0,003	-0,005	0,030	0,012	0,060	0,110	0,236	0,532	1,058
Modo 14	0,005	0,003	-0,014	0,005	-0,011	0,009	-0,007	0,029	0,059	0,145	0,963	6,437
Modo 15	0,053	0,037	-0,001	0,044	0,142	0,378	0,672	1,406	1,799	3,846	6,916	8,506
Modo 16	0,035	0,029	-0,001	0,039	0,009	0,051	0,081	0,197	0,247	0,620	1,260	2,549
Modo 17	0,037	0,037	0,061	0,054	0,013	0,057	0,103	0,035	0,013	0,108	0,137	1,193
Modo 18	0,025	0,017	-0,019	0,089	0,223	0,651	1,126	2,352	3,050	5,965	9,787	12,972
Modo 19	0,015	0,000	-0,033	0,008	-0,018	0,081	0,055	0,261	0,385	0,954	2,001	3,791
Modo 20	0,054	0,024	0,004	0,095	0,272	0,739	1,237	2,420	3,021	5,251	7,442	9,305
Modo 21	0,020	0,017	-0,018	0,026	-0,009	0,063	0,062	0,248	0,405	1,021	2,032	3,434
Modo 22	0,020	0,020	0,026	0,027	0,012	0,047	0,087	0,091	0,113	0,242	0,401	0,635
Modo 23	-0,065	-0,018	-0,071	-0,054	-0,039	-0,010	-0,061	0,011	0,151	0,134	0,391	0,976
Modo 24	0,033	0,021	-0,012	0,069	0,193	0,531	0,850	1,627	1,999	3,197	4,319	5,170
Modo 25	0,049	0,036	0,006	0,049	0,007	0,072	0,060	0,184	0,318	0,762	1,450	2,374
Modo 26	0,091	0,045	0,055	0,040	0,106	0,073	0,282	0,526	0,550	1,561	3,296	9,346
Modo 27	0,050	0,035	0,009	0,066	0,102	0,300	0,510	0,554	0,953	1,794	2,683	3,651
Modo 28	0,041	0,027	0,007	0,028	-0,008	0,059	0,054	0,061	0,105	0,340	0,727	1,127
Modo 29	-0,019	-0,004	-0,033	-0,017	0,005	0,052	0,094	0,232	0,364	0,648	2,350	5,342
Modo 30	-0,013	-0,019	-0,041	0,038	0,077	0,341	0,471	1,228	1,516	3,552	4,651	5,409
Modo 31	0,244	0,209	0,199	0,135	0,208	0,225	0,426	0,465	0,568	0,814	1,395	1,824
Modo 32	0,239	0,179	0,219	0,149	0,185	0,157	0,317	0,273	0,349	0,785	1,349	1,690
Modo 33	0,050	0,035	0,022	0,052	0,122	0,251	0,426	0,800	0,874	1,080	1,405	1,487
Modo 34	-0,054	-0,054	-0,081	-0,002	-0,034	0,054	0,036	0,191	0,235	0,555	1,753	4,343
Modo 35	0,130	0,118	0,181	0,136	0,080	0,099	0,150	0,306	0,394	1,018	1,945	2,598
Modo 36	0,166	0,125	0,215	0,147	0,114	0,105	0,229	0,154	0,186	0,471	0,666	0,947
Modo 37	0,040	0,018	0,017	0,033	0,080	0,164	0,359	0,703	0,895	1,541	1,931	2,412
Modo 38	0,875	0,720	0,807	0,729	0,671	0,654	0,598	0,660	0,724	1,623	1,678	3,543
Modo 39	0,838	0,600	0,848	0,731	0,699	0,574	0,598	0,589	0,609	1,281	1,321	3,169
Modo 40	0,070	0,008	0,060	0,003	0,052	0,064	0,012	0,044	0,055	1,437	2,848	4,247

Tabla 20. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 7' en grieta recta.

Diferencias % POS.7	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,010	-0,022	-0,036	0,003	0,009	0,000	-0,014	0,033	0,026	-0,007	0,044	0,039
Modo 8	-0,050	-0,037	-0,057	-0,016	0,004	-0,027	-0,022	-0,036	-0,038	-0,064	-0,034	-0,067
Modo 9	-0,011	-0,058	-0,011	0,030	0,029	0,015	0,038	0,089	0,129	0,280	0,511	0,965
Modo 10	-0,005	-0,045	-0,009	0,006	0,013	0,007	0,004	-0,005	0,033	0,024	0,087	0,174
Modo 11	-0,031	-0,036	-0,057	-0,014	0,003	-0,008	-0,022	0,007	-0,012	-0,033	-0,012	-0,023
Modo 12	-0,040	-0,101	-0,038	0,016	0,036	0,140	0,195	0,448	0,537	1,177	2,153	4,632
Modo 13	-0,054	-0,117	-0,049	-0,017	-0,046	0,012	-0,003	0,044	0,050	0,188	0,333	0,745
Modo 14	-0,015	-0,016	-0,028	-0,007	0,000	-0,002	-0,001	0,015	0,025	0,083	0,477	4,751
Modo 15	-0,018	-0,101	0,003	0,044	0,162	0,400	0,623	1,247	1,516	3,360	6,020	8,514
Modo 16	-0,032	-0,105	-0,024	-0,011	0,014	0,075	0,063	0,169	0,199	0,559	0,960	2,053
Modo 17	0,035	-0,036	0,050	0,041	0,036	-0,006	0,013	0,055	0,049	0,057	0,115	1,810
Modo 18	-0,037	-0,044	0,026	0,078	0,361	0,770	1,202	2,333	2,919	5,968	9,649	12,898
Modo 19	-0,064	-0,106	-0,039	-0,070	-0,004	0,095	0,094	0,250	0,337	0,996	1,694	3,536
Modo 20	-0,060	-0,069	0,081	0,109	0,477	0,968	1,512	2,725	3,278	5,853	7,990	10,270
Modo 21	-0,090	-0,153	0,000	-0,081	0,029	0,103	0,138	0,319	0,414	1,194	1,946	3,661
Modo 22	0,013	-0,016	0,022	0,018	0,020	0,015	0,039	0,082	0,100	0,181	0,326	0,539
Modo 23	-0,106	-0,111	-0,093	-0,057	-0,128	-0,006	-0,036	0,000	0,012	0,130	0,232	0,646
Modo 24	0,016	0,026	0,054	0,110	0,392	0,810	1,241	2,125	2,585	4,079	5,258	6,389
Modo 25	0,016	0,016	0,008	-0,030	0,018	0,117	0,134	0,278	0,448	0,991	1,633	2,746
Modo 26	0,085	0,087	0,075	0,068	0,124	0,183	0,422	1,026	1,361	2,464	3,457	8,316
Modo 27	0,010	0,017	0,030	0,038	0,141	0,578	0,715	0,962	1,036	1,885	3,239	5,073
Modo 28	0,012	0,012	-0,027	-0,080	-0,168	0,040	0,052	0,156	0,315	0,651	1,087	1,808
Modo 29	-0,034	-0,033	-0,036	-0,023	-0,029	0,058	0,088	0,185	0,256	0,540	2,641	5,793
Modo 30	-0,009	-0,004	0,003	0,032	0,207	0,460	0,644	1,443	1,716	3,990	4,389	5,038
Modo 31	0,160	0,164	0,183	0,103	0,339	0,329	0,694	1,171	1,381	2,115	2,741	3,475
Modo 32	0,159	0,159	0,180	0,041	0,170	0,072	0,169	0,316	0,422	0,936	1,309	1,918
Modo 33	0,011	0,016	0,075	0,059	0,203	0,416	0,565	0,984	1,090	1,643	1,855	2,273
Modo 34	0,063	0,064	-0,082	0,087	0,128	0,185	0,139	0,290	0,491	1,549	2,885	4,865
Modo 35	0,118	0,121	0,175	0,155	0,242	0,224	0,575	0,898	1,334	1,710	2,007	2,771
Modo 36	0,143	0,144	0,198	0,148	0,160	0,155	0,108	0,104	0,343	0,500	0,633	1,128
Modo 37	0,037	0,038	0,037	0,061	0,110	0,179	0,272	0,394	0,521	0,755	0,894	1,371
Modo 38	0,607	0,609	0,614	0,629	0,686	0,696	0,803	1,202	1,389	2,109	2,847	4,091
Modo 39	0,651	0,652	0,652	0,660	0,676	0,639	0,691	0,766	0,947	1,278	1,719	2,905
Modo 40	0,001	0,001	0,023	0,010	0,027	0,016	0,089	0,176	0,177	0,347	0,972	1,900

Tabla 21. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 8' en grieta recta.

	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Diferencias % POS.8												
Modo 7	0,045	0,018	-0,005	0,016	-0,009	-0,020	0,041	0,014	0,005	-0,045	-0,028	-0,091
Modo 8	-0,016	-0,025	-0,028	-0,028	-0,039	-0,030	-0,020	-0,053	-0,057	-0,077	-0,046	-0,109
Modo 9	0,017	0,004	0,012	0,002	0,007	-0,006	0,012	0,030	-0,009	-0,035	0,017	-0,025
Modo 10	0,008	-0,009	0,001	-0,011	-0,009	0,000	0,002	-0,002	-0,023	-0,038	0,021	-0,034
Modo 11	0,019	-0,001	-0,023	-0,001	-0,023	-0,020	0,018	-0,004	-0,017	-0,032	-0,028	-0,040
Modo 12	0,005	0,014	-0,031	0,013	-0,020	-0,047	0,002	0,019	-0,003	-0,007	0,111	0,181
Modo 13	-0,025	-0,002	-0,033	-0,004	-0,034	-0,055	-0,034	-0,025	-0,011	-0,044	0,043	0,040
Modo 14	0,009	0,002	-0,011	0,001	-0,011	-0,013	0,008	-0,007	-0,006	-0,020	0,013	0,036
Modo 15	-0,019	0,010	-0,017	0,009	0,005	-0,018	-0,012	0,089	0,066	0,162	0,456	0,939
Modo 16	-0,019	0,001	-0,026	0,000	-0,002	-0,021	-0,025	0,030	0,022	0,052	0,207	0,353
Modo 17	0,018	-0,006	0,049	-0,006	0,035	0,049	0,018	0,061	0,002	0,023	0,069	0,059
Modo 18	-0,043	-0,014	-0,059	-0,012	-0,023	-0,030	0,009	0,198	0,190	0,506	1,136	2,648
Modo 19	-0,070	-0,026	-0,064	-0,025	-0,039	-0,052	-0,078	0,049	0,040	0,128	0,387	0,859
Modo 20	-0,148	-0,019	-0,036	-0,014	0,007	0,000	-0,043	0,317	0,324	0,898	1,943	4,542
Modo 21	-0,175	-0,042	-0,056	-0,039	-0,045	-0,033	-0,171	0,064	0,050	0,280	0,623	1,382
Modo 22	0,007	0,000	0,020	-0,001	0,014	0,017	0,009	0,036	0,017	0,048	0,176	0,426
Modo 23	-0,042	0,018	-0,080	0,017	-0,078	-0,121	-0,038	-0,095	-0,005	-0,042	0,004	0,057
Modo 24	0,026	-0,009	-0,043	-0,006	-0,004	0,025	0,090	0,388	0,470	1,074	2,254	4,952
Modo 25	0,035	-0,001	-0,039	0,005	0,006	0,009	-0,022	0,145	0,129	0,339	0,718	1,566
Modo 26	0,030	0,024	0,068	0,022	0,103	0,104	0,101	0,165	0,181	0,732	2,291	6,049
Modo 27	0,047	-0,004	-0,030	0,002	0,031	0,029	0,136	0,433	0,518	0,903	1,456	3,026
Modo 28	0,045	-0,025	-0,043	-0,024	-0,018	-0,023	0,105	0,120	0,092	0,208	0,420	0,654
Modo 29	-0,008	0,010	-0,037	0,009	-0,031	-0,050	-0,014	0,005	0,066	0,191	0,796	3,035
Modo 30	0,010	-0,042	-0,077	-0,039	-0,022	0,004	0,302	0,413	0,531	1,250	2,452	5,111
Modo 31	0,248	0,182	0,129	0,180	0,165	0,204	0,360	0,677	0,695	1,620	3,602	6,272
Modo 32	0,237	0,175	0,147	0,179	0,133	0,169	0,192	0,285	0,176	0,557	1,084	1,772
Modo 33	0,002	-0,020	-0,004	-0,015	0,045	0,068	0,325	0,367	0,456	0,846	1,242	1,646
Modo 34	0,056	0,015	-0,084	0,018	0,011	0,040	0,073	0,265	0,259	1,932	5,953	9,966
Modo 35	0,178	-0,079	0,139	-0,083	0,153	0,215	0,616	0,764	0,653	1,379	1,720	2,467
Modo 36	0,245	-0,080	0,159	-0,087	0,093	0,190	0,154	0,303	0,277	0,391	0,785	1,214
Modo 37	0,017	0,004	0,016	0,004	0,036	0,047	0,111	0,154	0,171	0,378	0,718	1,031
Modo 38	0,608	0,662	0,693	0,685	0,667	0,818	1,017	1,729	3,754	4,136	6,959	8,502
Modo 39	0,646	0,703	0,741	0,698	0,701	0,761	0,749	0,801	0,987	1,210	1,858	2,664
Modo 40	0,036	-0,018	0,016	-0,020	0,000	-0,032	0,115	0,128	0,147	0,277	0,553	1,139

Observando las tablas, los valores más altos de diferencia porcentual respecto al eje nuevo se dan en: 'Modo 7 y Porcentaje 100% de Posición 1', 'Modo 12 y Porcentaje 100% de Posición 3', 'Modo 7 y Porcentaje 100% de Posición 2', 'Modo 9 y Porcentaje 100% de Posición 2' y 'Modo 18 y Porcentaje 100% de Posición 5' con 19,639%, 14,347%, 14,123%, 13,15% y 13,007% respectivamente.

A continuación vamos a presentar unas tablas que muestran valores de las medias de diferencias porcentuales de frecuencias en cada una de las posiciones estudiadas del eje y para cada uno de los porcentajes de grieta:

Tabla 22. Medias de diferencias porcentuales para cada porcentaje y cada posición en grieta recta.

POSICIÓN 1											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,054	0,058	0,063	0,056	0,107	0,165	0,187	0,542	0,660	1,269	2,106	3,368
0,720											
POSICIÓN 2											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,073	0,093	0,067	0,084	0,085	0,209	0,284	0,534	0,680	1,348	2,159	3,496
0,759											
POSICIÓN 3											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
-0,032	0,065	0,098	0,067	0,081	0,189	0,263	0,532	0,705	1,371	2,175	3,649
0,763											
POSICIÓN 4											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,064	0,056	0,039	0,046	0,110	0,162	0,278	0,516	0,698	1,279	2,092	3,684
0,752											
POSICIÓN 5											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,065	0,078	0,027	0,098	0,145	0,156	0,240	0,516	0,648	1,214	2,107	3,482
0,731											
POSICIÓN 6											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,093	0,070	0,069	0,084	0,094	0,183	0,268	0,485	0,620	1,262	2,107	3,467
0,734											
POSICIÓN 7											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,043	0,027	0,056	0,063	0,131	0,227	0,330	0,596	0,747	1,397	2,119	3,441
0,765											
POSICIÓN 8											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,060	0,042	0,040	0,043	0,053	0,064	0,121	0,231	0,298	0,564	1,175	2,126
0,401											

Podemos ver en estas tablas, que la diferencia porcentual, por lo general, será siempre mayor cuanto más grande sea la grieta, apoyando la teoría de que una pieza con fallo siempre presentará frecuencias de vibración menores que la misma pieza sin fallo. Como conclusión podemos destacar que la posición donde se produce una variación media de frecuencia mayor con respecto al eje sin fallo es la posición 7, con una variación media de un 0,765%.

Otra tabla que podemos representar es la media de las diferencias porcentuales para cada uno de los porcentajes y para cada modo:

Tabla 23. Medias de diferencias porcentuales en cada modo y porcentaje en grieta recta.

Media de diferencias %	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	Media
Modo 7	0,002	-0,006	-0,007	0,014	0,077	0,160	0,309	0,634	0,841	1,585	2,762	4,581	0,913
Modo 8	-0,030	-0,036	-0,032	-0,021	-0,026	-0,003	-0,007	0,042	0,088	0,232	0,529	0,997	0,145
Modo 9	0,009	0,009	0,009	0,020	0,056	0,133	0,252	0,513	0,662	1,294	2,248	3,866	0,756
Modo 10	0,005	0,005	0,010	0,005	-0,002	0,016	0,030	0,068	0,098	0,230	0,483	0,909	0,155
Modo 11	-0,015	-0,026	-0,024	-0,010	0,005	0,032	0,052	0,151	0,210	0,416	0,734	1,340	0,239
Modo 12	-0,005	-0,010	-0,022	0,023	0,067	0,210	0,386	0,828	1,084	2,172	3,937	7,088	1,313
Modo 13	-0,025	-0,028	-0,029	-0,009	-0,038	0,005	0,003	0,088	0,128	0,355	0,762	1,482	0,224
Modo 14	-0,007	-0,012	-0,012	-0,002	0,013	0,046	0,102	0,251	0,374	0,915	2,242	6,017	0,827
Modo 15	0,007	-0,001	-0,002	0,027	0,093	0,278	0,509	1,072	1,368	2,678	4,330	5,374	1,311
Modo 16	-0,003	-0,007	-0,011	0,010	-0,014	0,028	0,032	0,146	0,198	0,481	0,998	1,946	0,317
Modo 17	0,035	0,048	0,055	0,028	0,032	0,052	0,115	0,179	0,193	0,408	0,665	1,583	0,283
Modo 18	-0,016	-0,009	-0,016	0,034	0,138	0,408	0,731	1,512	1,920	3,681	5,864	8,072	1,860
Modo 19	-0,027	-0,030	-0,035	-0,022	-0,029	0,020	0,016	0,167	0,243	0,652	1,314	2,509	0,398
Modo 20	-0,030	-0,010	-0,022	0,021	0,084	0,290	0,495	1,050	1,331	2,424	3,666	5,325	1,219
Modo 21	-0,043	-0,029	-0,045	-0,025	-0,058	-0,004	-0,022	0,120	0,194	0,513	0,959	1,914	0,289
Modo 22	0,016	0,023	0,023	0,016	0,025	0,057	0,130	0,255	0,343	0,831	1,644	2,883	0,520
Modo 23	-0,069	-0,070	-0,093	-0,027	-0,054	0,020	0,030	0,153	0,235	0,474	0,784	1,385	0,231
Modo 24	0,006	0,012	0,003	0,028	0,146	0,309	0,539	1,039	1,281	2,185	3,096	4,279	1,077
Modo 25	0,011	0,017	0,003	-0,001	0,017	0,045	0,040	0,154	0,214	0,537	1,034	1,911	0,332
Modo 26	0,058	0,057	0,055	0,041	0,080	0,104	0,215	0,549	0,692	1,612	2,973	6,647	1,090
Modo 27	0,011	0,015	0,002	0,001	0,075	0,215	0,336	0,557	0,755	1,308	2,038	3,498	0,734
Modo 28	0,014	0,002	-0,001	-0,030	-0,010	0,035	0,034	0,106	0,168	0,367	0,622	1,100	0,201
Modo 29	-0,023	-0,027	-0,039	-0,006	0,005	0,072	0,154	0,390	0,563	1,271	2,697	4,964	0,835
Modo 30	-0,020	-0,022	-0,031	-0,008	0,051	0,151	0,264	0,615	0,755	1,783	2,587	3,738	0,822
Modo 31	0,161	0,184	0,176	0,110	0,259	0,357	0,519	0,912	1,044	1,688	2,280	3,154	0,903
Modo 32	0,161	0,187	0,180	0,159	0,188	0,193	0,192	0,330	0,367	0,747	1,120	1,948	0,481
Modo 33	0,005	0,013	0,013	0,012	0,047	0,105	0,193	0,346	0,405	0,611	0,769	0,966	0,290
Modo 34	0,015	0,000	-0,027	0,022	0,075	0,141	0,180	0,572	0,867	2,042	3,926	6,964	1,231
Modo 35	0,106	0,133	0,143	0,125	0,210	0,292	0,436	0,752	0,883	1,480	1,938	3,092	0,799
Modo 36	0,137	0,176	0,184	0,148	0,171	0,194	0,163	0,282	0,358	0,541	0,909	1,361	0,385
Modo 37	0,025	0,024	0,025	0,026	0,063	0,111	0,217	0,402	0,516	0,826	1,072	1,368	0,389
Modo 38	0,646	0,736	0,757	0,788	0,833	0,858	0,964	1,460	1,869	2,665	3,900	5,735	1,768
Modo 39	0,656	0,755	0,759	0,811	0,819	0,790	0,699	0,909	0,958	1,358	1,819	3,189	1,127
Modo 40	0,011	0,004	0,001	-0,006	0,029	0,039	0,069	0,198	0,283	0,879	1,476	2,347	0,444

Observamos que los modos donde la media de diferencias porcentuales es mayor son: el 18, 38, 12, 15, 34 y 20. Por lo tanto, a la vista de esta tabla, podemos concluir que dichos modos van a ser importantes y relevantes a la hora del estudio de las frecuencias del eje, ya que nos darán valores más destacados.

9.3.3 Resultados de diferencias unitarias para grieta recta.

De la misma manera que hemos procedido en el apartado anterior vamos a representar los resultados obtenidos para diferencias unitarias en grietas rectas respecto al eje nuevo.

Tabla 24. Diferencias unitarias del eje 'Posición 1' para grieta recta.

Diferencias Unit. POS.1	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,108	-0,013	-0,054	0,039	0,488	1,023	2,115	4,251	5,625	10,641	17,898	29,065
Modo 8	-0,118	-0,076	-0,059	-0,045	-0,091	-0,003	0,091	0,350	0,613	1,731	3,504	6,850
Modo 9	-0,034	0,085	0,040	-0,060	0,124	0,026	-0,022	0,137	0,388	0,473	0,757	1,705
Modo 10	-0,071	0,113	0,084	-0,021	-0,080	-0,084	-0,001	0,027	0,135	0,257	0,305	0,662
Modo 11	-0,537	-0,246	-0,323	-0,156	0,276	0,726	1,560	3,913	5,100	11,070	17,641	33,416
Modo 12	-0,231	-0,162	-0,141	-0,144	1,533	3,487	7,245	14,804	19,312	36,021	59,658	93,641
Modo 13	-0,289	-0,235	-0,278	-0,480	-0,456	-0,030	0,088	1,288	1,968	5,891	12,091	22,144
Modo 14	-0,420	-0,210	-0,260	-0,060	0,630	1,730	3,980	9,130	12,610	27,400	50,170	84,651
Modo 15	-0,250	-0,100	-0,070	-0,360	0,020	-0,240	-0,420	0,620	0,840	2,810	4,510	9,440
Modo 16	-0,150	-0,240	-0,210	-0,370	-0,240	-0,390	-0,550	0,240	0,390	0,880	1,580	3,510
Modo 17	0,980	1,520	1,400	0,430	0,580	0,530	0,880	0,550	1,390	0,520	1,020	-0,180
Modo 18	-0,980	-0,440	-0,380	-0,430	2,610	5,350	10,960	22,570	29,810	50,350	71,840	90,420
Modo 19	-0,860	-0,650	-0,670	-0,830	-0,450	-0,700	-0,170	1,780	3,910	9,800	19,170	34,420
Modo 20	-1,240	-0,910	-0,960	-0,860	0,280	-0,910	-1,470	0,610	2,320	8,460	15,970	48,030
Modo 21	-1,270	-0,710	-0,990	-0,690	-0,230	-1,490	-1,550	-0,070	1,640	2,350	3,300	7,380
Modo 22	0,710	1,030	0,960	0,220	0,410	0,230	0,510	0,200	0,910	13,520	39,840	86,120
Modo 23	-1,810	-2,900	-2,760	-2,510	-0,410	3,140	5,780	17,060	19,180	32,400	33,030	31,190
Modo 24	-1,050	-0,440	-0,150	0,180	4,520	8,370	16,440	34,260	44,760	76,890	113,950	152,690
Modo 25	-0,780	-0,130	-0,040	-0,210	0,440	-0,200	-0,670	3,620	6,570	15,240	28,620	49,130
Modo 26	1,820	1,160	1,810	2,610	1,440	0,770	0,530	0,760	0,140	3,880	17,450	52,870
Modo 27	-0,820	-0,160	-0,720	-1,240	-0,410	-0,070	-2,390	5,170	5,190	12,810	14,460	24,020
Modo 28	-0,310	-0,340	-0,040	-0,890	-0,470	-0,830	-4,010	1,830	1,970	6,570	11,430	13,870
Modo 29	-1,140	-2,000	-1,810	-1,450	1,190	5,720	13,320	33,980	45,730	105,060	187,550	289,910
Modo 30	-2,990	-1,310	-1,420	-1,780	0,390	0,230	1,890	7,530	11,700	24,980	39,570	74,990
Modo 31	7,520	7,490	7,050	7,270	11,720	20,740	26,650	54,810	64,140	86,000	100,120	102,840
Modo 32	7,760	8,020	7,400	6,580	5,880	8,250	3,950	13,440	14,950	29,870	51,020	83,510
Modo 33	-1,490	-1,110	-1,280	-0,100	0,260	-1,560	-2,030	-1,470	-0,680	-0,480	-0,990	-4,470
Modo 34	-0,970	0,690	3,040	0,900	4,910	9,970	15,300	40,400	48,500	109,740	181,700	320,660
Modo 35	7,540	7,800	7,950	4,890	6,880	9,010	-8,270	11,920	4,820	5,680	27,610	57,260
Modo 36	10,340	10,730	11,150	8,280	8,290	10,490	-5,660	13,490	6,570	7,790	23,140	30,230
Modo 37	0,830	0,720	1,020	1,210	1,030	-0,210	0,010	-0,230	0,710	-0,910	-0,140	-3,060
Modo 38	45,360	37,280	41,790	43,480	47,980	58,630	43,970	106,530	103,430	161,910	250,070	315,950
Modo 39	47,740	38,240	44,280	45,390	44,580	47,060	5,930	52,440	31,020	54,300	91,990	126,710
Modo 40	0,190	0,510	-1,830	-3,210	-3,700	-3,670	-6,800	-3,110	-4,300	-5,450	-1,340	17,360

Tabla 25. Diferencias unitarias del eje 'Posición 2' para grieta recta.

Diferencias Unit. POS.2	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,016	-0,062	-0,013	-0,027	0,213	0,702	1,305	2,626	3,524	7,030	12,293	20,902
Modo 8	-0,032	-0,093	-0,086	-0,054	-0,057	0,039	0,021	0,310	0,446	1,152	2,288	4,380
Modo 9	0,011	-0,008	0,003	0,134	0,777	2,380	4,661	8,979	11,579	21,781	35,145	53,031
Modo 10	0,043	0,054	-0,035	0,072	-0,104	0,118	0,418	1,173	1,599	3,924	7,754	14,254
Modo 11	-0,123	-0,375	-0,219	-0,253	0,026	0,889	1,148	3,243	4,093	9,089	14,823	27,705
Modo 12	0,044	0,014	0,088	0,038	-0,612	0,513	0,511	0,997	1,617	3,248	5,615	9,281
Modo 13	-0,014	-0,026	0,013	0,018	-0,699	0,131	-0,098	0,500	0,435	1,635	2,874	5,523
Modo 14	-0,080	-0,290	-0,150	-0,130	0,320	1,670	3,230	7,880	11,470	28,180	57,810	105,538
Modo 15	0,070	0,220	0,310	0,160	-0,250	2,970	4,890	9,850	12,440	20,650	26,650	30,760
Modo 16	0,070	0,320	0,110	0,300	-1,180	0,480	0,220	1,720	2,530	5,780	11,300	22,010
Modo 17	0,410	1,010	0,320	0,890	0,910	1,770	4,970	9,470	10,080	21,910	33,860	62,180
Modo 18	-0,160	0,290	0,340	0,420	-0,250	5,490	9,230	18,060	23,530	40,730	60,260	80,590
Modo 19	-0,090	0,250	0,350	-0,050	-2,210	0,620	-0,100	2,320	3,260	8,000	15,790	29,530
Modo 20	-0,300	0,490	0,570	-0,490	-4,210	0,300	-0,880	1,030	2,130	4,810	9,120	22,480
Modo 21	-0,310	0,560	0,140	-0,440	-4,360	0,330	-1,310	-0,590	0,370	1,400	2,680	9,520
Modo 22	0,340	0,810	0,320	0,850	1,170	3,230	8,180	16,870	22,570	50,480	92,030	149,100
Modo 23	-0,540	-1,090	0,180	-0,830	-2,730	0,310	-1,320	-3,520	-0,860	-2,700	0,520	-2,370
Modo 24	0,340	0,970	0,920	0,850	3,060	8,670	13,770	26,010	31,780	52,370	67,890	77,370
Modo 25	0,220	1,360	1,400	0,780	0,120	1,760	0,630	3,850	4,170	13,550	26,140	49,850
Modo 26	0,570	1,450	0,420	0,630	3,130	2,930	5,020	14,580	18,320	39,990	72,560	151,570
Modo 27	0,840	1,280	0,670	1,100	2,620	8,170	12,880	25,220	31,680	49,990	68,630	92,490
Modo 28	0,550	1,810	0,260	1,080	1,030	2,190	0,640	5,420	6,400	11,320	17,150	35,110
Modo 29	-0,280	-0,500	0,280	-0,350	-1,100	0,240	-1,330	-2,480	-0,490	-2,800	-0,800	-4,050
Modo 30	-0,430	0,060	0,410	-0,150	-0,580	2,290	1,880	7,500	8,820	18,790	34,810	76,120
Modo 31	7,400	9,190	8,020	8,210	8,750	9,970	10,270	16,960	15,860	33,990	51,200	87,520
Modo 32	7,890	9,720	7,590	9,010	8,980	10,260	9,110	12,410	12,810	23,150	31,660	56,650
Modo 33	-0,170	1,220	0,650	-1,000	-0,050	-0,070	-1,890	0,000	1,670	1,830	2,930	3,220
Modo 34	0,930	0,480	1,510	4,130	4,060	12,080	16,700	38,040	44,940	127,900	216,500	315,800
Modo 35	8,050	9,880	2,630	6,600	13,950	23,120	37,730	63,980	82,370	132,060	182,600	274,930
Modo 36	9,990	12,590	2,550	10,000	11,160	11,570	11,300	12,210	16,720	36,380	52,700	86,960
Modo 37	0,300	1,190	0,510	0,830	2,700	4,510	7,410	14,470	17,220	27,620	35,660	50,270
Modo 38	39,840	44,700	40,240	44,890	48,680	53,160	55,000	56,140	67,350	114,530	133,300	179,360
Modo 39	42,290	47,120	36,480	45,650	48,910	46,360	44,710	41,390	40,920	85,990	108,750	171,940
Modo 40	0,800	1,260	-1,680	-1,200	2,350	2,690	6,670	15,330	19,270	41,800	59,940	88,990

Tabla 26. Diferencias unitarias del eje 'Posición 3' para grieta recta.

Diferencias Unit. POS.3	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,027	-0,019	0,007	0,042	0,073	0,053	0,116	0,331	0,414	0,873	1,613	2,954
Modo 8	-0,062	-0,090	-0,033	-0,011	-0,095	-0,013	-0,033	0,029	0,082	0,173	0,382	0,702
Modo 9	0,005	0,022	0,059	0,094	0,302	0,953	1,732	3,785	4,990	10,716	19,797	37,266
Modo 10	-0,022	-0,089	0,120	0,007	-0,105	0,098	0,231	0,450	0,777	1,913	3,995	8,073
Modo 11	-0,082	-0,270	-0,072	0,037	-0,119	-0,016	0,165	0,657	1,166	2,076	4,132	7,015
Modo 12	0,004	0,076	0,060	0,621	1,181	3,137	6,266	14,018	18,373	37,745	65,857	109,194
Modo 13	-0,318	-0,308	0,034	0,074	-0,628	-0,066	0,208	1,494	2,345	6,030	12,397	25,065
Modo 14	-0,060	-0,210	-0,040	0,070	-0,010	0,280	0,880	2,640	4,190	12,290	31,420	65,370
Modo 15	-0,110	-0,090	0,330	0,530	0,940	5,410	10,300	21,330	27,650	47,540	63,870	71,430
Modo 16	-0,200	-0,200	0,330	0,330	-1,060	0,210	0,230	2,230	3,750	9,520	20,000	36,140
Modo 17	0,240	0,470	0,750	-0,170	0,490	2,080	3,300	5,150	6,660	14,850	25,400	50,830
Modo 18	-0,010	0,220	0,510	0,630	-1,230	2,890	4,890	13,200	16,520	30,940	47,240	66,340
Modo 19	-0,300	-0,110	0,370	-0,160	-1,350	-0,300	-1,150	1,700	2,790	7,790	14,480	27,690
Modo 20	-0,520	0,000	0,130	-0,700	-5,100	-1,790	-2,000	0,130	1,160	6,280	22,380	39,690
Modo 21	-0,520	-0,160	0,250	-0,650	-4,900	-2,290	-2,870	-0,140	-0,260	1,930	2,000	13,130
Modo 22	0,180	0,370	0,610	0,070	0,760	3,200	6,470	13,970	20,080	48,160	96,120	168,250
Modo 23	-1,180	-0,580	-1,580	1,500	0,930	0,590	2,650	12,460	13,130	30,880	51,400	90,930
Modo 24	-0,770	0,520	0,960	-0,470	1,590	3,410	6,780	11,540	16,080	30,820	44,910	66,120
Modo 25	-0,630	0,450	1,110	-2,220	-0,340	1,400	1,640	1,100	3,100	7,550	11,090	40,170
Modo 26	0,310	-0,340	1,200	-0,100	0,190	5,710	9,770	33,690	46,040	106,170	170,410	231,580
Modo 27	-1,730	0,280	0,930	-3,520	5,390	12,750	21,960	28,200	33,570	56,150	82,520	138,230
Modo 28	-1,290	-0,240	1,320	-4,700	0,330	2,030	1,740	5,160	6,200	21,280	36,390	73,050
Modo 29	-0,680	-0,320	-0,770	1,300	1,980	4,200	10,170	26,930	34,550	73,000	109,690	156,690
Modo 30	0,050	0,550	0,590	0,140	-0,190	-0,510	0,050	1,000	-0,020	5,410	10,240	21,470
Modo 31	-4,900	6,170	7,820	-9,950	12,470	23,560	33,000	56,620	66,210	94,750	97,920	115,630
Modo 32	-5,470	6,840	7,730	6,720	6,120	10,070	6,510	15,560	17,760	36,760	48,760	110,280
Modo 33	-1,100	-0,540	-0,190	-0,770	-2,350	0,040	1,470	0,370	1,400	7,070	12,400	25,710
Modo 34	3,640	2,880	4,300	1,070	5,390	7,140	11,710	29,330	40,850	87,350	146,730	293,810
Modo 35	-4,850	5,660	10,440	10,110	9,650	18,780	13,480	38,060	53,010	90,250	78,390	162,620
Modo 36	-9,780	8,330	13,110	8,210	9,720	13,880	15,080	13,070	20,340	32,000	43,740	53,710
Modo 37	0,410	0,140	1,380	0,600	0,680	5,200	8,610	13,520	20,560	29,260	41,040	64,870
Modo 38	1,830	40,580	46,100	49,210	49,450	47,670	46,720	52,640	67,620	105,770	163,210	273,230
Modo 39	-6,600	41,350	48,700	52,290	41,420	47,030	44,650	44,350	51,500	61,940	72,190	110,150
Modo 40	-4,180	0,700	1,400	1,230	5,070	10,470	10,660	25,750	43,500	60,270	70,500	93,180

Tabla 27. Diferencias unitarias del eje 'Posición 4' para grieta recta.

Diferencias Unit. POS. 4	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,032	0,000	-0,033	0,015	0,019	0,063	0,102	0,151	0,224	0,242	0,555	0,903
Modo 8	0,017	-0,082	-0,067	-0,026	0,000	0,014	0,005	-0,036	0,058	0,039	0,155	0,196
Modo 9	0,070	0,152	0,028	0,090	0,132	0,391	0,720	1,704	2,101	4,107	7,969	15,322
Modo 10	0,049	0,028	0,057	0,013	0,082	0,162	0,045	0,260	0,325	0,810	1,682	3,197
Modo 11	0,158	-0,237	-0,292	-0,058	0,002	0,079	0,244	0,055	0,644	0,357	1,545	1,980
Modo 12	-0,024	0,020	-0,253	0,051	0,879	2,062	3,684	7,760	10,380	21,115	41,087	77,150
Modo 13	-0,207	-0,172	-0,282	-0,149	0,008	0,197	0,196	0,891	1,172	3,388	7,436	14,497
Modo 14	0,130	-0,200	-0,250	-0,030	0,080	0,270	0,660	1,190	2,300	6,330	23,910	68,090
Modo 15	0,530	0,150	-0,290	0,310	2,030	4,990	9,540	19,360	25,090	46,900	72,950	85,260
Modo 16	0,120	0,090	-0,250	-0,060	0,470	0,710	0,900	2,390	3,330	7,730	17,400	32,700
Modo 17	0,200	1,250	1,140	0,450	0,120	0,340	0,590	2,280	2,040	4,700	8,950	17,930
Modo 18	0,390	-0,290	-0,900	-0,110	2,910	6,880	13,570	25,590	31,080	60,710	96,510	136,450
Modo 19	0,080	-0,640	-1,010	-0,780	0,330	0,580	1,330	2,410	3,450	11,360	23,280	41,450
Modo 20	0,510	0,260	-0,690	-0,190	1,770	3,840	7,340	14,690	21,830	37,660	62,340	94,060
Modo 21	0,550	-0,280	-0,800	-0,860	0,250	0,070	0,610	2,280	4,880	10,320	18,690	43,200
Modo 22	0,160	0,870	0,740	0,380	0,560	1,490	3,030	7,080	9,100	19,310	34,670	57,550
Modo 23	-2,360	-1,880	-2,330	-1,250	0,010	0,700	3,640	3,600	6,090	16,710	29,900	67,250
Modo 24	0,790	0,250	-1,190	-0,970	0,970	1,380	0,970	2,580	0,520	10,940	14,360	43,460
Modo 25	0,930	0,520	-1,100	-0,620	0,880	1,250	1,090	2,130	0,080	5,910	14,790	18,370
Modo 26	3,050	2,580	1,830	2,100	2,380	4,510	5,140	18,310	21,930	52,250	93,280	202,120
Modo 27	0,730	0,430	-1,440	-1,370	1,640	1,910	5,030	7,900	16,960	27,840	55,500	165,560
Modo 28	0,960	-0,180	-1,070	-2,040	1,430	1,320	2,800	2,710	5,390	6,840	5,800	16,160
Modo 29	-1,210	-1,280	-1,680	-0,610	1,450	4,330	11,040	23,880	36,160	96,030	187,290	272,410
Modo 30	-0,400	-1,430	-2,310	-2,280	1,350	3,220	7,320	12,560	15,740	37,170	62,910	115,210
Modo 31	6,560	6,300	6,040	3,340	9,680	16,000	25,090	41,580	48,780	89,440	96,790	137,210
Modo 32	6,830	7,110	6,370	2,220	8,410	7,470	9,960	10,110	13,760	30,610	37,450	88,020
Modo 33	1,340	2,030	0,700	0,060	0,220	-0,610	0,330	0,750	1,340	5,740	7,220	15,420
Modo 34	0,230	-3,710	-5,880	-3,580	2,130	5,250	6,930	50,590	119,090	192,880	231,520	369,560
Modo 35	0,550	7,590	5,090	4,590	14,620	21,650	46,230	47,480	48,990	56,920	67,660	136,280
Modo 36	3,900	10,310	6,970	6,670	6,190	4,900	8,520	18,770	27,460	33,030	81,590	116,180
Modo 37	2,110	1,070	0,660	1,080	3,170	6,080	10,430	20,020	21,440	31,020	48,320	56,330
Modo 38	32,140	29,060	36,080	37,000	37,840	41,200	71,080	120,930	142,300	177,310	260,220	477,780
Modo 39	34,880	31,600	38,510	38,570	39,760	40,270	42,760	56,620	69,320	78,000	98,010	241,020
Modo 40	0,590	-0,230	0,200	0,930	3,040	5,000	10,210	25,250	34,990	101,920	150,350	239,780

Tabla 28. Diferencias unitarias del eje 'Posición 5' para grieta recta.

Diferencias Unit. POS.5	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,015	0,009	0,095	0,029	0,130	0,038	0,000	0,012	0,048	0,044	0,208	0,282
Modo 8	-0,052	-0,005	0,038	-0,052	0,036	0,008	-0,036	-0,002	-0,009	-0,070	0,038	-0,021
Modo 9	0,053	0,156	0,105	0,087	0,345	0,173	0,484	0,767	1,032	2,046	3,783	7,584
Modo 10	0,058	0,156	0,065	0,003	0,128	0,052	0,127	0,203	0,153	0,283	0,705	1,431
Modo 11	-0,172	-0,006	0,343	-0,043	0,370	0,081	-0,137	-0,042	0,020	-0,253	0,303	0,087
Modo 12	-0,005	-0,088	-0,447	0,334	0,756	1,490	2,307	4,992	6,526	13,615	27,354	56,785
Modo 13	-0,136	-0,228	-0,540	0,118	0,080	0,197	-0,010	0,558	0,769	1,818	4,667	8,963
Modo 14	-0,130	-0,010	0,250	-0,020	0,330	0,100	0,040	0,350	0,690	2,130	13,720	72,720
Modo 15	0,180	0,340	-0,290	0,740	2,440	4,170	8,720	17,930	23,490	48,500	83,590	99,490
Modo 16	0,100	0,230	-0,440	0,420	0,480	0,390	0,840	2,600	3,170	7,070	15,470	31,240
Modo 17	0,810	1,280	0,300	0,270	0,360	-0,220	1,370	0,710	0,800	1,560	1,530	5,140
Modo 18	-0,400	-0,300	-0,840	1,330	4,710	9,770	18,320	37,600	48,300	93,070	151,350	210,930
Modo 19	-0,370	-0,590	-1,340	0,330	0,850	0,410	1,000	4,330	5,780	13,980	31,550	59,700
Modo 20	-0,200	-0,100	-3,710	1,860	5,580	11,220	22,760	43,880	55,300	94,570	135,860	175,540
Modo 21	-0,500	-0,570	-4,570	0,430	0,270	0,060	0,910	5,280	7,360	16,980	36,360	67,150
Modo 22	0,610	0,900	0,040	0,310	0,520	0,310	2,030	2,660	3,460	6,150	10,320	17,330
Modo 23	-1,730	-3,730	-4,710	0,340	-2,070	1,900	-2,260	-0,010	1,440	3,450	12,830	25,660
Modo 24	0,040	0,090	0,040	1,760	4,750	6,240	15,880	31,090	38,370	60,020	86,310	108,670
Modo 25	-0,080	-0,030	-0,110	1,530	1,460	-0,180	1,050	5,030	6,710	13,520	32,390	60,180
Modo 26	2,320	4,490	2,270	0,940	2,290	0,540	7,680	15,080	19,630	48,430	100,390	269,650
Modo 27	0,300	0,290	0,770	2,040	0,940	2,490	3,620	11,240	21,840	35,330	55,120	82,060
Modo 28	0,520	-0,940	1,180	1,380	1,200	1,550	0,690	0,670	5,880	7,860	14,130	23,210
Modo 29	-1,010	-2,250	-3,170	0,560	-0,160	3,170	3,220	9,790	14,600	29,140	55,710	157,990
Modo 30	-1,560	-1,920	-1,880	0,760	4,250	9,040	13,560	36,380	44,370	107,390	178,330	220,160
Modo 31	7,060	4,990	4,460	8,430	8,130	8,110	4,780	16,410	18,360	30,690	46,700	67,800
Modo 32	7,390	5,060	4,290	9,120	8,450	6,860	2,610	14,630	15,170	18,030	26,430	43,130
Modo 33	0,590	1,310	0,630	1,790	2,060	6,060	10,650	23,580	27,460	35,730	40,780	48,010
Modo 34	-1,560	-1,340	-1,760	0,510	5,180	2,430	1,460	8,430	5,910	18,000	130,620	292,330
Modo 35	7,260	8,780	2,460	8,550	7,790	6,330	5,260	16,720	16,790	55,070	76,090	112,080
Modo 36	9,370	11,790	5,690	9,820	8,840	7,660	6,680	17,110	19,630	21,510	27,170	47,400
Modo 37	1,170	2,760	2,250	1,130	4,670	6,580	17,930	40,110	53,740	89,140	100,200	105,810
Modo 38	36,780	46,070	35,620	41,540	51,300	37,320	51,770	73,900	80,060	122,430	192,900	261,690
Modo 39	39,590	48,830	26,580	41,260	52,420	39,910	42,380	64,800	67,160	79,720	118,830	201,290
Modo 40	1,650	-0,230	-2,630	0,130	1,250	-0,700	-3,510	0,740	4,050	58,760	105,540	155,200

Tabla 29. Diferencias unitarias del eje 'Posición 6' para grieta recta.

Diferencias Unit. POS.6	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,052	0,021	-0,026	0,040	-0,017	0,045	-0,022	0,061	0,073	0,015	0,107	0,210
Modo 8	-0,009	0,008	-0,041	0,001	-0,052	0,010	-0,063	-0,022	-0,003	-0,066	0,018	-0,041
Modo 9	0,167	0,101	0,038	0,165	-0,005	0,317	0,363	0,686	0,769	1,642	2,955	6,026
Modo 10	0,086	0,121	0,057	0,119	0,011	0,152	0,137	0,105	0,131	0,284	0,699	1,146
Modo 11	0,038	0,029	-0,186	0,057	-0,165	0,083	-0,252	0,064	0,148	-0,215	0,121	0,127
Modo 12	0,174	0,208	-0,125	0,260	0,213	1,359	1,959	4,263	5,707	11,586	22,920	48,899
Modo 13	0,033	0,140	-0,118	0,026	-0,036	0,228	0,088	0,459	0,838	1,794	4,053	8,053
Modo 14	0,050	0,030	-0,150	0,050	-0,120	0,100	-0,080	0,310	0,630	1,560	10,340	69,130
Modo 15	0,630	0,440	-0,010	0,520	1,680	4,470	7,950	16,640	21,300	45,530	81,870	100,690
Modo 16	0,410	0,340	-0,010	0,460	0,110	0,600	0,960	2,330	2,920	7,340	14,920	30,180
Modo 17	0,530	0,520	0,860	0,770	0,190	0,800	1,460	0,500	0,180	1,530	1,940	16,890
Modo 18	0,400	0,270	-0,310	1,440	3,610	10,550	18,260	38,150	49,460	96,740	158,710	210,360
Modo 19	0,240	0,000	-0,540	0,130	-0,290	1,310	0,890	4,240	6,240	15,470	32,460	61,490
Modo 20	1,100	0,500	0,090	1,950	5,580	15,190	25,420	49,710	62,070	107,890	152,890	191,170
Modo 21	0,420	0,340	-0,360	0,530	-0,190	1,290	1,270	5,090	8,320	20,980	41,750	70,560
Modo 22	0,450	0,440	0,580	0,600	0,260	1,040	1,930	2,020	2,510	5,400	8,930	14,150
Modo 23	-1,460	-0,410	-1,610	-1,230	-0,890	-0,220	-1,370	0,240	3,410	3,020	8,840	22,070
Modo 24	0,830	0,540	-0,310	1,750	4,890	13,430	21,510	41,180	50,570	80,890	109,280	130,810
Modo 25	1,240	0,900	0,160	1,230	0,180	1,830	1,510	4,660	8,040	19,290	36,700	60,090
Modo 26	2,790	1,400	1,680	1,240	3,280	2,250	8,700	16,200	16,960	48,110	101,540	287,960
Modo 27	1,550	1,070	0,290	2,030	3,160	9,290	15,770	17,130	29,480	55,520	83,050	112,990
Modo 28	1,260	0,850	0,220	0,870	-0,260	1,840	1,660	1,880	3,240	10,530	22,490	34,880
Modo 29	-0,650	-0,130	-1,120	-0,570	0,170	1,760	3,210	7,940	12,450	22,130	80,320	182,540
Modo 30	-0,470	-0,660	-1,460	1,360	2,730	12,060	16,690	43,490	53,660	125,750	164,680	191,510
Modo 31	9,140	7,820	7,460	5,030	7,770	8,430	15,940	17,390	21,230	30,430	52,170	68,200
Modo 32	8,950	6,700	8,210	5,570	6,930	5,880	11,860	10,200	13,070	29,350	50,460	63,230
Modo 33	1,880	1,320	0,820	1,970	4,610	9,490	16,140	30,310	33,100	40,880	53,200	56,320
Modo 34	-2,350	-2,360	-3,520	-0,070	-1,470	2,360	1,580	8,330	10,230	24,190	76,400	189,220
Modo 35	5,730	5,190	7,960	5,960	3,520	4,370	6,590	13,460	17,330	44,790	85,520	114,250
Modo 36	7,320	5,510	9,480	6,480	5,030	4,620	10,080	6,780	8,170	20,750	29,320	41,690
Modo 37	1,800	0,790	0,750	1,480	3,590	7,350	16,070	31,470	40,070	68,960	86,450	107,980
Modo 38	44,340	36,490	40,910	36,960	34,020	33,160	30,330	33,470	36,730	82,270	85,070	179,640
Modo 39	42,500	30,420	43,020	37,090	35,460	29,120	30,360	29,900	30,900	65,010	67,040	160,760
Modo 40	3,620	0,400	3,090	0,140	2,680	3,320	0,610	2,300	2,870	74,390	147,390	219,850

Tabla 30. Diferencias unitarias del eje 'Posición 7' para grieta recta.

Diferencias Unit. POS.7	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,015	-0,033	-0,054	0,005	0,013	0,000	-0,021	0,049	0,039	-0,010	0,065	0,057
Modo 8	-0,074	-0,055	-0,085	-0,024	0,006	-0,040	-0,032	-0,054	-0,056	-0,095	-0,051	-0,099
Modo 9	-0,044	-0,234	-0,045	0,119	0,118	0,061	0,155	0,360	0,522	1,129	2,060	3,892
Modo 10	-0,019	-0,180	-0,036	0,024	0,054	0,030	0,016	-0,021	0,132	0,095	0,350	0,702
Modo 11	-0,202	-0,235	-0,371	-0,091	0,017	-0,053	-0,145	0,043	-0,078	-0,218	-0,079	-0,153
Modo 12	-0,306	-0,772	-0,290	0,118	0,275	1,066	1,487	3,409	4,086	8,961	16,388	35,256
Modo 13	-0,411	-0,892	-0,370	-0,133	-0,350	0,091	-0,022	0,333	0,377	1,428	2,531	5,674
Modo 14	-0,160	-0,170	-0,300	-0,080	0,000	-0,020	-0,010	0,160	0,270	0,890	5,120	51,020
Modo 15	-0,210	-1,190	0,040	0,520	1,920	4,730	7,370	14,760	17,940	39,770	71,260	100,780
Modo 16	-0,380	-1,240	-0,280	-0,130	0,160	0,890	0,740	2,000	2,360	6,620	11,360	24,310
Modo 17	0,490	-0,510	0,710	0,580	0,510	-0,080	0,190	0,780	0,690	0,800	1,630	25,610
Modo 18	-0,600	-0,720	0,420	1,260	5,860	12,490	19,500	37,830	47,330	96,780	156,480	209,170
Modo 19	-1,030	-1,720	-0,640	-1,130	-0,060	1,540	1,520	4,050	5,470	16,150	27,470	57,350
Modo 20	-1,240	-1,420	1,670	2,230	9,800	19,880	31,070	55,990	67,340	120,250	164,160	210,990
Modo 21	-1,840	-3,150	0,010	-1,660	0,600	2,120	2,840	6,560	8,510	24,530	39,980	75,230
Modo 22	0,300	-0,360	0,500	0,400	0,440	0,340	0,870	1,820	2,230	4,030	7,270	12,020
Modo 23	-2,390	-2,520	-2,110	-1,290	-2,890	-0,140	-0,810	0,010	0,270	2,950	5,240	14,610
Modo 24	0,410	0,670	1,370	2,790	9,920	20,500	31,400	53,760	65,400	103,200	133,050	161,660
Modo 25	0,400	0,410	0,210	-0,760	0,460	2,950	3,390	7,040	11,330	25,080	41,340	69,490
Modo 26	2,620	2,670	2,310	2,090	3,830	5,630	12,990	31,600	41,930	75,920	106,520	256,220
Modo 27	0,320	0,540	0,930	1,180	4,370	17,900	22,130	29,770	32,060	58,350	100,250	157,010
Modo 28	0,360	0,370	-0,830	-2,490	-5,210	1,250	1,610	4,830	9,740	20,150	33,640	55,960
Modo 29	-1,160	-1,140	-1,230	-0,790	-0,990	1,970	3,010	6,330	8,750	18,470	90,260	197,970
Modo 30	-0,310	-0,140	0,110	1,140	7,340	16,300	22,800	51,110	60,770	141,280	155,400	178,370
Modo 31	5,970	6,150	6,850	3,870	12,660	12,320	25,940	43,780	51,640	79,080	102,490	129,960
Modo 32	5,950	5,960	6,750	1,530	6,370	2,710	6,310	11,810	15,770	35,030	48,950	71,740
Modo 33	0,430	0,610	2,840	2,250	7,700	15,740	21,400	37,260	41,260	62,200	70,250	86,080
Modo 34	2,730	2,800	-3,590	3,780	5,590	8,070	6,050	12,630	21,400	67,500	125,700	211,990
Modo 35	5,190	5,310	7,710	6,830	10,640	9,870	25,300	39,480	58,660	75,210	88,260	121,850
Modo 36	6,310	6,330	8,700	6,530	7,030	8,010	4,770	4,590	15,110	21,990	27,880	49,630
Modo 37	1,640	1,720	1,640	2,710	4,910	8,010	12,170	17,650	23,300	33,790	40,020	61,380
Modo 38	30,760	30,860	31,110	31,910	34,780	35,310	40,690	60,940	70,440	106,940	144,320	207,440
Modo 39	33,030	33,060	33,090	33,460	34,290	32,430	35,060	38,870	48,030	64,840	87,210	147,360
Modo 40	0,040	0,070	1,180	0,540	1,420	0,850	4,590	9,130	9,140	17,970	50,330	98,350

Tabla 31. Diferencias unitarias del eje 'Posición 8' para grieta recta.

Diferencias Unit. POS.8	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,067	0,027	-0,008	0,024	-0,013	-0,029	0,061	0,020	0,008	-0,066	-0,042	-0,134
Modo 8	-0,024	-0,037	-0,041	-0,041	-0,057	-0,045	-0,030	-0,079	-0,085	-0,114	-0,068	-0,162
Modo 9	0,067	0,018	0,047	0,008	0,029	-0,024	0,050	0,120	-0,038	-0,143	0,067	-0,102
Modo 10	0,033	-0,035	0,003	-0,045	-0,038	-0,001	0,008	-0,007	-0,093	-0,152	0,084	-0,139
Modo 11	0,127	-0,005	-0,153	-0,005	-0,147	-0,128	0,119	-0,027	-0,114	-0,209	-0,184	-0,264
Modo 12	0,037	0,110	-0,237	0,097	-0,151	-0,357	0,017	0,146	-0,025	-0,054	0,845	1,375
Modo 13	-0,190	-0,012	-0,254	-0,027	-0,258	-0,416	-0,258	-0,189	-0,084	-0,338	0,331	0,304
Modo 14	0,100	0,020	-0,120	0,010	-0,120	-0,140	0,090	-0,070	-0,060	-0,210	0,140	0,390
Modo 15	-0,220	0,120	-0,200	0,110	0,060	-0,210	-0,140	1,050	0,780	1,920	5,400	11,110
Modo 16	-0,230	0,010	-0,310	0,000	-0,020	-0,250	-0,300	0,350	0,260	0,610	2,450	4,180
Modo 17	0,260	-0,080	0,700	-0,080	0,500	0,700	0,260	0,870	0,030	0,330	0,980	0,830
Modo 18	-0,690	-0,230	-0,960	-0,190	-0,370	-0,480	0,150	3,210	3,080	8,210	18,420	42,950
Modo 19	-1,130	-0,420	-1,040	-0,400	-0,640	-0,840	-1,260	0,800	0,650	2,070	6,280	13,930
Modo 20	-3,040	-0,390	-0,740	-0,280	0,140	-0,010	-0,880	6,520	6,650	18,440	39,910	93,310
Modo 21	-3,600	-0,870	-1,150	-0,800	-0,930	-0,680	-3,510	1,310	1,020	5,760	12,810	28,390
Modo 22	0,150	-0,010	0,440	-0,030	0,320	0,390	0,200	0,810	0,390	1,080	3,920	9,500
Modo 23	-0,950	0,410	-1,820	0,390	-1,760	-2,740	-0,870	-2,140	-0,120	-0,950	0,090	1,280
Modo 24	0,670	-0,240	-1,090	-0,160	-0,100	0,630	2,280	9,830	11,900	27,170	57,040	125,310
Modo 25	0,890	-0,030	-0,980	0,130	0,150	0,230	-0,560	3,680	3,270	8,590	18,180	39,630
Modo 26	0,920	0,730	2,090	0,690	3,160	3,200	3,110	5,080	5,580	22,550	70,590	186,370
Modo 27	1,450	-0,130	-0,930	0,050	0,950	0,900	4,200	13,390	16,030	27,950	45,060	93,640
Modo 28	1,380	-0,770	-1,340	-0,740	-0,550	-0,700	3,240	3,710	2,840	6,450	12,990	20,240
Modo 29	-0,290	0,350	-1,280	0,320	-1,050	-1,720	-0,470	0,180	2,250	6,520	27,210	103,730
Modo 30	0,350	-1,480	-2,740	-1,370	-0,780	0,140	10,700	14,630	18,810	44,260	86,830	180,970
Modo 31	9,270	6,790	4,810	6,730	6,170	7,620	13,450	25,320	25,980	60,580	134,710	234,540
Modo 32	8,870	6,540	5,510	6,690	4,970	6,340	7,180	10,660	6,580	20,850	40,540	66,300
Modo 33	0,070	-0,770	-0,170	-0,550	1,690	2,570	12,320	13,890	17,250	32,020	47,020	62,340
Modo 34	2,450	0,650	-3,640	0,770	0,500	1,760	3,180	11,560	11,290	84,200	259,380	434,250
Modo 35	7,810	-3,490	6,110	-3,630	6,730	9,470	27,100	33,610	28,730	60,630	75,630	108,500
Modo 36	10,790	-3,500	6,990	-3,830	4,080	8,360	6,780	13,330	12,210	17,190	34,540	53,440
Modo 37	0,760	0,170	0,700	0,170	1,630	2,110	4,950	6,900	7,650	16,910	32,150	46,160
Modo 38	30,810	33,550	35,120	34,750	33,800	41,490	51,570	87,640	190,330	209,690	352,840	431,070
Modo 39	32,780	35,640	37,580	35,410	35,550	38,590	37,980	40,630	50,080	61,380	94,260	135,170
Modo 40	1,880	-0,950	0,840	-1,010	0,010	-1,660	5,950	6,600	7,630	14,350	28,630	58,970

Para el caso de diferencias unitarias, los valores más altos respecto al eje nuevo se dan en los modos, porcentajes y posiciones siguientes: 'Modo 38 y Porcentaje 100% de Posición 4', 'Modo 34 y Porcentaje 100% de Posición 8', 'Modo 38 y Porcentaje 100% de Posición 8', 'Modo 34 y Porcentaje 100% de Posición 4' y 'Modo 38 y Porcentaje 83% de Posición 8' con unos valores de 477,78 Hz, 434,25 Hz, 431,07 Hz, 369,56 Hz y 352,84 Hz respectivamente.

A continuación veremos los valores de las medias de diferencias unitarias en cada posición y porcentaje:

Tabla 32. Medias de diferencias unitarias para cada porcentaje y cada posición en grieta recta.

POSICIÓN 1											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
3,320	3,030	3,339	3,105	4,115	5,444	3,741	13,319	14,452	26,719	43,779	67,263
15,969											
POSICIÓN 2											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
3,484	4,290	3,091	3,873	4,251	6,525	7,811	12,704	15,607	30,458	45,660	71,721
17,456											
POSICIÓN 3											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
-1,137	3,295	4,352	3,278	4,019	6,684	8,100	14,421	19,003	34,574	50,665	83,840
19,258											
POSICIÓN 4											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
2,776	2,678	2,421	2,438	4,259	5,528	9,151	16,289	22,010	37,813	57,708	102,002
22,089											
POSICIÓN 5											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
3,174	3,682	1,795	4,051	5,298	5,105	7,123	14,927	18,178	33,403	56,391	91,079
20,351											
POSICIÓN 6											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
3,906	2,922	3,405	3,365	3,711	5,526	7,868	12,969	16,259	34,228	55,135	89,795
19,924											
POSICIÓN 7											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
2,546	2,378	2,880	2,861	4,752	7,104	10,127	17,314	21,828	39,149	57,562	90,849
21,613											
POSICIÓN 8											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
2,989	2,108	2,404	2,152	2,749	3,355	5,490	9,216	12,666	22,279	44,383	76,099
15,491											

Destacamos que la posición donde se produce una variación unitaria media mayor con respecto al eje nuevo es en la posición 4 con una desviación de 22,089 Hz.

Al igual que para diferencias porcentuales, realizamos una tabla Excel con la media de las diferencias unitarias en cada porcentaje y para cada modo:

Tabla 33. Medias de diferencias unitarias en cada modo y porcentaje en grieta recta.

Media de diferencias unit.	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	Media
Modo 7	0,003	-0,009	-0,011	0,021	0,113	0,237	0,457	0,938	1,244	2,346	4,087	6,780	1,351
Modo 8	-0,044	-0,054	-0,047	-0,032	-0,039	-0,004	-0,010	0,062	0,131	0,344	0,783	1,476	0,214
Modo 9	0,037	0,037	0,034	0,080	0,228	0,535	1,018	2,067	2,668	5,219	9,067	15,591	3,048
Modo 10	0,020	0,021	0,039	0,021	-0,007	0,066	0,123	0,274	0,395	0,927	1,947	3,666	0,624
Modo 11	-0,099	-0,168	-0,159	-0,064	0,033	0,208	0,338	0,988	1,372	2,712	4,788	8,739	1,557
Modo 12	-0,038	-0,074	-0,168	0,172	0,509	1,595	2,935	6,299	8,247	16,530	29,966	53,948	9,993
Modo 13	-0,192	-0,217	-0,224	-0,069	-0,292	0,041	0,024	0,667	0,977	2,706	5,797	11,278	1,708
Modo 14	-0,071	-0,130	-0,127	-0,024	0,139	0,499	1,099	2,699	4,013	9,821	24,079	64,614	8,884
Modo 15	0,077	-0,014	-0,023	0,316	1,105	3,286	6,026	12,693	16,191	31,703	51,263	63,620	15,520
Modo 16	-0,032	-0,086	-0,132	0,119	-0,160	0,330	0,380	1,733	2,339	5,694	11,810	23,034	3,752
Modo 17	0,490	0,683	0,773	0,393	0,458	0,740	1,628	2,539	2,734	5,775	9,414	22,404	4,002
Modo 18	-0,256	-0,150	-0,265	0,544	2,231	6,618	11,860	24,526	31,139	59,691	95,101	130,901	30,162
Modo 19	-0,433	-0,485	-0,565	-0,361	-0,478	0,327	0,257	2,704	3,944	10,578	21,310	40,695	6,458
Modo 20	-0,616	-0,196	-0,455	0,440	1,730	5,965	10,170	21,570	27,350	49,795	75,329	109,409	25,041
Modo 21	-0,884	-0,605	-0,934	-0,517	-1,186	-0,074	-0,451	2,465	3,980	10,531	19,696	39,320	5,945
Modo 22	0,362	0,506	0,524	0,350	0,555	1,279	2,902	5,679	7,656	18,516	36,637	64,252	11,602
Modo 23	-1,553	-1,588	-2,093	-0,610	-1,226	0,442	0,680	3,462	5,317	10,720	17,731	31,327	5,218
Modo 24	0,158	0,295	0,069	0,716	3,700	7,829	13,629	26,281	32,423	55,288	78,349	108,261	27,250
Modo 25	0,274	0,431	0,081	-0,017	0,419	1,130	1,010	3,889	5,409	13,591	26,156	48,364	8,395
Modo 26	1,800	1,767	1,701	1,275	2,462	3,192	6,617	16,912	21,316	49,663	91,592	204,793	33,591
Modo 27	0,330	0,450	0,062	0,034	2,332	6,667	10,400	17,252	23,351	40,492	63,074	108,250	22,725
Modo 28	0,429	0,070	-0,037	-0,941	-0,312	1,081	1,046	3,276	5,208	11,375	19,253	34,060	6,209
Modo 29	-0,803	-0,909	-1,347	-0,199	0,186	2,459	5,271	13,319	19,250	43,444	92,154	169,649	28,539
Modo 30	-0,720	-0,791	-1,088	-0,273	1,814	5,346	9,361	21,775	26,731	63,129	91,596	132,350	29,103
Modo 31	6,003	6,863	6,564	4,116	9,669	13,344	19,390	34,109	39,025	63,120	85,263	117,963	33,786
Modo 32	6,021	6,994	6,731	5,930	7,014	7,230	7,186	12,353	13,734	27,956	41,909	72,858	17,993
Modo 33	0,194	0,509	0,500	0,456	1,767	3,957	7,299	13,086	15,350	23,124	29,101	36,579	10,994
Modo 34	0,638	0,011	-1,192	0,939	3,286	6,133	7,864	24,914	37,776	88,970	171,069	303,453	53,655
Modo 35	4,660	5,840	6,294	5,487	9,222	12,825	19,177	33,089	38,837	65,076	85,220	135,971	35,142
Modo 36	6,030	7,761	8,080	6,520	7,543	8,539	7,194	12,419	15,776	23,830	40,010	59,905	16,967
Modo 37	1,127	1,070	1,114	1,151	2,797	4,954	9,697	17,989	23,086	36,974	47,962	61,217	17,428
Modo 38	32,732	37,324	38,371	39,967	42,231	43,492	48,891	74,024	94,782	135,106	197,741	290,770	89,619
Modo 39	33,276	38,283	38,530	41,140	41,549	40,096	35,479	46,125	48,616	68,898	92,285	161,800	57,173
Modo 40	0,574	0,191	0,071	-0,306	1,515	2,037	3,547	10,249	14,644	45,501	76,417	121,460	22,992

Los modos donde es más importante la diferencia unitaria con respecto al eje nuevo son el 38, 39, 34, 35, 31 y 26, los cuáles nos van a dar valores más destacados a la hora de estudiar las diferencias respecto al eje sin fallo.

9.3.4. Relación frecuencia/área de grieta recta en Posición 1.

El apartado que a continuación mostramos va a ser un punto importante dentro del proyecto, porque nos permitirá relacionar las áreas de grietas con los valores de frecuencia asociados pudiendo establecer la mayor o menor tendencia de cada modo a decaer en las frecuencias a medida que se produce la grieta. Hemos realizado el estudio únicamente (debido a cuestiones de tamaño del proyecto) en la 'Posición 1' por su importancia geométrica en el eje, con lo que se dejará el estudio en el resto de posiciones como un futuro trabajo que pueda ser abordado por otros proyectos del departamento.

A continuación vemos las gráficas que relacionan lo explicado anteriormente:

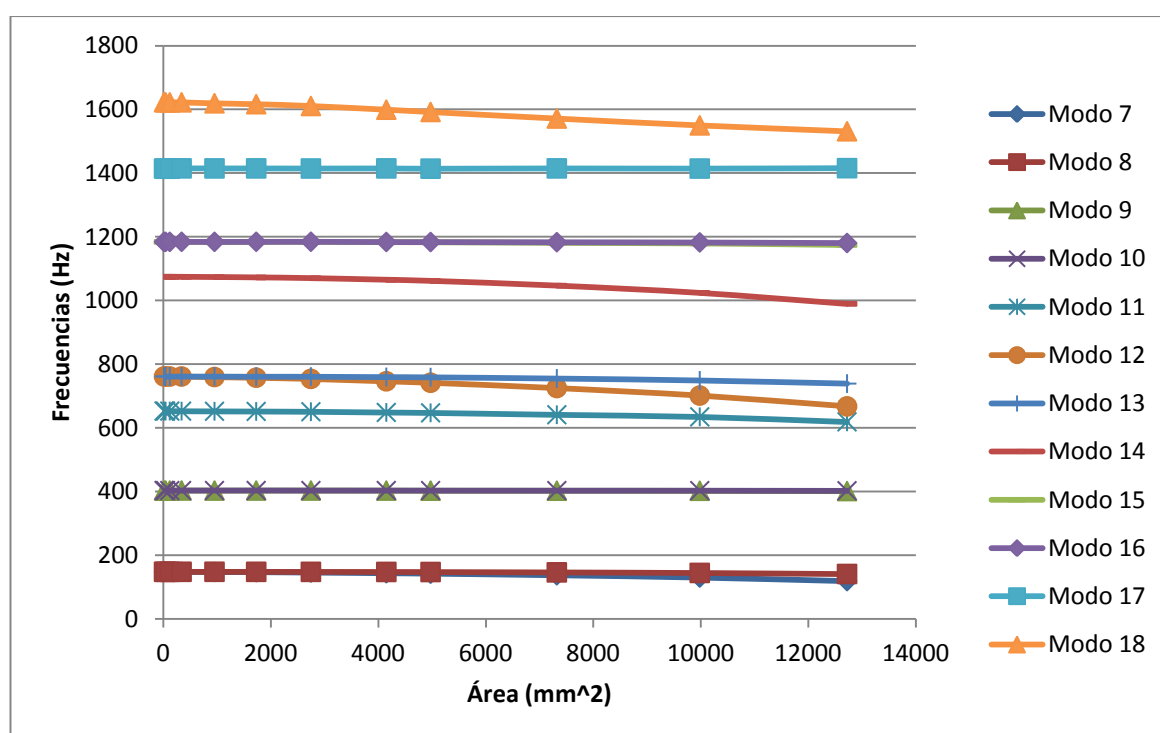


Figura 94. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta recta en modos 7-18.

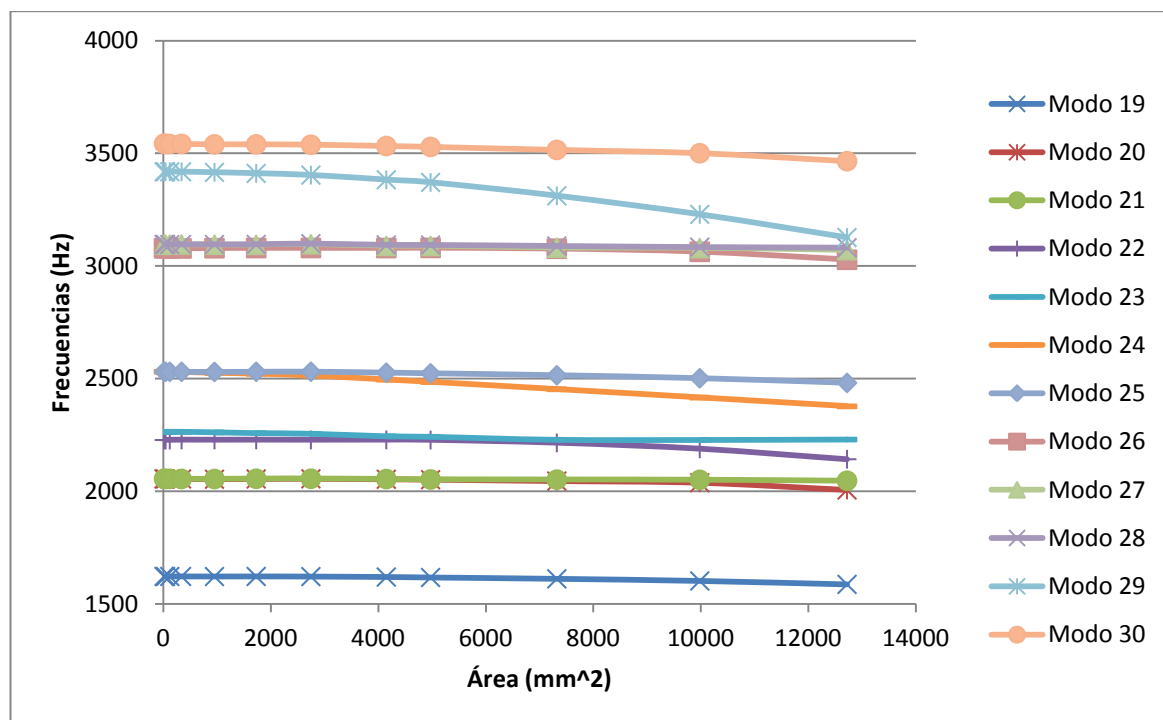


Figura 95. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta recta en modos 19-30.

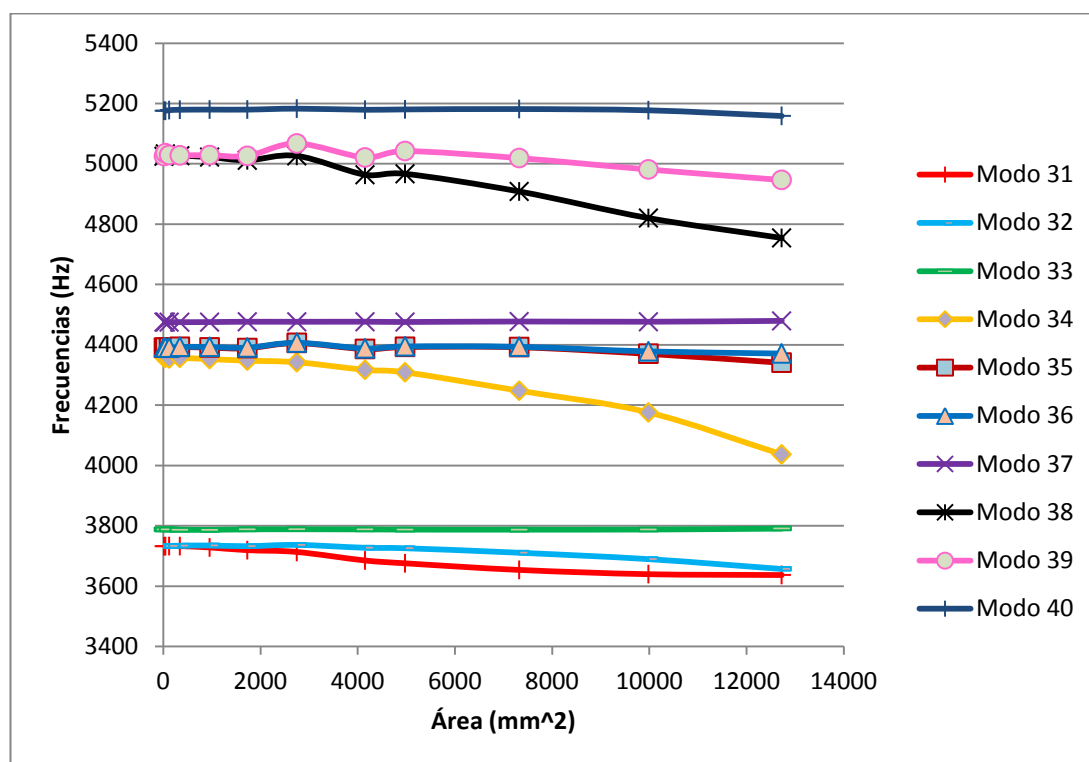


Figura 96. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta recta en modos 31-40.

Al ser 34 modos con frecuencias distintas de cero (ya sabemos que los 6 primeros pertenecen a los grados de libertad del eje), se dividieron los resultados en estas tres gráficas para tener una mejor representación de los datos.

En cada una de estas funciones se va a resaltar su línea de tendencia con su ecuación y el valor del R-cuadrado. Mostraremos cuatro de ellas a modo de ejemplo:

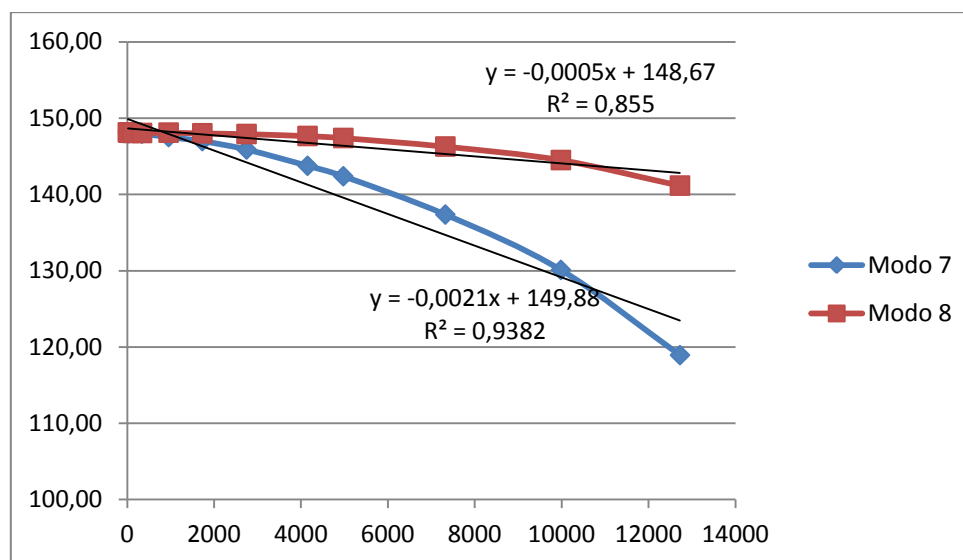


Figura 97. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta recta, línea de tendencia y ecuación (modos 7 y 8).

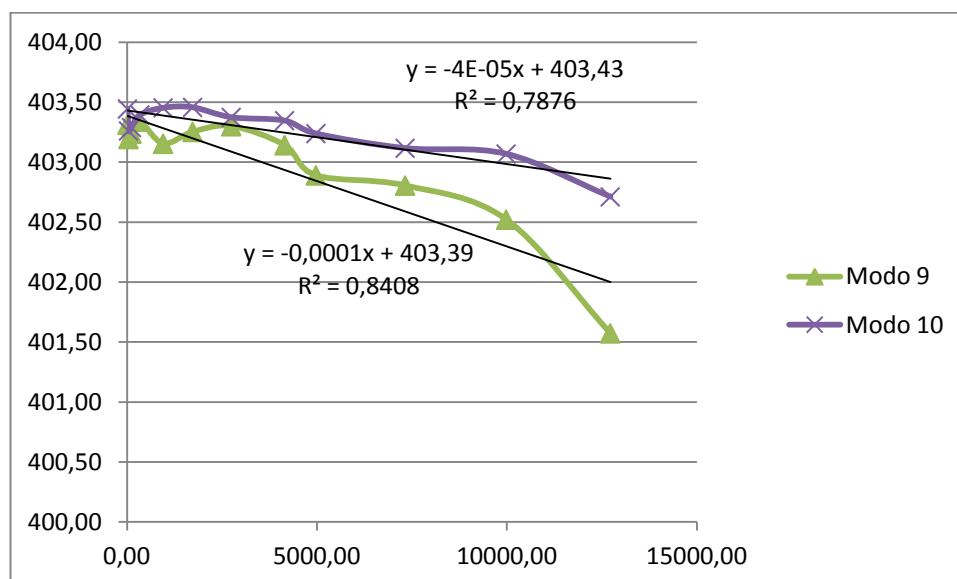


Figura 98. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta recta, línea de tendencia y ecuación (modos 9 y 10).

Una vez realizado este paso, se extraen a mano las ecuaciones de los 34 modos representados, así como los valores de R-cuadrado, obteniendo la siguiente tabla:

Tabla 34. 'Funciones', 'Pendientes' y 'R-cuadrado' de cada modo para 'Posición 1' de grieta recta.

POSICIÓN 1			
Modo	Función	Pendiente (Hz/mm ²)	R-cuadrado
7	$y = -0,0021x + 149,88$	-0,0021	0,938
8	$y = -0,0005x + 148,67$	-0,0005	0,855
9	$y = -0,0001x + 403,39$	-0,0001	0,841
10	$y = -4E-05x + 403,43$	-0,00004	0,788
11	$y = -0,0023x + 654,95$	-0,0023	0,907
12	$y = -0,0068x + 767,05$	-0,0068	0,948
13	$y = -0,0015x + 763,4$	-0,0015	0,869
14	$y = -0,0059x + 1080,4$	-0,0059	0,910
15	$y = -0,0006x + 1184,8$	-0,0006	0,858
16	$y = -0,0003x + 1184,5$	-0,0003	0,858
17	$y = 6E-05x + 1414,2$	0,000006	0,226
18	$y = -0,0073x + 1625,8$	-0,0073	0,991
19	$y = -0,0024x + 1625,5$	-0,0024	0,883
20	$y = -0,0029x + 2059,7$	-0,0029	0,753
21	$y = -0,0006x + 2056,3$	-0,0006	0,873
22	$y = -0,0053x + 2236,9$	-0,0053	0,753
23	$y = -0,0033x + 2262,9$	-0,0033	0,899
24	$y = -0,0119x + 2537,7$	-0,0119	0,985
25	$y = -0,0034x + 2535,3$	-0,0034	0,888
26	$y = -0,0028x + 3084,6$	-0,0028	0,632
27	$y = -0,0019x + 3097,2$	-0,0019	0,931
28	$y = -0,0012x + 3097,6$	-0,0012	0,858
29	$y = -0,0211x + 3440,3$	-0,0211	0,928
30	$y = -0,0053x + 3547,7$	-0,0053	0,912
31	$y = -0,0087x + 3731,2$	-0,0087	0,948
32	$y = -0,0053x + 3740,3$	-0,0053	0,867
33	$y = 0,0002x + 3787,2$	0,0002	0,290
34	$y = -0,0221x + 4379,2$	-0,0221	0,910
35	$y = -0,0029x + 4397$	-0,0029	0,583
36	$y = -0,0014x + 4395,4$	-0,0014	0,432
37	$y = 0,0002x + 4474,9$	0,0002	0,712
38	$y = -0,0212x + 5045,1$	-0,0212	0,956
39	$y = -0,0055x + 5041,5$	-0,0055	0,596
40	$y = -0,0008x + 5180,4$	-0,0008	0,304

Con los valores de la tabla ya somos capaces de construir una gráfica en la que vemos exactamente cuáles van a ser los modos más fiables a la hora de estudiar si el eje va a presentar fallo o no y aproximar el tamaño del fallo en caso de que lo tenga. El valor de R-cuadrado nos ofrece la fiabilidad de las funciones de las líneas de tendencia y la pendiente refleja la tendencia y variación de las frecuencias respecto al área de la grieta:

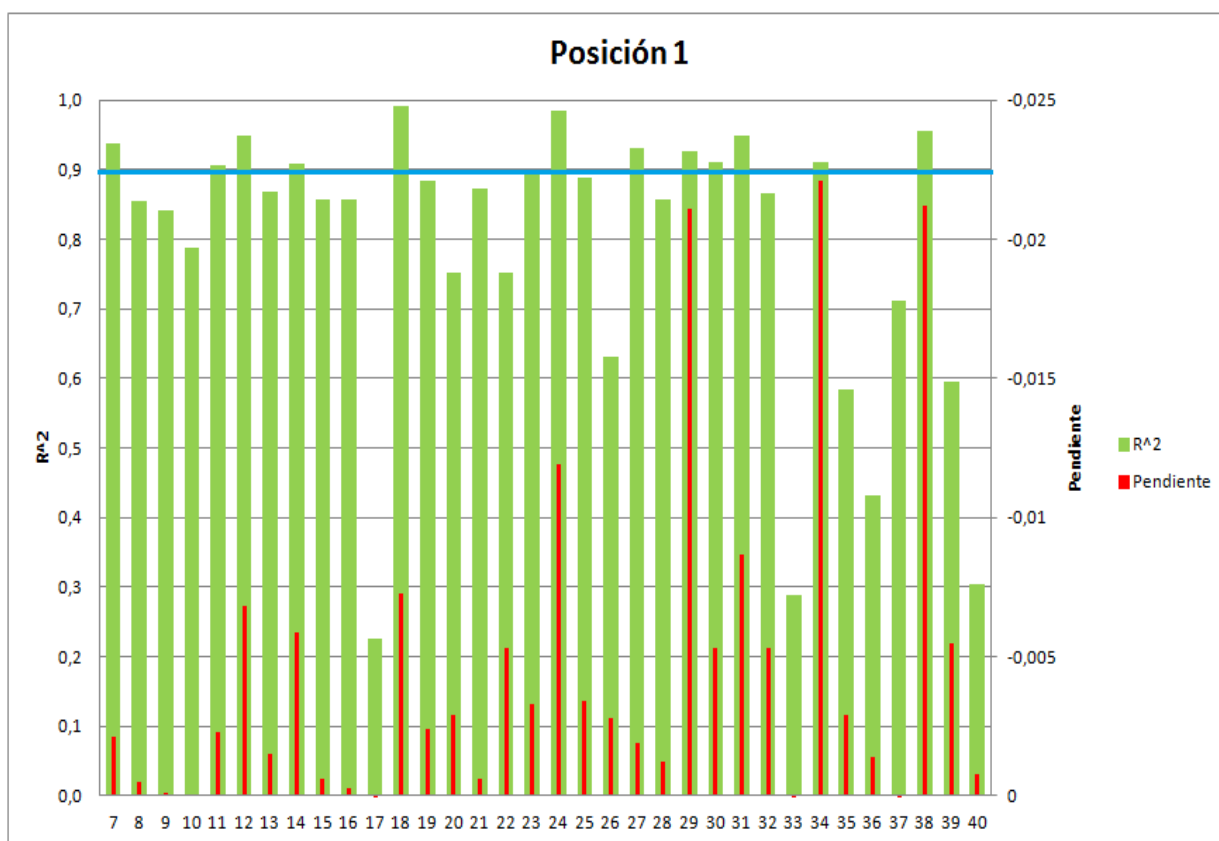


Figura 99. Gráfica representativa de 'Pendiente' y 'R-cuadrado' para cada modo en grieta recta.

Hemos delimitado la gráfica con una línea azul para quedarnos con los modos que presentan un R-cuadrado mayor de 0,9, que van a ser los que consideraremos fiables para la relación frecuencia/área. Tenemos, por tanto, doce modos con una fiabilidad de más del 90%, en el que podremos saber si el eje se encuentra fisurado o no. Los modos son: el 7, 11, 12, 14, 18, 24, 27, 29, 30, 31, 34 y 38. Además según las frecuencias que obtengamos, utilizando las funciones de la tabla anterior podremos conocer el tamaño aproximado de la grieta que está sufriendo el eje.

9.3.5. Resultados globales de frecuencias para grieta circular.

La segunda parte del capítulo de resultados va a estar compuesto por el mismo conjunto de tablas y gráficas que hemos visto anteriormente pero para las frecuencias obtenidas en cada modo y posición en los estudios realizados con los ejes con grieta circular.

Empezaremos con las tablas para cada una de las 8 posiciones:

Tabla 35. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 1' en grieta circular.

		POSICIÓN 1												
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 7	148,00	148,04	148,11	148,00	147,92	147,59	146,73	145,72	143,63	142,47	137,66	131,62	123,25
	Modo 8	148,00	148,09	148,14	148,05	148,01	148,11	148,00	147,98	147,76	147,69	147,08	146,06	144,37
	Modo 9	403,28	403,26	403,38	403,22	403,09	403,26	403,05	403,06	403,05	403,19	402,86	402,57	401,61
	Modo 10	403,37	403,37	403,45	403,37	403,28	403,38	403,24	403,36	403,22	403,32	403,12	402,79	402,67
	Modo 11	652,36	652,70	652,97	652,54	652,37	652,40	651,17	650,76	648,51	648,16	643,20	639,35	629,71
	Modo 12	761,11	761,37	761,56	761,50	760,88	759,55	756,72	753,06	745,99	742,20	726,13	705,75	679,54
	Modo 13	761,15	761,53	761,62	761,75	761,36	761,35	761,13	760,88	760,20	759,98	757,85	754,41	749,16
	Modo 14	1073,91	1074,18	1074,40	1074,05	1073,86	1073,46	1071,60	1069,47	1064,06	1061,09	1046,31	1025,64	995,57
	Modo 15	1183,76	1183,96	1184,30	1184,35	1184,06	1183,82	1183,10	1183,30	1182,58	1183,28	1181,11	1179,27	1174,71
	Modo 16	1183,91	1184,33	1184,44	1184,43	1184,23	1183,99	1183,37	1183,41	1183,45	1184,04	1182,64	1182,14	1179,97
	Modo 17	1415,24	1414,22	1414,20	1414,31	1413,71	1414,01	1414,47	1413,96	1414,35	1414,31	1414,78	1413,36	1414,70
	Modo 18	1621,68	1622,96	1622,53	1623,03	1621,47	1618,68	1614,60	1608,51	1598,35	1593,46	1573,26	1554,05	1537,78
	Modo 19	1621,84	1623,19	1622,65	1623,25	1622,16	1621,89	1621,19	1621,38	1620,44	1620,75	1616,53	1610,98	1602,65
	Modo 20	2054,52	2056,42	2055,54	2056,47	2055,20	2054,33	2053,57	2054,11	2052,41	2053,65	2047,15	2041,31	2021,10
	Modo 21	2054,80	2056,62	2055,72	2056,71	2055,61	2054,45	2054,34	2054,57	2054,39	2056,21	2052,64	2050,88	2045,41
	Modo 22	2228,99	2228,32	2228,30	2228,45	2228,00	2228,11	2228,44	2228,04	2228,53	2228,48	2222,96	2207,60	2174,66
	Modo 23	2261,49	2264,15	2263,85	2265,67	2263,92	2261,17	2258,89	2255,71	2246,09	2243,45	2229,18	2227,83	2229,79
	Modo 24	2530,30	2531,76	2531,12	2534,53	2529,58	2525,28	2519,69	2509,71	2494,92	2487,77	2455,85	2423,44	2390,04
	Modo 25	2530,84	2532,34	2531,24	2535,88	2530,79	2530,03	2529,49	2528,86	2527,98	2529,15	2522,34	2514,21	2502,50
	Modo 26	3081,04	3078,60	3079,88	3080,33	3081,76	3080,64	3078,79	3078,52	3079,69	3080,47	3076,51	3065,26	3034,71
	Modo 27	3094,85	3096,55	3096,53	3095,17	3094,69	3094,83	3096,41	3091,69	3088,64	3089,71	3080,92	3081,52	3069,03
	Modo 28	3095,61	3096,74	3096,70	3095,85	3095,79	3095,33	3098,99	3093,31	3094,07	3095,82	3088,30	3083,38	3082,02
	Modo 29	3417,27	3419,09	3418,88	3418,66	3418,88	3415,49	3410,78	3402,00	3381,27	3369,33	3311,44	3236,69	3144,80
	Modo 30	3540,70	3544,53	3541,77	3541,46	3540,54	3539,39	3538,44	3537,01	3533,10	3533,26	3520,80	3511,61	3489,00
	Modo 31	3739,63	3733,07	3733,97	3732,01	3729,72	3725,09	3717,94	3701,68	3686,11	3681,02	3654,03	3641,05	3638,23
	Modo 32	3740,54	3733,74	3734,29	3733,33	3732,09	3732,32	3734,75	3729,47	3730,77	3732,17	3720,51	3708,55	3690,78
	Modo 33	3786,47	3788,63	3787,23	3786,21	3788,48	3786,23	3787,08	3786,32	3786,55	3789,19	3787,64	3788,59	3788,47
	Modo 34	4357,27	4357,59	4356,14	4358,69	4354,22	4351,39	4349,30	4336,47	4319,30	4313,12	4258,09	4210,36	4102,72
	Modo 35	4397,90	4392,41	4391,41	4390,05	4389,74	4391,74	4389,93	4385,71	4386,13	4387,43	4377,77	4368,59	4340,92
	Modo 36	4401,56	4392,67	4392,19	4390,84	4391,78	4392,32	4390,37	4387,76	4390,59	4388,77	4380,57	4376,58	4368,17
	Modo 37	4475,90	4475,05	4475,29	4475,63	4476,04	4475,34	4476,23	4474,29	4475,40	4476,19	4476,67	4476,26	4478,20
	Modo 38	5070,03	5029,98	5025,90	5022,89	5028,85	5028,94	5007,28	4988,28	4976,09	4963,22	4890,28	4832,33	4770,18
	Modo 39	5073,26	5030,43	5027,04	5024,60	5031,40	5038,43	5028,21	5021,63	5031,66	5021,81	5012,65	5005,02	4982,50
	Modo 40	5176,03	5177,76	5177,63	5174,48	5175,99	5178,97	5176,42	5179,46	5178,83	5177,85	5179,40	5177,65	5154,49
Tiempo 1(s)	848,73	1244,98	1417,20	1036,35	1494,65	1159,58	1565,66	1869,30	1855,32	1886,42	1368,07	3087,00	1741,27	
Tiempo 2(s)	315,78	304,00	342,17	222,46	465,65	322,61	431,81	553,55	459,27	429,22	386,18	817,10	440,27	

FRECUENCIA PROPIA (Hz)

Tabla 36. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 2' en grieta circular.

		POSICIÓN 2												
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 7	148,00	148,04	148,05	147,96	147,97	147,82	147,22	146,60	145,28	144,51	141,30	137,44	130,67
	Modo 8	148,00	148,10	148,10	148,06	148,03	148,09	148,03	147,97	147,88	147,87	147,33	146,76	145,67
	Modo 9	403,28	403,26	403,18	403,32	403,03	402,38	400,33	398,38	394,07	391,69	382,26	372,35	357,05
	Modo 10	403,37	403,37	403,39	403,36	403,24	403,36	403,15	403,24	402,77	402,51	401,03	399,11	395,53
	Modo 11	652,36	652,71	652,72	652,38	652,44	652,51	651,61	651,06	649,49	649,16	644,96	641,89	633,82
	Modo 12	761,11	761,11	761,18	761,19	761,07	761,30	760,88	760,74	760,03	759,67	758,02	756,66	752,78
	Modo 13	761,15	761,36	761,30	761,41	761,21	761,48	761,07	761,47	760,73	760,74	759,52	759,13	756,36
	Modo 14	1073,91	1074,18	1074,19	1073,92	1073,90	1073,67	1072,21	1070,28	1065,50	1062,39	1046,34	1022,60	980,60
	Modo 15	1183,76	1183,79	1183,39	1183,92	1183,26	1182,84	1180,06	1178,81	1173,54	1170,99	1163,53	1159,83	1154,37
	Modo 16	1183,91	1183,96	1183,66	1184,06	1183,36	1183,99	1183,58	1184,06	1182,61	1182,39	1179,71	1177,75	1170,01
	Modo 17	1415,24	1414,32	1414,14	1415,22	1414,14	1413,48	1410,94	1411,17	1406,89	1405,81	1396,25	1390,06	1371,54
	Modo 18	1621,68	1621,89	1621,69	1621,91	1620,82	1619,70	1615,50	1612,43	1602,61	1598,44	1582,79	1568,47	1548,26
	Modo 19	1621,84	1622,12	1621,87	1622,48	1621,39	1621,97	1621,45	1622,54	1620,54	1620,23	1617,54	1615,21	1605,04
	Modo 20	2054,52	2055,01	2054,28	2055,47	2054,09	2054,25	2053,68	2055,33	2052,11	2053,00	2050,26	2049,23	2033,90
	Modo 21	2054,80	2055,47	2054,96	2055,72	2054,42	2054,84	2054,30	2055,49	2054,31	2054,74	2054,37	2055,53	2045,13
	Modo 22	2228,99	2228,29	2228,12	2228,99	2227,99	2226,98	2223,60	2220,90	2211,23	2205,28	2178,65	2144,82	2090,95
	Modo 23	2261,49	2262,90	2263,82	2262,47	2263,85	2263,70	2266,53	2263,14	2263,35	2262,60	2264,44	2261,70	2263,80
	Modo 24	2530,30	2530,00	2530,02	2531,36	2528,49	2526,73	2520,03	2516,96	2502,42	2497,00	2480,89	2466,72	2456,54
	Modo 25	2530,84	2530,40	2530,45	2532,73	2529,15	2529,85	2529,38	2532,19	2527,78	2527,36	2523,78	2515,43	2500,79
	Modo 26	3081,04	3080,14	3077,81	3080,32	3078,52	3078,40	3075,16	3074,99	3066,61	3062,99	3046,08	3027,88	2977,96
	Modo 27	3094,85	3094,17	3094,33	3093,13	3092,85	3092,21	3085,49	3087,67	3069,31	3064,10	3047,07	3027,97	3007,89
	Modo 28	3095,61	3094,89	3095,33	3096,11	3093,66	3095,44	3093,08	3100,77	3091,90	3091,23	3088,79	3082,76	3072,86
	Modo 29	3417,27	3418,14	3418,47	3417,91	3418,45	3418,66	3420,40	3418,69	3418,85	3418,11	3420,06	3419,06	3421,12
	Modo 30	3540,70	3540,87	3541,35	3541,58	3540,27	3540,15	3538,42	3539,53	3534,38	3534,56	3527,04	3517,20	3489,10
	Modo 31	3739,63	3731,30	3732,28	3731,69	3729,90	3732,55	3727,83	3729,72	3724,87	3721,65	3709,25	3692,88	3656,25
	Modo 32	3740,54	3732,16	3733,86	3732,34	3730,38	3733,59	3728,95	3731,48	3730,09	3726,95	3721,23	3711,25	3685,63
	Modo 33	3786,47	3787,08	3785,37	3785,91	3786,03	3785,90	3786,26	3785,36	3785,37	3785,83	3788,22	3787,68	3783,70
	Modo 34	4357,27	4353,97	4356,20	4358,06	4352,94	4352,66	4344,42	4344,28	4323,57	4306,01	4238,85	4157,43	4065,16
	Modo 35	4397,90	4391,72	4390,32	4389,27	4387,34	4386,15	4370,87	4357,99	4329,53	4319,59	4280,72	4248,48	4182,04
	Modo 36	4401,56	4392,72	4393,30	4390,69	4388,82	4392,43	4389,24	4392,24	4391,73	4384,25	4380,00	4366,73	4348,53
	Modo 37	4475,90	4475,37	4473,81	4475,14	4473,55	4472,83	4468,49	4467,05	4460,12	4456,69	4450,65	4439,68	4423,60
	Modo 38	5070,03	5025,21	5024,34	5023,22	5023,11	5023,06	5016,21	5013,45	5005,97	4987,03	4969,76	4943,17	4911,31
	Modo 39	5073,26	5027,24	5028,85	5024,42	5025,96	5026,23	5026,73	5027,15	5026,30	5015,30	5004,98	4977,78	4919,13
	Modo 40	5176,03	5176,54	5177,26	5176,97	5175,75	5175,32	5172,38	5168,55	5163,53	5156,46	5143,88	5129,90	5110,46
Tiempo 1(s)	848,73	1220,50	2623,02	1093,11	1446,65	1083,80	1230,58	1628,93	1266,54	2405,16	1470,33	2125,29	1555,64	
Tiempo 2(s)	315,78	325,96	361,63	330,64	513,60	292,55	512,70	334,26	381,73	707,17	424,40	476,02	375,20	

FRECUENCIA PROPIA (Hz)

Tabla 37. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 3' en grieta circular.

		POSICIÓN 3												
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
	FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		Modo 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		Modo 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		Modo 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		Modo 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		Modo 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		Modo 7	148,00	147,87	147,99	147,97	147,99	148,02	147,81	147,81	147,72	147,57	147,26	146,50
		Modo 8	148,00	147,94	148,06	148,01	148,03	148,07	148,04	147,96	147,96	147,96	147,70	147,59
		Modo 9	403,28	403,18	403,23	403,21	403,13	402,89	402,24	401,22	399,38	398,21	392,78	385,43
		Modo 10	403,37	403,29	403,40	403,35	403,33	403,35	403,27	403,13	402,85	402,99	402,10	400,88
		Modo 11	652,36	651,86	652,48	652,30	652,43	652,65	652,10	651,89	651,84	651,39	651,17	649,26
		Modo 12	761,11	760,61	760,95	760,96	760,67	759,74	757,82	753,98	746,49	742,55	724,32	700,89
		Modo 13	761,15	761,26	761,19	761,26	761,15	761,19	761,61	761,13	760,23	760,46	757,48	753,98
		Modo 14	1073,91	1073,49	1074,00	1073,86	1073,94	1074,02	1073,38	1072,60	1071,04	1069,49	1061,86	1045,11
		Modo 15	1183,76	1183,43	1183,62	1183,85	1183,11	1181,08	1180,80	1173,95	1161,54	1156,16	1137,69	1123,01
		Modo 16	1183,91	1183,59	1183,65	1184,13	1183,85	1183,67	1186,77	1184,93	1182,15	1181,78	1178,48	1172,81
		Modo 17	1415,24	1415,88	1414,98	1414,95	1414,66	1413,98	1413,53	1412,30	1409,89	1409,94	1402,19	1398,27
		Modo 18	1621,68	1621,55	1621,00	1621,97	1621,17	1619,73	1618,30	1614,95	1607,67	1604,88	1591,77	1578,31
		Modo 19	1621,84	1622,21	1621,67	1622,39	1621,76	1621,44	1622,63	1621,95	1620,09	1621,18	1617,02	1613,66
		Modo 20	2054,52	2054,35	2054,28	2055,71	2054,57	2054,02	2055,86	2055,60	2052,36	2055,87	2047,91	2044,94
		Modo 21	2054,80	2055,52	2054,54	2056,10	2055,29	2054,26	2055,97	2056,09	2054,00	2057,87	2053,08	2053,33
		Modo 22	2228,99	2229,40	2228,75	2228,82	2228,42	2227,35	2225,64	2222,05	2213,29	2208,07	2179,05	2136,53
		Modo 23	2261,49	2261,24	2261,66	2261,68	2261,57	2261,45	2261,02	2256,53	2251,75	2248,53	2237,17	2224,31
		Modo 24	2530,30	2529,95	2529,80	2531,27	2529,34	2527,91	2528,32	2524,32	2516,23	2512,11	2497,19	2488,40
		Modo 25	2530,84	2530,79	2530,17	2531,78	2530,29	2529,34	2530,72	2530,84	2527,10	2527,60	2521,75	2524,47
		Modo 26	3081,04	3079,73	3080,98	3081,76	3080,67	3077,83	3076,51	3071,62	3047,87	3031,17	2980,19	2935,28
		Modo 27	3094,85	3094,07	3095,48	3096,89	3093,16	3088,93	3082,93	3075,78	3065,66	3063,69	3046,59	3033,18
		Modo 28	3095,61	3094,65	3096,80	3097,56	3094,38	3093,75	3097,30	3096,32	3095,75	3094,06	3085,50	3077,54
		Modo 29	3417,27	3416,94	3417,23	3417,58	3417,06	3415,70	3412,55	3404,68	3389,74	3379,25	3344,31	3302,89
		Modo 30	3540,70	3542,37	3539,73	3541,60	3540,55	3540,31	3539,68	3540,33	3539,52	3539,69	3537,61	3534,34
		Modo 31	3739,63	3733,04	3730,55	3730,76	3729,20	3723,34	3727,18	3701,55	3683,11	3671,04	3654,90	3647,13
		Modo 32	3740,54	3734,89	3731,45	3731,66	3731,66	3731,27	3730,03	3729,59	3727,51	3725,77	3721,08	3711,09
		Modo 33	3786,47	3786,77	3786,29	3787,96	3787,40	3785,60	3786,57	3786,83	3783,83	3783,10	3782,14	3778,66
		Modo 34	4357,27	4357,86	4354,42	4354,39	4353,25	4352,29	4348,84	4343,99	4330,78	4327,08	4286,11	4247,46
		Modo 35	4397,90	4393,27	4389,47	4391,39	4388,03	4383,89	4383,29	4371,06	4354,59	4347,78	4321,64	4300,54
		Modo 36	4401,56	4395,69	4390,62	4392,04	4389,85	4388,22	4388,98	4387,93	4384,57	4386,65	4385,26	4378,27
		Modo 37	4475,90	4475,56	4475,29	4476,25	4475,53	4473,01	4470,56	4467,74	4460,30	4456,93	4448,11	4438,64
		Modo 38	5070,03	5044,59	5033,20	5030,06	5026,82	5023,86	5023,85	5022,85	5011,48	5009,29	4985,61	4966,75
		Modo 39	5073,26	5049,91	5034,84	5031,44	5027,71	5023,97	5024,15	5024,13	5028,44	5028,89	5030,50	5009,18
		Modo 40	5176,03	5175,40	5174,85	5175,08	5174,80	5172,37	5169,88	5162,64	5148,73	5146,27	5128,75	5121,92
		Tiempo 1(s)	848,73	1824,41	1711,50	1337,82	1405,15	1184,74	1742,31	2110,29	1050,73	1726,93	1291,40	1130,97
		Tiempo 2(s)	315,78	569,33	658,64	414,87	506,93	360,36	384,25	489,33	333,90	345,67	357,63	278,42

FRECUENCIA PROPIA (Hz)

Tabla 38. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 4' en grieta circular.

		POSICIÓN 4												
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
	Modo 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 7	148,00	148,04	148,01	147,96	147,98	147,94	148,01	147,91	147,89	147,86	147,78	147,56	147,28
	Modo 8	148,00	148,08	148,05	148,00	148,04	148,02	148,07	148,03	148,03	148,01	148,02	148,02	147,89
	Modo 9	403,28	403,28	403,28	403,08	403,28	403,05	402,81	402,53	401,69	401,14	399,14	396,02	391,01
	Modo 10	403,37	403,35	403,42	403,21	403,33	403,33	403,28	403,37	403,20	403,09	402,87	402,39	401,39
	Modo 11	652,36	652,66	652,48	652,30	652,41	652,31	652,69	652,20	652,38	652,13	652,23	651,70	651,18
	Modo 12	761,11	761,42	761,28	761,05	760,90	760,03	759,10	757,22	753,17	750,69	740,25	724,36	698,69
	Modo 13	761,15	761,51	761,33	761,32	761,02	760,99	761,23	761,12	760,55	760,31	759,06	757,01	753,42
	Modo 14	1073,91	1074,18	1074,01	1073,87	1073,92	1073,79	1073,97	1073,31	1072,70	1071,77	1067,66	1054,15	1021,79
	Modo 15	1183,76	1184,21	1183,73	1183,60	1183,41	1181,58	1178,38	1174,36	1164,45	1158,22	1137,24	1115,50	1102,39
	Modo 16	1183,91	1184,48	1183,88	1183,66	1183,59	1183,60	1183,46	1184,02	1182,65	1181,80	1179,02	1174,28	1166,90
	Modo 17	1415,24	1414,21	1414,98	1414,01	1415,24	1415,13	1413,85	1414,65	1413,57	1412,50	1410,90	1407,56	1403,55
	Modo 18	1621,68	1623,31	1622,16	1621,97	1620,92	1618,56	1615,03	1610,45	1596,55	1588,87	1562,84	1531,97	1498,92
	Modo 19	1621,84	1623,61	1622,46	1622,35	1622,03	1621,80	1622,30	1623,75	1621,10	1619,76	1615,82	1609,70	1600,36
	Modo 20	2054,52	2056,38	2054,82	2055,22	2054,68	2052,57	2050,18	2049,14	2040,68	2034,75	2017,97	1997,17	1971,27
	Modo 21	2054,80	2056,98	2055,67	2056,39	2055,04	2054,63	2054,91	2057,58	2054,39	2052,84	2047,73	2041,15	2029,18
	Modo 22	2228,99	2228,40	2228,85	2228,12	2228,85	2228,41	2226,69	2225,91	2221,84	2218,79	2209,10	2193,30	2173,65
	Modo 23	2261,49	2263,66	2262,74	2264,59	2261,04	2260,06	2262,27	2258,43	2256,32	2256,55	2248,73	2240,87	2222,49
	Modo 24	2530,30	2532,50	2532,23	2531,38	2530,19	2529,56	2529,35	2530,78	2529,17	2527,30	2520,46	2512,91	2498,55
	Modo 25	2530,84	2532,79	2532,76	2531,71	2530,61	2530,06	2530,11	2533,09	2530,71	2529,58	2525,48	2520,53	2517,30
	Modo 26	3081,04	3079,20	3078,30	3078,32	3080,48	3080,00	3073,51	3075,26	3065,26	3060,17	3035,69	3009,40	2946,43
	Modo 27	3094,85	3096,78	3093,74	3093,93	3093,65	3093,10	3092,75	3095,09	3093,29	3084,19	3067,85	3035,07	2959,53
	Modo 28	3095,61	3097,56	3095,04	3095,40	3095,36	3094,23	3094,90	3097,73	3096,80	3093,74	3089,41	3086,86	3089,50
	Modo 29	3417,27	3419,07	3417,77	3419,20	3416,66	3414,99	3413,63	3405,89	3390,85	3379,67	3320,92	3232,40	3159,97
	Modo 30	3540,70	3544,54	3541,45	3542,30	3540,40	3539,36	3539,40	3536,62	3530,42	3527,77	3511,18	3493,96	3461,63
	Modo 31	3739,63	3735,40	3733,69	3733,52	3732,79	3728,86	3724,00	3717,93	3696,75	3692,36	3651,17	3624,28	3607,47
	Modo 32	3740,54	3735,60	3734,40	3734,26	3734,18	3731,87	3732,00	3738,06	3727,04	3725,45	3714,96	3702,48	3677,33
	Modo 33	3786,47	3787,40	3784,50	3784,50	3784,48	3785,85	3783,96	3786,99	3785,55	3784,10	3781,70	3778,77	3778,99
	Modo 34	4357,27	4361,64	4358,42	4358,41	4358,38	4357,69	4359,23	4344,83	4301,61	4272,00	4165,02	4070,54	3999,57
	Modo 35	4397,90	4394,58	4391,23	4390,90	4389,40	4382,28	4369,95	4355,43	4352,01	4353,35	4346,31	4334,18	4298,51
	Modo 36	4401,56	4394,85	4395,88	4395,65	4395,65	4393,16	4390,76	4390,11	4391,53	4389,00	4374,01	4357,96	4335,60
	Modo 37	4475,90	4475,89	4474,44	4474,39	4473,90	4473,77	4467,77	4464,76	4456,49	4452,77	4440,47	4428,55	4413,50
	Modo 38	5070,03	5044,89	5043,13	5042,62	5040,74	5026,05	5018,88	4987,10	4955,29	4944,75	4881,96	4853,10	4736,19
	Modo 39	5073,26	5045,36	5045,42	5044,86	5044,90	5034,55	5042,56	5029,39	5026,34	5024,81	5001,86	4962,59	4825,93
	Modo 40	5176,03	5177,15	5174,65	5174,52	5174,08	5172,24	5171,23	5163,83	5151,11	5144,51	5090,34	5033,09	4974,66
	Tiempo 1(s)	848,73	895,49	1161,88	1132,57	1040,60	1198,64	1115,97	1743,94	1442,89	2460,64	1643,07	3088,78	1944,28
	Tiempo 2(s)	315,78	186,47	248,90	365,53	309,93	492,40	350,89	417,32	325,92	757,20	557,83	932,60	413,06
FRECUENCIA PROPIA (Hz)														

Tabla 39. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 5' en grieta circular.

		POSICIÓN 5													
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	
FRECUENCIA PROPIA (Hz)	Modo 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	
	Modo 7	148,00	147,96	147,92	148,03	148,02	148,01	147,98	147,96	147,96	147,96	147,97	147,96	147,83	147,81
	Modo 8	148,00	147,99	147,97	148,05	148,08	148,06	148,02	148,01	148,05	148,01	148,07	147,98	147,98	148,07
	Modo 9	403,28	403,21	403,20	403,26	403,23	403,12	403,11	402,90	402,52	402,37	401,25	399,75	397,38	
	Modo 10	403,37	403,24	403,21	403,33	403,34	403,36	403,38	403,35	403,22	403,30	403,14	402,81	402,68	
	Modo 11	652,36	652,22	652,11	652,56	652,59	652,56	652,37	652,31	652,43	652,40	652,61	652,22	652,42	
	Modo 12	761,11	761,08	761,05	761,26	761,18	760,59	759,95	758,66	755,89	755,08	747,65	736,98	716,72	
	Modo 13	761,15	761,08	761,19	761,30	761,23	761,20	761,40	761,26	760,72	761,04	759,85	758,59	756,49	
	Modo 14	1073,91	1073,78	1073,70	1074,07	1074,09	1074,06	1073,89	1073,70	1073,55	1073,26	1071,82	1063,73	1025,06	
	Modo 15	1183,76	1183,16	1183,50	1183,71	1183,34	1181,61	1179,86	1175,24	1164,98	1161,32	1136,12	1106,34	1087,11	
	Modo 16	1183,91	1183,45	1183,66	1183,80	1183,61	1183,74	1184,75	1184,32	1182,19	1183,01	1179,02	1174,91	1168,01	
	Modo 17	1415,24	1414,92	1414,99	1414,47	1414,42	1414,51	1415,22	1415,05	1414,77	1414,67	1413,76	1412,71	1412,57	
	Modo 18	1621,68	1621,59	1621,17	1622,11	1621,26	1617,64	1614,97	1605,03	1582,15	1574,91	1529,82	1480,49	1428,57	
	Modo 19	1621,84	1621,92	1621,48	1622,41	1622,12	1622,34	1623,86	1624,94	1618,67	1620,66	1612,86	1603,99	1590,46	
	Modo 20	2054,52	2054,18	2054,00	2054,72	2053,62	2049,00	2045,25	2030,95	2008,29	2003,55	1959,53	1923,04	1890,26	
	Modo 21	2054,80	2054,73	2054,45	2055,38	2055,18	2055,24	2055,03	2055,08	2051,23	2055,58	2042,95	2031,44	2015,76	
	Modo 22	2228,99	2228,70	2228,80	2228,45	2228,35	2228,28	2228,57	2227,59	2226,38	2225,84	2222,44	2217,51	2212,76	
	Modo 23	2261,49	2263,18	2263,37	2263,44	2263,46	2262,62	2261,22	2260,15	2260,93	2261,27	2258,30	2255,43	2246,09	
	Modo 24	2530,30	2529,70	2529,72	2530,55	2529,91	2526,60	2519,52	2512,42	2496,82	2496,63	2467,41	2445,93	2428,09	
	Modo 25	2530,84	2530,35	2529,78	2530,83	2530,16	2530,68	2529,83	2530,76	2525,60	2525,14	2519,00	2508,52	2491,62	
	Modo 26	3081,04	3077,26	3080,07	3078,36	3077,89	3077,55	3079,75	3077,97	3066,99	3064,01	3039,03	3012,25	2918,02	
	Modo 27	3094,85	3093,73	3094,01	3094,52	3094,16	3092,66	3089,94	3087,01	3076,57	3073,68	3058,47	3041,10	3020,47	
	Modo 28	3095,61	3095,16	3094,45	3095,38	3094,85	3095,35	3094,13	3093,82	3091,14	3090,79	3089,20	3083,93	3080,35	
	Modo 29	3417,27	3418,03	3418,30	3418,48	3418,24	3417,08	3414,15	3411,55	3406,05	3402,42	3387,25	3363,03	3314,13	
	Modo 30	3540,70	3542,16	3540,14	3542,62	3541,58	3538,76	3530,80	3525,54	3504,00	3500,15	3448,48	3403,69	3325,51	
	Modo 31	3739,63	3736,37	3734,70	3731,59	3731,16	3732,53	3733,74	3732,44	3723,36	3722,99	3709,04	3695,44	3676,53	
	Modo 32	3740,54	3737,46	3735,15	3731,76	3731,71	3732,89	3733,94	3732,79	3725,24	3725,25	3722,85	3716,29	3700,57	
	Modo 33	3786,47	3784,85	3786,63	3785,80	3785,13	3782,35	3780,60	3776,37	3764,89	3763,31	3752,69	3749,33	3746,14	
	Modo 34	4357,27	4357,56	4355,71	4359,18	4357,92	4359,97	4352,35	4351,11	4346,11	4346,38	4340,97	4235,88	4088,74	
	Modo 35	4397,90	4396,30	4393,98	4390,21	4390,67	4389,73	4391,37	4390,56	4381,70	4384,36	4342,55	4326,00	4295,35	
	Modo 36	4401,56	4402,17	4396,63	4391,02	4391,35	4392,45	4392,73	4391,27	4384,65	4386,52	4380,75	4374,72	4365,19	
	Modo 37	4475,90	4473,83	4474,69	4474,60	4473,78	4471,73	4467,89	4458,30	4434,22	4421,04	4385,28	4378,38	4371,70	
	Modo 38	5070,03	5055,30	5050,15	5025,56	5023,90	5031,44	5033,18	5007,26	4998,87	4992,61	4954,62	4889,10	4823,71	
	Modo 39	5073,26	5061,59	5052,01	5026,94	5025,27	5034,26	5035,07	5022,16	5012,53	5011,74	5001,56	4964,29	4913,94	
	Modo 40	5176,03	5177,31	5174,44	5174,48	5174,48	5173,93	5178,07	5177,83	5176,03	5175,29	5115,26	5073,47	5031,63	
Tiempo 1(s)	848,73	1517,96	1899,51	1562,84	1197,85	1224,40	1528,72	1664,59	1543,32	1427,06	2931,91	2768,04	1851,93		
Tiempo 2(s)	315,78	545,11	648,54	406,85	299,58	304,50	412,70	355,54	302,14	402,12	426,94	790,85	378,46		

Tabla 40. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 6' en grieta circular.

		POSICIÓN 6												
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 1		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 2		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 3		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 4		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 5		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 6		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 7		148,00	148,00	148,00	147,92	148,02	147,94	147,96	148,00	147,98	147,94	147,93	147,87	147,88
Modo 8		148,00	148,05	148,02	148,06	148,06	148,04	148,02	148,03	148,07	148,02	148,04	148,03	148,10
Modo 9		403,28	403,14	403,36	402,94	403,23	403,17	402,92	403,12	402,71	402,44	401,79	400,51	398,72
Modo 10		403,37	403,43	403,40	403,35	403,39	403,36	403,22	403,41	403,42	403,33	403,24	402,97	402,81
Modo 11		652,36	652,49	652,38	652,35	652,56	652,30	652,35	652,46	652,48	652,35	652,28	652,32	652,50
Modo 12		761,11	761,12	761,13	760,99	761,22	760,33	759,73	759,46	756,79	756,01	749,85	741,09	724,44
Modo 13		761,15	761,35	761,20	761,41	761,29	761,04	760,95	761,41	760,86	761,04	759,88	758,64	756,70
Modo 14		1073,91	1074,02	1073,92	1073,90	1074,07	1073,85	1073,86	1073,85	1073,73	1073,37	1072,23	1066,85	1033,34
Modo 15		1183,76	1183,64	1183,84	1183,21	1183,43	1181,79	1178,96	1176,14	1167,14	1163,18	1140,38	1110,08	1086,56
Modo 16		1183,91	1183,87	1183,99	1183,89	1183,74	1183,57	1183,43	1183,92	1182,49	1183,05	1179,45	1174,92	1167,68
Modo 17		1415,24	1414,66	1415,56	1414,02	1414,63	1415,34	1414,13	1415,39	1415,21	1414,62	1414,91	1413,53	1412,97
Modo 18		1621,68	1622,14	1621,98	1621,03	1621,06	1616,99	1610,47	1602,79	1582,98	1575,72	1528,10	1476,16	1419,71
Modo 19		1621,84	1622,69	1622,13	1622,04	1622,30	1621,77	1620,72	1621,83	1619,32	1622,09	1612,51	1603,30	1588,06
Modo 20		2054,52	2054,69	2055,42	2054,38	2053,48	2048,02	2038,52	2027,76	2004,49	1996,10	1950,51	1909,34	1873,66
Modo 21		2054,80	2055,66	2055,46	2056,11	2055,14	2054,82	2054,27	2054,28	2051,79	2054,46	2043,21	2030,39	2013,03
Modo 22		2228,99	2228,60	2229,22	2228,07	2228,53	2228,85	2227,66	2228,22	2227,19	2226,31	2224,40	2219,84	2215,49
Modo 23		2261,49	2262,87	2261,03	2264,94	2263,45	2260,33	2262,49	2262,24	2259,64	2262,60	2256,55	2255,59	2249,26
Modo 24		2530,30	2530,75	2530,97	2529,06	2529,48	2524,11	2515,82	2511,95	2488,88	2488,95	2451,69	2425,56	2404,61
Modo 25		2530,84	2531,06	2531,08	2529,79	2530,73	2530,07	2528,76	2528,27	2528,27	2527,71	2520,77	2508,35	2494,15
Modo 26		3081,04	3078,16	3080,76	3078,67	3078,28	3080,21	3078,68	3075,16	3067,97	3067,38	3045,60	3013,87	2921,53
Modo 27		3094,85	3094,89	3098,46	3093,08	3094,36	3089,98	3083,97	3084,82	3071,79	3068,53	3046,69	3016,47	2988,58
Modo 28		3095,61	3096,22	3099,69	3094,94	3096,23	3094,55	3093,16	3096,09	3096,18	3095,57	3095,68	3080,86	3072,64
Modo 29		3417,27	3418,18	3416,97	3419,06	3418,28	3415,64	3415,74	3412,62	3408,07	3407,63	3393,42	3377,00	3283,99
Modo 30		3540,70	3543,05	3541,32	3540,39	3541,16	3536,69	3528,25	3523,77	3499,92	3495,97	3434,45	3384,10	3351,66
Modo 31		3739,63	3733,56	3737,12	3733,89	3734,19	3729,83	3726,04	3725,33	3715,10	3711,72	3700,98	3686,39	3669,83
Modo 32		3740,54	3734,60	3737,77	3735,47	3735,34	3731,09	3730,08	3728,07	3724,36	3723,33	3708,91	3695,38	3675,75
Modo 33		3786,47	3785,60	3786,97	3785,41	3784,99	3782,65	3777,57	3773,42	3758,42	3758,05	3744,68	3738,46	3732,24
Modo 34		4357,27	4360,37	4357,38	4356,58	4358,94	4356,25	4351,73	4353,41	4345,30	4341,73	4330,23	4284,59	4182,64
Modo 35		4397,90	4393,11	4395,59	4388,18	4390,80	4389,12	4388,57	4387,14	4379,39	4376,35	4348,25	4321,39	4287,96
Modo 36		4401,56	4396,91	4396,62	4389,50	4391,36	4390,65	4389,45	4390,08	4382,91	4383,51	4382,68	4381,52	4362,13
Modo 37		4475,90	4474,86	4475,98	4473,53	4473,97	4473,19	4467,74	4461,24	4443,97	4434,93	4408,44	4392,41	4370,63
Modo 38		5070,03	5037,74	5034,82	5034,14	5027,44	5026,36	5025,03	5023,90	5009,08	5011,80	4988,34	4971,32	4898,10
Modo 39		5073,26	5041,11	5044,14	5036,70	5035,89	5029,30	5033,16	5034,47	5018,71	5024,55	5019,11	5004,25	4922,56
Modo 40		5176,03	5174,87	5176,77	5173,43	5174,28	5174,65	5172,00	5175,66	5173,88	5171,61	5102,68	5016,78	4964,96
Tiempo 1(s)		848,73	1196,97	1376,26	1143,56	1025,88	1232,02	1384,96	1885,82	1172,70	1952,23	1271,12	2808,96	1331,25
Tiempo 2(s)		315,78	351,75	442,90	373,89	295,98	520,09	555,91	308,43	355,96	475,24	380,61	794,81	365,95

Tabla 41. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 7' en grieta circular.

		POSICIÓN 7												
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 1		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 2		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 3		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 4		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 5		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 6		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Modo 7		148,00	148,03	147,94	147,99	147,95	147,99	147,98	148,02	148,00	147,95	148,01	147,94	147,98
Modo 8		148,00	148,05	148,04	148,04	148,04	148,07	148,04	148,06	148,09	148,04	148,07	148,00	148,07
Modo 9		403,28	403,36	403,40	403,35	403,35	403,20	403,25	403,11	402,89	402,72	402,40	401,79	400,84
Modo 10		403,37	403,41	403,54	403,38	403,45	403,31	403,38	403,35	403,34	403,36	403,30	403,21	403,16
Modo 11		652,36	652,53	652,39	652,39	652,37	652,53	652,40	652,59	652,52	652,37	652,49	652,31	652,44
Modo 12		761,11	761,32	761,41	761,12	761,59	760,65	760,26	759,86	758,04	757,00	753,37	748,61	738,80
Modo 13		761,15	761,40	761,82	761,22	761,76	760,99	761,27	761,31	761,06	760,80	760,41	759,95	759,00
Modo 14		1073,91	1074,03	1073,92	1073,92	1073,91	1074,02	1073,93	1074,02	1073,91	1073,58	1073,17	1070,94	1059,04
Modo 15		1183,76	1183,83	1184,69	1183,64	1184,38	1181,50	1179,86	1177,23	1170,14	1166,44	1149,82	1127,98	1094,65
Modo 16		1183,91	1183,98	1184,89	1183,99	1185,19	1183,44	1183,77	1183,98	1182,66	1182,27	1180,37	1178,67	1174,05
Modo 17		1415,24	1415,21	1416,01	1415,45	1415,71	1414,79	1415,54	1414,50	1414,63	1415,02	1415,03	1414,97	1414,60
Modo 18		1621,68	1621,77	1622,35	1621,45	1622,60	1616,25	1610,66	1604,02	1585,77	1576,13	1537,17	1491,84	1432,08
Modo 19		1621,84	1622,21	1623,14	1622,59	1624,98	1621,64	1621,77	1622,33	1619,46	1617,90	1613,94	1609,20	1599,65
Modo 20		2054,52	2054,00	2054,49	2055,67	2054,18	2045,38	2038,75	2025,99	2001,43	1988,25	1947,47	1907,97	1865,76
Modo 21		2054,80	2054,73	2056,30	2057,16	2057,76	2054,35	2056,25	2054,92	2051,23	2048,32	2044,36	2035,47	2018,13
Modo 22		2228,99	2228,93	2229,52	2229,10	2229,27	2228,43	2228,90	2227,87	2227,28	2226,89	2225,53	2222,84	2218,91
Modo 23		2261,49	2262,70	2262,02	2261,56	2263,41	2262,03	2261,71	2262,54	2261,87	2259,84	2259,23	2258,18	2254,18
Modo 24		2530,30	2529,69	2531,78	2530,00	2527,38	2520,39	2510,14	2502,60	2479,37	2466,97	2435,24	2407,59	2383,06
Modo 25		2530,84	2530,22	2532,01	2531,29	2530,47	2529,92	2528,52	2528,16	2527,63	2523,93	2517,73	2508,54	2495,56
Modo 26		3081,04	3079,09	3081,42	3080,54	3079,17	3077,47	3076,10	3068,47	3056,04	3040,64	3011,89	2988,05	2965,05
Modo 27		3094,85	3094,33	3093,03	3093,57	3092,09	3085,32	3077,26	3074,35	3068,41	3068,65	3050,56	3038,76	2978,49
Modo 28		3095,61	3095,64	3094,76	3095,14	3096,52	3093,88	3093,58	3094,30	3093,36	3090,53	3085,47	3079,60	3078,65
Modo 29		3417,27	3417,87	3416,75	3417,80	3417,04	3416,59	3415,10	3414,45	3411,38	3407,84	3399,81	3387,70	3304,50
Modo 30		3540,70	3540,98	3539,38	3538,97	3538,08	3534,13	3526,44	3521,86	3497,22	3491,78	3435,98	3399,49	3371,16
Modo 31		3739,63	3733,65	3731,51	3730,65	3728,48	3724,57	3717,15	3710,82	3695,80	3688,54	3672,54	3652,11	3623,08
Modo 32		3740,54	3734,31	3732,34	3733,21	3732,77	3730,56	3730,63	3731,25	3727,84	3726,58	3718,00	3702,75	3683,62
Modo 33		3786,47	3784,52	3784,85	3785,12	3783,43	3778,12	3772,59	3768,20	3752,22	3750,20	3737,58	3726,33	3719,53
Modo 34		4357,27	4359,11	4357,38	4355,24	4354,37	4356,98	4350,32	4354,09	4341,99	4343,50	4302,97	4243,32	4172,63
Modo 35		4397,90	4393,74	4389,52	4390,56	4392,74	4382,59	4382,29	4370,25	4354,83	4344,06	4325,57	4315,01	4293,48
Modo 36		4401,56	4396,30	4392,33	4393,74	4394,17	4389,64	4393,15	4391,90	4393,21	4393,07	4395,06	4373,05	4368,40
Modo 37		4475,90	4474,82	4475,80	4474,29	4473,70	4471,60	4468,20	4464,37	4457,24	4454,39	4445,66	4430,61	4418,15
Modo 38		5070,03	5034,82	5029,94	5028,30	5028,09	5023,17	5020,99	5014,47	5008,12	5007,78	4999,20	4925,22	4891,91
Modo 39		5073,26	5036,83	5032,20	5031,32	5031,58	5025,30	5026,00	5022,25	5020,29	5014,04	5009,08	4983,10	4963,40
Modo 40		5176,03	5174,44	5175,29	5175,37	5174,12	5170,10	5172,15	5169,28	5168,59	5168,06	5164,60	5127,21	5096,93
Tiempo 1(s)		848,73	1748,63	1146,68	1141,95	1457,64	1639,84	1211,30	1311,87	1126,69	1327,56	1528,77	1871,11	1385,99
Tiempo 2(s)		315,78	434,35	234,86	275,61	385,14	588,62	391,97	298,04	311,52	412,94	402,58	378,35	242,94

FRECUENCIA PROPIA (Hz)

Tabla 42. Frecuencias propias del eje libre para 'Posición 8' en grieta circular.

		POSICIÓN 8												
		NUEVO	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
	Modo 1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Modo 7	148,00	147,98	148,02	147,93	147,96	148,00	148,02	148,03	148,07	147,93	148,04	148,04	148,11
	Modo 8	148,00	148,01	148,04	147,97	148,02	148,05	148,06	148,06	148,11	147,98	148,07	148,07	148,12
	Modo 9	403,28	403,13	403,31	403,19	403,22	403,28	403,20	403,26	403,38	403,31	403,37	403,19	403,34
	Modo 10	403,37	403,25	403,37	403,22	403,32	403,35	403,39	403,33	403,46	403,39	403,46	403,29	403,50
	Modo 11	652,36	652,38	652,51	652,13	652,31	652,42	652,52	652,57	652,67	652,10	652,36	652,55	652,45
	Modo 12	761,11	761,11	761,15	760,99	760,97	761,15	761,13	761,20	761,32	761,02	760,75	760,34	759,74
	Modo 13	761,15	761,16	761,30	761,23	761,08	761,30	761,27	761,27	761,49	761,43	761,07	760,81	760,78
	Modo 14	1073,91	1073,91	1074,01	1073,72	1073,85	1073,95	1074,06	1074,08	1074,23	1073,68	1073,96	1073,80	1073,59
	Modo 15	1183,76	1183,59	1183,58	1183,39	1183,53	1183,55	1183,50	1183,49	1183,39	1183,31	1181,30	1178,93	1174,81
	Modo 16	1183,91	1183,76	1183,79	1183,75	1183,78	1183,90	1183,84	1183,78	1183,99	1183,86	1183,14	1182,12	1180,61
	Modo 17	1415,24	1414,24	1414,98	1414,87	1414,96	1414,93	1414,49	1414,37	1414,56	1415,73	1415,15	1414,20	1414,71
	Modo 18	1621,68	1622,27	1621,61	1621,29	1621,56	1621,54	1621,63	1620,94	1619,16	1617,73	1612,68	1605,39	1588,21
	Modo 19	1621,84	1622,44	1621,72	1621,66	1621,70	1621,89	1622,43	1622,09	1621,82	1621,39	1619,19	1617,18	1611,77
	Modo 20	2054,52	2054,89	2054,02	2053,99	2054,19	2054,28	2053,46	2051,95	2048,93	2047,72	2035,21	2019,22	1982,20
	Modo 21	2054,80	2055,31	2054,14	2054,23	2054,99	2055,27	2055,25	2054,65	2053,81	2054,79	2049,17	2045,17	2034,46
	Modo 22	2228,99	2228,24	2228,78	2228,72	2228,74	2228,72	2228,44	2228,28	2228,43	2228,96	2228,03	2225,30	2221,94
	Modo 23	2261,49	2263,28	2262,35	2262,95	2261,62	2262,94	2262,64	2262,86	2262,70	2261,85	2260,26	2261,42	2259,67
	Modo 24	2530,30	2530,82	2529,82	2529,53	2529,74	2529,65	2528,68	2526,47	2521,81	2519,83	2502,21	2479,64	2430,46
	Modo 25	2530,84	2530,93	2529,87	2530,15	2530,04	2530,07	2530,42	2529,83	2529,57	2530,78	2522,26	2517,56	2502,20
	Modo 26	3081,04	3078,52	3079,11	3079,47	3080,74	3079,35	3078,02	3077,44	3077,10	3078,24	3056,53	3021,28	2936,94
	Modo 27	3094,85	3094,86	3094,19	3094,26	3093,44	3093,25	3091,40	3088,95	3083,58	3079,46	3070,04	3059,91	3032,56
	Modo 28	3095,61	3095,49	3094,80	3095,52	3094,72	3095,04	3095,00	3094,36	3094,04	3091,91	3089,06	3085,82	3081,88
	Modo 29	3417,27	3418,38	3417,66	3418,10	3417,26	3417,96	3417,78	3417,52	3416,77	3414,95	3408,98	3394,03	3339,50
	Modo 30	3540,70	3542,50	3540,67	3540,38	3540,51	3539,62	3539,67	3535,61	3527,99	3522,76	3502,24	3480,47	3422,05
	Modo 31	3739,63	3732,70	3731,89	3736,83	3732,85	3728,59	3728,76	3723,88	3717,84	3706,93	3677,93	3621,32	3530,40
	Modo 32	3740,54	3733,52	3732,40	3737,75	3733,28	3730,62	3732,31	3730,59	3743,41	3727,03	3718,09	3709,12	3686,36
	Modo 33	3786,47	3785,18	3784,47	3785,33	3786,16	3785,31	3782,18	3778,91	3773,17	3770,53	3758,29	3749,60	3738,77
	Modo 34	4357,27	4361,47	4359,49	4357,03	4356,26	4353,26	4358,40	4356,50	4351,54	4345,02	4273,37	4129,91	3957,83
	Modo 35	4397,90	4391,77	4392,04	4393,36	4390,93	4386,91	4383,42	4376,46	4396,40	4347,36	4338,68	4332,82	4306,29
	Modo 36	4401,56	4392,45	4393,72	4394,58	4393,76	4389,51	4392,74	4390,19	4397,81	4388,09	4382,51	4378,62	4367,45
	Modo 37	4475,90	4474,84	4474,64	4474,67	4475,59	4474,28	4473,87	4471,97	4471,32	4466,31	4457,65	4444,81	4431,59
	Modo 38	5070,03	5036,57	5029,50	5030,08	5027,82	5021,79	5022,95	5004,86	5002,78	4954,59	4861,67	4737,85	4656,49
	Modo 39	5073,26	5038,00	5031,28	5031,50	5030,03	5027,38	5034,58	5026,49	5023,89	5021,16	5013,47	5002,14	4969,48
	Modo 40	5176,03	5173,38	5172,07	5176,52	5174,96	5173,71	5172,14	5170,91	5172,19	5169,02	5160,75	5152,94	5124,40
	Tiempo 1(s)	848,73	1163,33	1346,94	1488,93	1138,40	1267,39	1395,35	1677,76	914,40	1616,36	1311,01	2375,41	1397,49
	Tiempo 2(s)	315,78	275,12	325,01	549,36	458,49	543,38	384,01	471,39	306,65	594,83	574,02	717,62	544,05

FRECUENCIA PROPIA (Hz)

Estos 3880 datos de frecuencias de grietas circulares podemos representarlos bajo 8 gráficas frecuencia-modos en cada posición correspondiente:

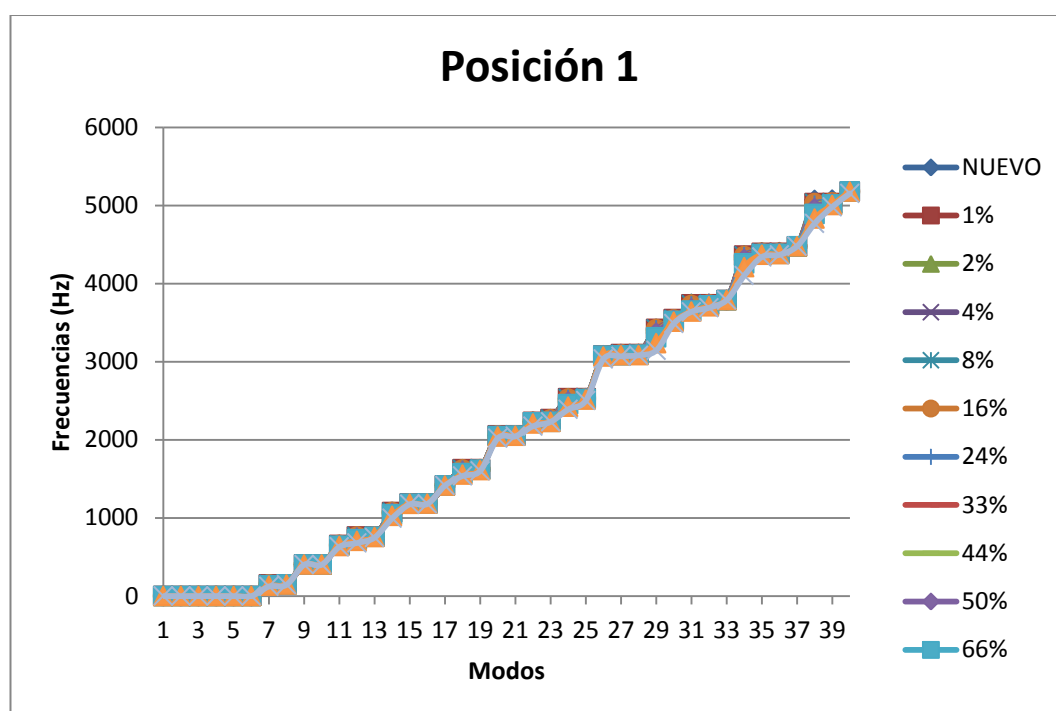


Figura 100. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 1' en grieta circular.

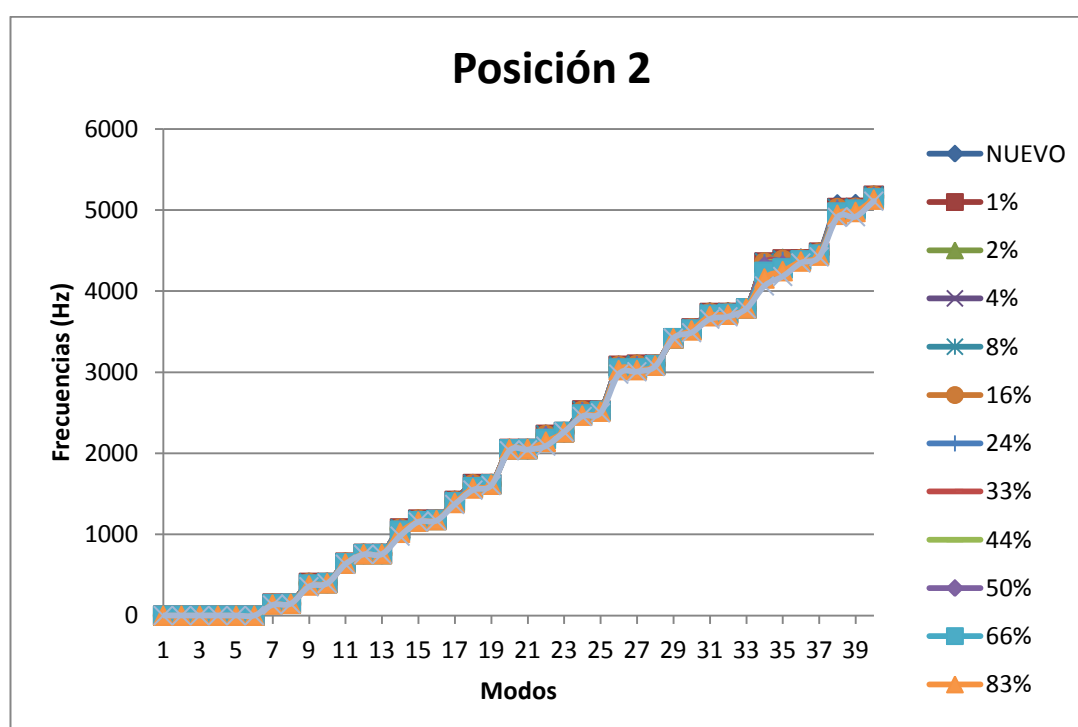


Figura 101. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 2' en grieta circular.

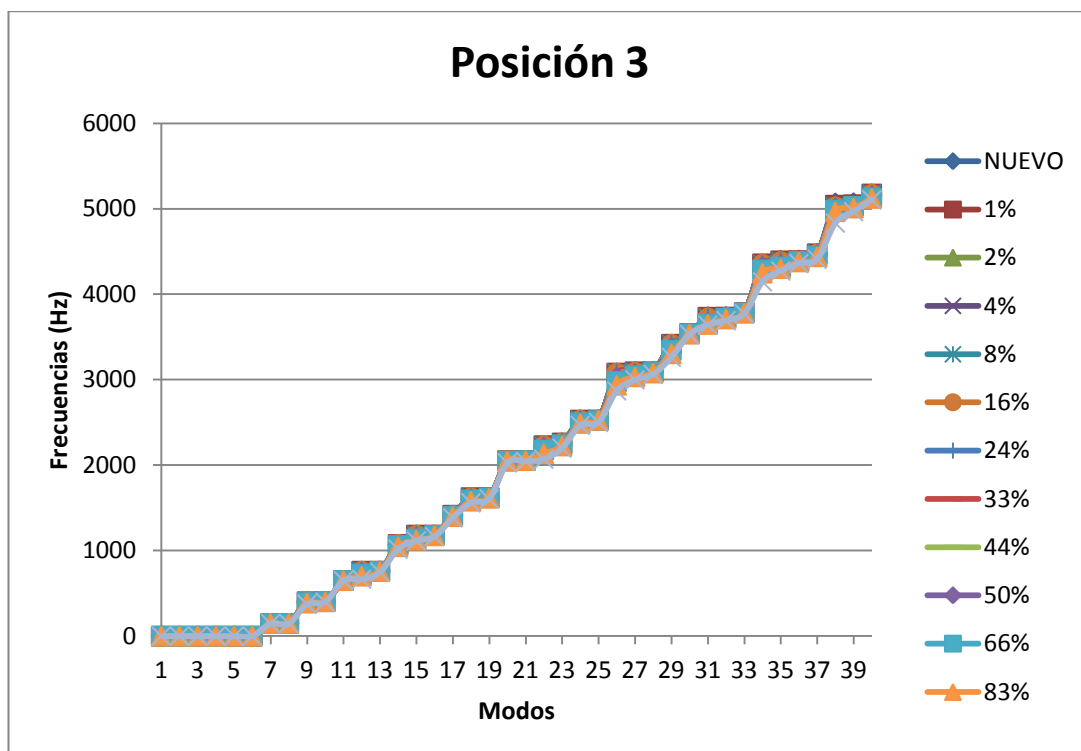


Figura 102. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 3' en grieta circular.

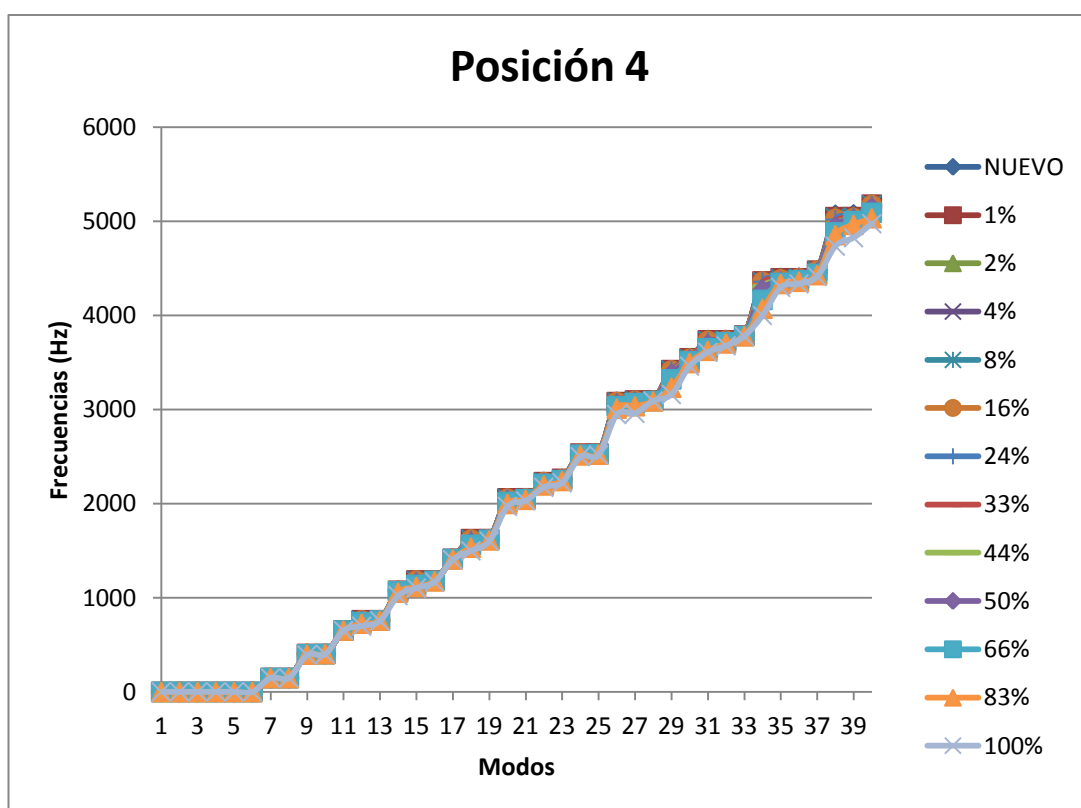


Figura 103. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 4' en grieta circular.

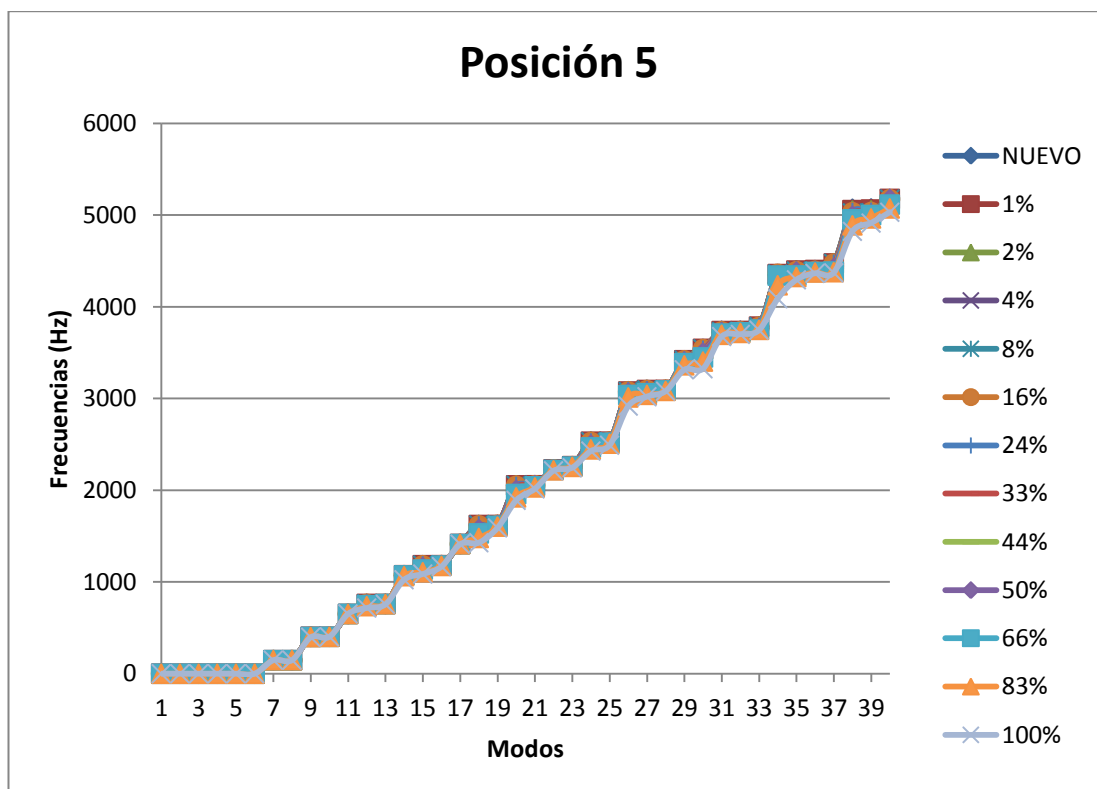


Figura 104. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 5' en grieta circular.

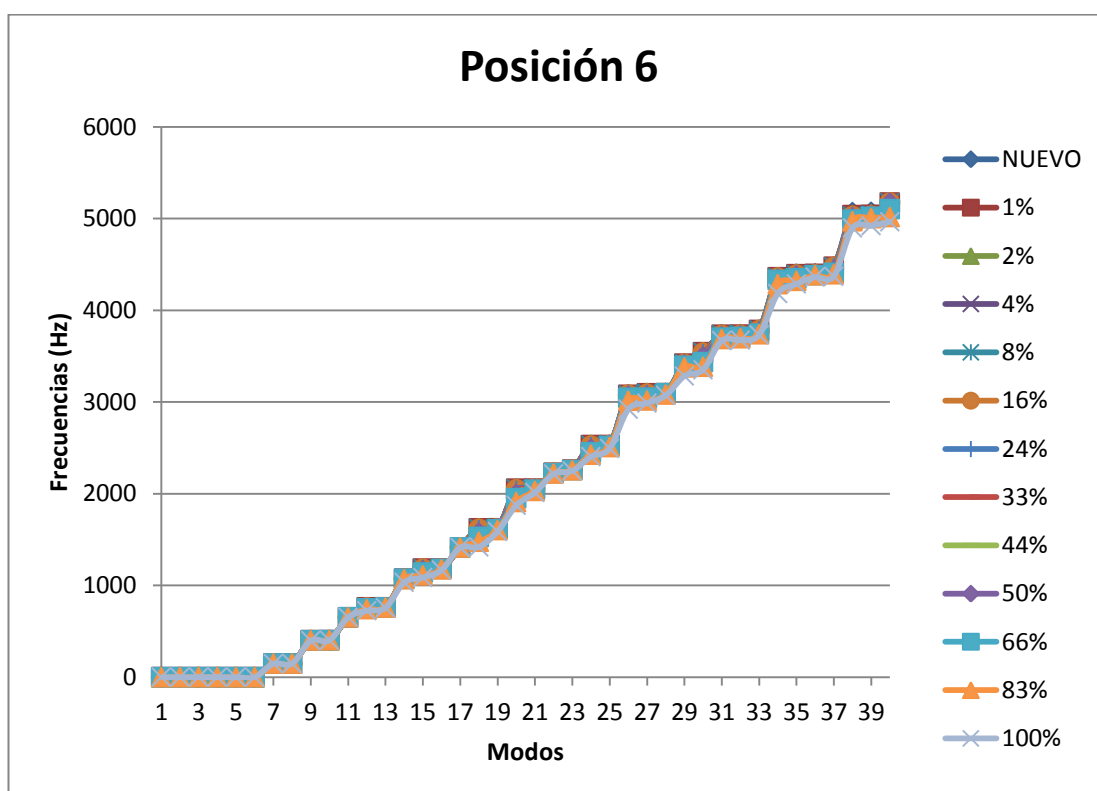


Figura 105. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 6' en grieta circular.

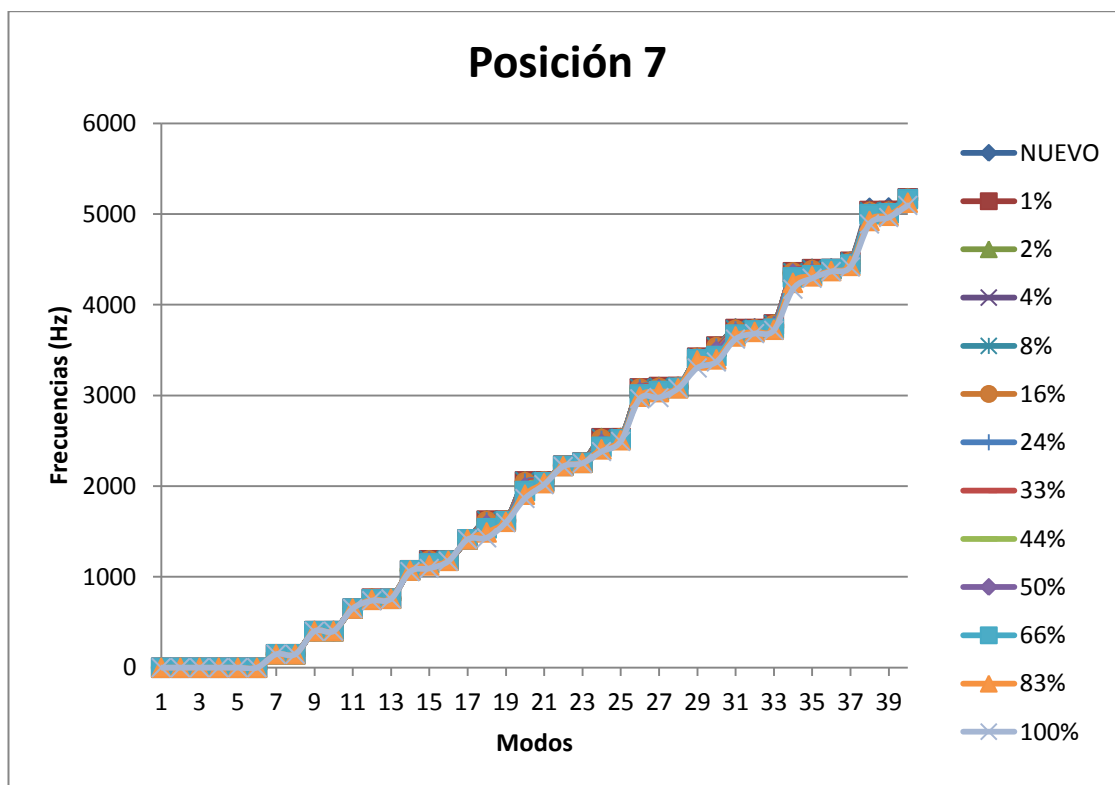


Figura 106. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 7' en grieta circular.

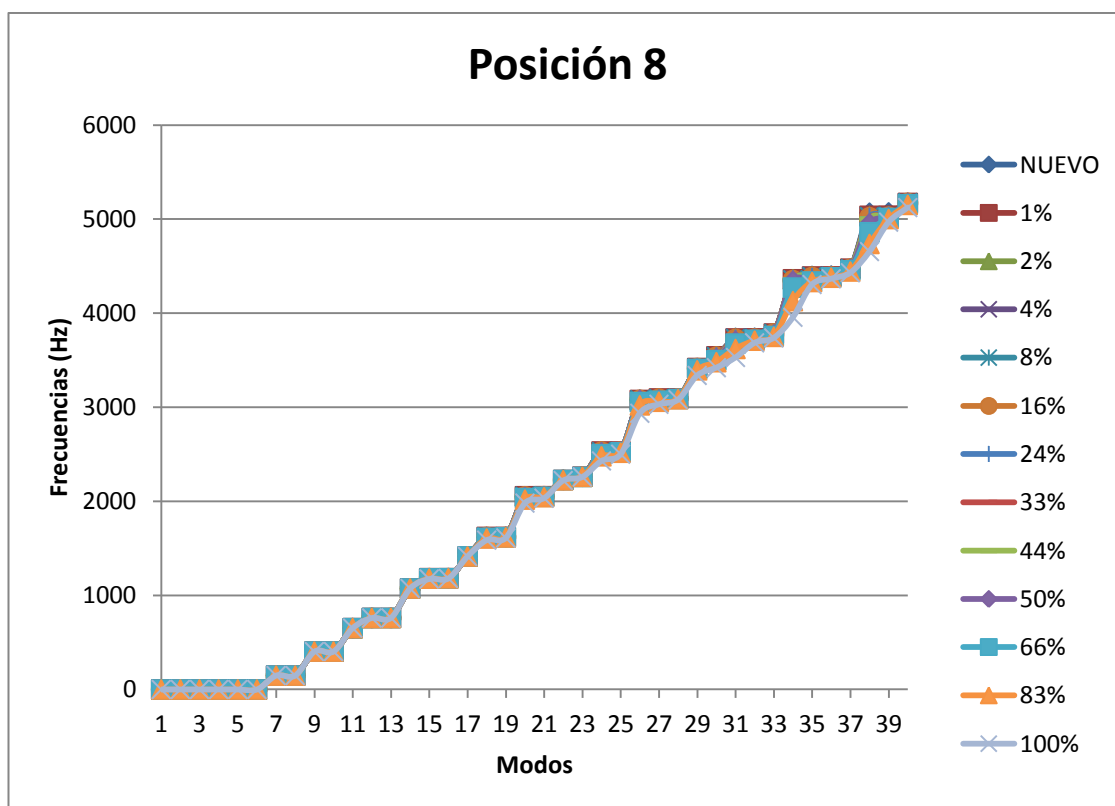


Figura 107. Gráfica de las frecuencias propias de cada modo para 'Posición 8' en grieta circular.

Al igual que para grieta recta, podemos ver que a partir del modo 25 empieza a haber una dispersión en las frecuencias respecto al eje.

9.3.6. Resultados de diferencias porcentuales para grieta circular.

A renglón seguido de las tablas de frecuencias mostraremos las diferencias porcentuales para grietas circulares en cada modo y posición con su correspondiente escala de color y la misma fórmula aplicada vista ya para grietas rectas:

$$\frac{f_{eje\ nuevo} - f_{eje\ con\ fallo}}{f_{eje\ nuevo}} \cdot 100$$

Tabla 43. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 1' en grieta circular.

Diferencias % POS.1	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,028	-0,075	-0,001	0,056	0,278	0,861	1,543	2,954	3,736	6,989	11,070	16,724
Modo 8	-0,063	-0,092	-0,032	-0,008	-0,074	0,001	0,012	0,166	0,208	0,625	1,309	2,452
Modo 9	0,005	-0,026	0,015	0,048	0,006	0,058	0,055	0,058	0,023	0,103	0,177	0,413
Modo 10	0,000	-0,020	0,000	0,023	-0,003	0,033	0,003	0,038	0,012	0,062	0,144	0,173
Modo 11	-0,052	-0,094	-0,028	-0,002	-0,006	0,183	0,245	0,590	0,644	1,404	1,995	3,472
Modo 12	-0,034	-0,059	-0,052	0,030	0,205	0,577	1,058	1,987	2,484	4,597	7,274	10,717
Modo 13	-0,050	-0,062	-0,079	-0,028	-0,026	0,003	0,036	0,124	0,154	0,434	0,886	1,576
Modo 14	-0,025	-0,046	-0,013	0,005	0,042	0,215	0,413	0,917	1,194	2,570	4,495	7,295
Modo 15	-0,017	-0,046	-0,050	-0,025	-0,005	0,056	0,039	0,100	0,041	0,224	0,379	0,765
Modo 16	-0,035	-0,045	-0,044	-0,027	-0,007	0,046	0,042	0,039	-0,011	0,107	0,150	0,333
Modo 17	0,072	0,073	0,066	0,108	0,087	0,054	0,090	0,063	0,066	0,033	0,133	0,038
Modo 18	-0,079	-0,052	-0,083	0,013	0,185	0,437	0,812	1,439	1,740	2,986	4,170	5,174
Modo 19	-0,083	-0,050	-0,087	-0,020	-0,003	0,040	0,028	0,086	0,067	0,327	0,670	1,183
Modo 20	-0,092	-0,050	-0,095	-0,033	0,009	0,046	0,020	0,103	0,042	0,359	0,643	1,627
Modo 21	-0,089	-0,045	-0,093	-0,039	0,017	0,022	0,011	0,020	-0,069	0,105	0,191	0,457
Modo 22	0,030	0,031	0,024	0,044	0,039	0,025	0,043	0,021	0,023	0,271	0,960	2,437
Modo 23	-0,118	-0,104	-0,185	-0,107	0,014	0,115	0,256	0,681	0,798	1,429	1,488	1,402
Modo 24	-0,058	-0,032	-0,167	0,028	0,198	0,419	0,814	1,398	1,681	2,942	4,223	5,543
Modo 25	-0,059	-0,016	-0,199	0,002	0,032	0,053	0,078	0,113	0,067	0,336	0,657	1,120
Modo 26	0,079	0,038	0,023	-0,023	0,013	0,073	0,082	0,044	0,019	0,147	0,512	1,504
Modo 27	-0,055	-0,054	-0,010	0,005	0,001	-0,050	0,102	0,201	0,166	0,450	0,431	0,834
Modo 28	-0,037	-0,035	-0,008	-0,006	0,009	-0,109	0,074	0,050	-0,007	0,236	0,395	0,439
Modo 29	-0,053	-0,047	-0,041	-0,047	0,052	0,190	0,447	1,053	1,403	3,097	5,284	7,973
Modo 30	-0,108	-0,030	-0,021	0,005	0,037	0,064	0,104	0,215	0,210	0,562	0,822	1,460
Modo 31	0,175	0,151	0,204	0,265	0,389	0,580	1,015	1,431	1,567	2,289	2,636	2,711
Modo 32	0,182	0,167	0,193	0,226	0,220	0,155	0,296	0,261	0,224	0,535	0,855	1,330
Modo 33	-0,057	-0,020	0,007	-0,053	0,006	-0,016	0,004	-0,002	-0,072	-0,031	-0,056	-0,053
Modo 34	-0,007	0,026	-0,033	0,070	0,135	0,183	0,477	0,871	1,013	2,276	3,372	5,842
Modo 35	0,125	0,148	0,178	0,186	0,140	0,181	0,277	0,268	0,238	0,458	0,666	1,296
Modo 36	0,202	0,213	0,244	0,222	0,210	0,254	0,314	0,249	0,291	0,477	0,568	0,759
Modo 37	0,019	0,014	0,006	-0,003	0,013	-0,007	0,036	0,011	-0,006	-0,017	-0,008	-0,051
Modo 38	0,790	0,870	0,930	0,812	0,810	1,238	1,612	1,853	2,107	3,545	4,688	5,914
Modo 39	0,844	0,911	0,959	0,825	0,687	0,888	1,018	0,820	1,014	1,195	1,345	1,789
Modo 40	-0,033	-0,031	0,030	0,001	-0,057	-0,008	-0,066	-0,054	-0,035	-0,065	-0,031	0,416

Tabla 44. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 2' en grieta circular.

Diferencias % POS.2	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,028	-0,034	0,026	0,020	0,124	0,525	0,948	1,839	2,357	4,528	7,136	11,708
Modo 8	-0,069	-0,067	-0,039	-0,023	-0,063	-0,019	0,019	0,080	0,089	0,453	0,840	1,574
Modo 9	0,004	0,025	-0,010	0,061	0,223	0,732	1,214	2,283	2,874	5,213	7,671	11,463
Modo 10	0,001	-0,005	0,003	0,032	0,004	0,055	0,033	0,149	0,213	0,581	1,057	1,945
Modo 11	-0,053	-0,056	-0,003	-0,012	-0,024	0,115	0,200	0,439	0,490	1,134	1,606	2,843
Modo 12	0,000	-0,009	-0,011	0,006	-0,025	0,030	0,049	0,142	0,189	0,406	0,585	1,094
Modo 13	-0,028	-0,020	-0,034	-0,008	-0,044	0,011	-0,042	0,055	0,053	0,214	0,266	0,630
Modo 14	-0,025	-0,026	-0,001	0,001	0,022	0,158	0,338	0,783	1,073	2,567	4,778	8,689
Modo 15	-0,003	0,031	-0,014	0,042	0,078	0,313	0,418	0,863	1,079	1,709	2,022	2,483
Modo 16	-0,004	0,021	-0,013	0,046	-0,007	0,028	-0,013	0,110	0,128	0,355	0,520	1,174
Modo 17	0,065	0,078	0,001	0,078	0,124	0,304	0,288	0,590	0,666	1,342	1,779	3,088
Modo 18	-0,013	-0,001	-0,014	0,053	0,122	0,381	0,570	1,176	1,433	2,398	3,281	4,527
Modo 19	-0,017	-0,002	-0,039	0,028	-0,008	0,024	-0,043	0,080	0,099	0,265	0,409	1,036
Modo 20	-0,024	0,012	-0,046	0,021	0,013	0,041	-0,039	0,117	0,074	0,207	0,257	1,004
Modo 21	-0,033	-0,008	-0,045	0,018	-0,002	0,024	-0,034	0,024	0,003	0,021	-0,036	0,471
Modo 22	0,031	0,039	0,000	0,045	0,090	0,242	0,363	0,797	1,064	2,258	3,776	6,193
Modo 23	-0,062	-0,103	-0,043	-0,104	-0,098	-0,223	-0,073	-0,082	-0,049	-0,130	-0,009	-0,102
Modo 24	0,012	0,011	-0,042	0,072	0,141	0,406	0,527	1,102	1,316	1,953	2,513	2,915
Modo 25	0,017	0,015	-0,075	0,067	0,039	0,058	-0,053	0,121	0,138	0,279	0,609	1,187
Modo 26	0,029	0,105	0,023	0,082	0,086	0,191	0,196	0,468	0,586	1,135	1,725	3,346
Modo 27	0,022	0,017	0,056	0,065	0,085	0,302	0,232	0,825	0,994	1,544	2,161	2,810
Modo 28	0,023	0,009	-0,016	0,063	0,005	0,082	-0,167	0,120	0,141	0,220	0,415	0,735
Modo 29	-0,025	-0,035	-0,019	-0,035	-0,041	-0,092	-0,042	-0,046	-0,025	-0,082	-0,052	-0,113
Modo 30	-0,005	-0,018	-0,025	0,012	0,016	0,064	0,033	0,178	0,173	0,386	0,664	1,457
Modo 31	0,223	0,197	0,212	0,260	0,189	0,316	0,265	0,395	0,481	0,812	1,250	2,230
Modo 32	0,224	0,179	0,219	0,272	0,186	0,310	0,242	0,279	0,363	0,516	0,783	1,468
Modo 33	-0,016	0,029	0,015	0,012	0,015	0,006	0,029	0,029	0,017	-0,046	-0,032	0,073
Modo 34	0,076	0,025	-0,018	0,099	0,106	0,295	0,298	0,773	1,176	2,718	4,586	6,704
Modo 35	0,141	0,172	0,196	0,240	0,267	0,615	0,907	1,555	1,781	2,664	3,398	4,908
Modo 36	0,201	0,188	0,247	0,289	0,207	0,280	0,212	0,223	0,393	0,490	0,791	1,205
Modo 37	0,012	0,047	0,017	0,053	0,069	0,166	0,198	0,353	0,429	0,564	0,809	1,168
Modo 38	0,884	0,901	0,923	0,925	0,926	1,062	1,116	1,264	1,637	1,978	2,502	3,131
Modo 39	0,907	0,875	0,963	0,932	0,927	0,917	0,909	0,926	1,142	1,346	1,882	3,038
Modo 40	-0,010	-0,024	-0,018	0,005	0,014	0,071	0,145	0,241	0,378	0,621	0,891	1,267

Tabla 45. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 3' en grieta circular.

Diferencias % POS.3	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,091	0,009	0,020	0,010	-0,016	0,132	0,128	0,191	0,293	0,501	1,011	1,673
Modo 8	0,043	-0,043	-0,006	-0,020	-0,048	-0,026	0,024	0,028	0,025	0,028	0,202	0,277
Modo 9	0,024	0,013	0,018	0,037	0,096	0,259	0,511	0,967	1,256	2,604	4,427	7,619
Modo 10	0,020	-0,008	0,004	0,009	0,004	0,026	0,061	0,128	0,094	0,316	0,619	1,185
Modo 11	0,076	-0,018	0,010	-0,011	-0,045	0,039	0,072	0,079	0,149	0,183	0,475	0,664
Modo 12	0,066	0,022	0,020	0,058	0,179	0,432	0,937	1,922	2,438	4,833	7,912	12,406
Modo 13	-0,015	-0,005	-0,015	0,000	-0,005	-0,060	0,003	0,121	0,091	0,483	0,942	1,866
Modo 14	0,039	-0,008	0,005	-0,003	-0,010	0,049	0,122	0,267	0,412	1,122	2,682	5,265
Modo 15	0,028	0,012	-0,008	0,055	0,226	0,250	0,829	1,877	2,332	3,892	5,132	5,820
Modo 16	0,027	0,022	-0,019	0,005	0,020	-0,242	-0,086	0,149	0,180	0,459	0,938	1,674
Modo 17	-0,045	0,018	0,020	0,041	0,089	0,121	0,208	0,378	0,374	0,922	1,199	2,202
Modo 18	0,008	0,042	-0,018	0,031	0,120	0,208	0,415	0,864	1,036	1,844	2,674	3,763
Modo 19	-0,023	0,010	-0,034	0,005	0,025	-0,049	-0,007	0,108	0,041	0,297	0,504	1,033
Modo 20	0,008	0,012	-0,058	-0,002	0,024	-0,065	-0,053	0,105	-0,066	0,322	0,466	1,329
Modo 21	-0,035	0,013	-0,063	-0,024	0,026	-0,057	-0,063	0,039	-0,149	0,084	0,072	0,507
Modo 22	-0,018	0,011	0,008	0,026	0,074	0,150	0,311	0,704	0,939	2,240	4,148	7,107
Modo 23	0,011	-0,008	-0,008	-0,004	0,002	0,021	0,219	0,431	0,573	1,075	1,644	2,735
Modo 24	0,014	0,020	-0,038	0,038	0,094	0,078	0,236	0,556	0,719	1,309	1,656	2,469
Modo 25	0,002	0,026	-0,037	0,022	0,059	0,005	0,000	0,148	0,128	0,359	0,252	1,173
Modo 26	0,043	0,002	-0,023	0,012	0,104	0,147	0,306	1,077	1,619	3,273	4,731	6,820
Modo 27	0,025	-0,020	-0,066	0,055	0,191	0,385	0,616	0,943	1,007	1,559	1,993	3,083
Modo 28	0,031	-0,038	-0,063	0,040	0,060	-0,055	-0,023	-0,005	0,050	0,327	0,584	1,081
Modo 29	0,010	0,001	-0,009	0,006	0,046	0,138	0,368	0,806	1,113	2,135	3,347	4,513
Modo 30	-0,047	0,027	-0,025	0,004	0,011	0,029	0,010	0,033	0,029	0,087	0,180	0,312
Modo 31	0,176	0,243	0,237	0,279	0,436	0,333	1,018	1,511	1,834	2,266	2,474	2,667
Modo 32	0,151	0,243	0,237	0,237	0,248	0,281	0,293	0,348	0,395	0,520	0,787	1,301
Modo 33	-0,008	0,005	-0,039	-0,025	0,023	-0,003	-0,010	0,070	0,089	0,114	0,206	0,350
Modo 34	-0,014	0,065	0,066	0,092	0,114	0,193	0,305	0,608	0,693	1,633	2,520	4,811
Modo 35	0,105	0,192	0,148	0,224	0,319	0,332	0,610	0,985	1,140	1,734	2,214	2,837
Modo 36	0,133	0,249	0,216	0,266	0,303	0,286	0,310	0,386	0,339	0,370	0,529	0,924
Modo 37	0,008	0,014	-0,008	0,008	0,065	0,119	0,182	0,349	0,424	0,621	0,832	1,460
Modo 38	0,502	0,726	0,788	0,852	0,911	0,911	0,931	1,155	1,198	1,665	2,037	4,656
Modo 39	0,460	0,757	0,824	0,898	0,972	0,968	0,968	0,883	0,875	0,843	1,263	2,068
Modo 40	0,012	0,023	0,018	0,024	0,071	0,119	0,259	0,527	0,575	0,913	1,045	1,366

Tabla 46. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 4' en grieta circular.

Diferencias % POS.4	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,026	-0,005	0,026	0,014	0,043	-0,009	0,064	0,072	0,097	0,149	0,299	0,484
Modo 8	-0,051	-0,034	-0,001	-0,026	-0,011	-0,047	-0,018	-0,020	-0,006	-0,016	-0,013	0,075
Modo 9	0,000	0,001	0,051	0,000	0,057	0,117	0,187	0,393	0,530	1,027	1,801	3,044
Modo 10	0,006	-0,011	0,040	0,010	0,009	0,022	0,000	0,043	0,069	0,123	0,243	0,492
Modo 11	-0,046	-0,018	0,009	-0,007	0,008	-0,051	0,024	-0,003	0,036	0,020	0,102	0,181
Modo 12	-0,041	-0,023	0,008	0,028	0,142	0,264	0,511	1,044	1,370	2,741	4,828	8,201
Modo 13	-0,047	-0,023	-0,022	0,017	0,022	-0,011	0,005	0,079	0,110	0,275	0,544	1,016
Modo 14	-0,025	-0,009	0,004	-0,001	0,011	-0,006	0,056	0,113	0,199	0,582	1,840	4,853
Modo 15	-0,038	0,003	0,014	0,030	0,184	0,454	0,794	1,631	2,158	3,930	5,766	6,874
Modo 16	-0,048	0,003	0,021	0,027	0,026	0,038	-0,009	0,106	0,178	0,413	0,813	1,437
Modo 17	0,073	0,018	0,087	0,000	0,008	0,098	0,042	0,118	0,194	0,307	0,543	0,826
Modo 18	-0,101	-0,030	-0,018	0,047	0,192	0,410	0,692	1,550	2,023	3,628	5,532	7,570
Modo 19	-0,109	-0,038	-0,031	-0,012	0,002	-0,028	-0,118	0,046	0,128	0,371	0,749	1,324
Modo 20	-0,091	-0,015	-0,034	-0,008	0,095	0,211	0,262	0,674	0,962	1,779	2,791	4,052
Modo 21	-0,106	-0,042	-0,077	-0,012	0,008	-0,005	-0,135	0,020	0,095	0,344	0,664	1,247
Modo 22	0,026	0,006	0,039	0,006	0,026	0,103	0,138	0,321	0,458	0,892	1,601	2,483
Modo 23	-0,096	-0,055	-0,137	0,020	0,063	-0,034	0,135	0,229	0,218	0,564	0,912	1,725
Modo 24	-0,087	-0,076	-0,043	0,004	0,029	0,038	-0,019	0,045	0,119	0,389	0,687	1,255
Modo 25	-0,077	-0,076	-0,034	0,009	0,031	0,029	-0,089	0,005	0,050	0,212	0,407	0,535
Modo 26	0,060	0,089	0,088	0,018	0,034	0,244	0,188	0,512	0,677	1,472	2,325	4,369
Modo 27	-0,062	0,036	0,030	0,039	0,057	0,068	-0,008	0,050	0,344	0,872	1,932	4,372
Modo 28	-0,063	0,018	0,007	0,008	0,045	0,023	-0,068	-0,038	0,060	0,200	0,283	0,197
Modo 29	-0,053	-0,015	-0,056	0,018	0,067	0,107	0,333	0,773	1,100	2,820	5,410	7,529
Modo 30	-0,108	-0,021	-0,045	0,008	0,038	0,037	0,115	0,290	0,365	0,834	1,320	2,233
Modo 31	0,113	0,159	0,163	0,183	0,288	0,418	0,580	1,147	1,264	2,365	3,085	3,534
Modo 32	0,132	0,164	0,168	0,170	0,232	0,228	0,066	0,361	0,403	0,684	1,018	1,690
Modo 33	-0,025	0,052	0,052	0,053	0,016	0,066	-0,014	0,024	0,063	0,126	0,203	0,198
Modo 34	-0,100	-0,026	-0,026	-0,025	-0,010	-0,045	0,285	1,277	1,957	4,412	6,580	8,209
Modo 35	0,075	0,152	0,159	0,193	0,355	0,636	0,966	1,043	1,013	1,173	1,449	2,260
Modo 36	0,152	0,129	0,134	0,134	0,191	0,245	0,260	0,228	0,285	0,626	0,991	1,499
Modo 37	0,000	0,033	0,034	0,045	0,048	0,182	0,249	0,434	0,517	0,792	1,058	1,394
Modo 38	0,496	0,531	0,541	0,578	0,867	1,009	1,636	2,263	2,471	3,709	4,279	6,585
Modo 39	0,550	0,549	0,560	0,559	0,763	0,605	0,865	0,925	0,955	1,407	2,181	4,875
Modo 40	-0,022	0,027	0,029	0,038	0,073	0,093	0,236	0,481	0,609	1,656	2,762	3,890

Tabla 47. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 5' en grieta circular.

Diferencias % POS.5	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,028	0,053	-0,022	-0,012	-0,009	0,017	0,028	0,029	0,020	0,028	0,112	0,130
Modo 8	0,009	0,019	-0,033	-0,052	-0,038	-0,012	-0,006	-0,032	-0,009	-0,049	0,011	-0,047
Modo 9	0,018	0,020	0,005	0,013	0,039	0,043	0,095	0,189	0,225	0,503	0,876	1,464
Modo 10	0,033	0,039	0,011	0,008	0,004	-0,003	0,005	0,038	0,018	0,057	0,140	0,172
Modo 11	0,021	0,039	-0,030	-0,035	-0,031	-0,002	0,007	-0,010	-0,006	-0,038	0,022	-0,009
Modo 12	0,004	0,008	-0,020	-0,009	0,068	0,153	0,323	0,686	0,792	1,769	3,170	5,832
Modo 13	0,009	-0,006	-0,020	-0,010	-0,007	-0,033	-0,015	0,057	0,015	0,171	0,336	0,612
Modo 14	0,012	0,020	-0,015	-0,017	-0,014	0,002	0,020	0,034	0,061	0,195	0,948	4,549
Modo 15	0,051	0,022	0,004	0,035	0,182	0,329	0,720	1,586	1,896	4,024	6,540	8,165
Modo 16	0,039	0,021	0,009	0,025	0,014	-0,071	-0,035	0,145	0,076	0,413	0,760	1,343
Modo 17	0,023	0,018	0,054	0,058	0,052	0,001	0,013	0,033	0,040	0,105	0,179	0,189
Modo 18	0,006	0,031	-0,027	0,026	0,249	0,414	1,027	2,438	2,884	5,664	8,706	11,908
Modo 19	-0,005	0,022	-0,035	-0,017	-0,031	-0,125	-0,191	0,195	0,073	0,554	1,101	1,935
Modo 20	0,017	0,025	-0,010	0,044	0,269	0,451	1,147	2,250	2,481	4,623	6,400	7,995
Modo 21	0,003	0,017	-0,028	-0,018	-0,021	-0,011	-0,014	0,174	-0,038	0,577	1,137	1,900
Modo 22	0,013	0,009	0,024	0,029	0,032	0,019	0,063	0,117	0,141	0,294	0,515	0,728
Modo 23	-0,075	-0,083	-0,086	-0,087	-0,050	0,012	0,059	0,025	0,010	0,141	0,268	0,681
Modo 24	0,024	0,023	-0,010	0,015	0,146	0,426	0,707	1,323	1,331	2,485	3,334	4,039
Modo 25	0,019	0,042	0,000	0,027	0,006	0,040	0,003	0,207	0,225	0,468	0,882	1,550
Modo 26	0,123	0,031	0,087	0,102	0,113	0,042	0,100	0,456	0,553	1,364	2,233	5,291
Modo 27	0,036	0,027	0,011	0,022	0,071	0,159	0,253	0,591	0,684	1,176	1,737	2,403
Modo 28	0,015	0,037	0,007	0,025	0,008	0,048	0,058	0,144	0,156	0,207	0,377	0,493
Modo 29	-0,022	-0,030	-0,035	-0,028	0,006	0,091	0,167	0,328	0,435	0,878	1,587	3,018
Modo 30	-0,041	0,016	-0,054	-0,025	0,055	0,280	0,428	1,037	1,145	2,605	3,870	6,078
Modo 31	0,087	0,132	0,215	0,226	0,190	0,158	0,192	0,435	0,445	0,818	1,182	1,687
Modo 32	0,082	0,144	0,235	0,236	0,205	0,176	0,207	0,409	0,409	0,473	0,648	1,069
Modo 33	0,043	-0,004	0,018	0,035	0,109	0,155	0,267	0,570	0,612	0,892	0,981	1,065
Modo 34	-0,007	0,036	-0,044	-0,015	-0,062	0,113	0,141	0,256	0,250	0,374	2,786	6,163
Modo 35	0,036	0,089	0,175	0,164	0,186	0,148	0,167	0,368	0,308	1,259	1,635	2,332
Modo 36	-0,014	0,112	0,239	0,232	0,207	0,201	0,234	0,384	0,342	0,473	0,610	0,826
Modo 37	0,046	0,027	0,029	0,047	0,093	0,179	0,393	0,931	1,226	2,025	2,179	2,328
Modo 38	0,291	0,392	0,877	0,910	0,761	0,727	1,238	1,404	1,527	2,276	3,569	4,858
Modo 39	0,230	0,419	0,913	0,946	0,769	0,753	1,007	1,197	1,213	1,413	2,148	3,140
Modo 40	-0,025	0,031	0,030	0,030	0,041	-0,039	-0,035	0,000	0,014	1,174	1,981	2,790

Tabla 48. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 6' en grieta circular.

Diferencias % POS.6	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,003	0,001	0,057	-0,016	0,044	0,024	0,001	0,012	0,043	0,047	0,086	0,083
Modo 8	-0,034	-0,016	-0,039	-0,042	-0,029	-0,013	-0,018	-0,048	-0,013	-0,026	-0,018	-0,068
Modo 9	0,035	-0,019	0,084	0,014	0,027	0,089	0,040	0,143	0,208	0,370	0,687	1,131
Modo 10	-0,016	-0,007	0,004	-0,005	0,002	0,037	-0,010	-0,011	0,011	0,032	0,100	0,140
Modo 11	-0,020	-0,004	0,001	-0,031	0,009	0,002	-0,015	-0,018	0,001	0,012	0,006	-0,022
Modo 12	-0,001	-0,002	0,016	-0,014	0,103	0,182	0,217	0,568	0,670	1,479	2,631	4,817
Modo 13	-0,026	-0,006	-0,034	-0,019	0,014	0,026	-0,035	0,039	0,015	0,168	0,330	0,584
Modo 14	-0,010	-0,001	0,001	-0,015	0,006	0,005	0,006	0,017	0,050	0,156	0,657	3,778
Modo 15	0,010	-0,007	0,046	0,028	0,166	0,405	0,644	1,404	1,739	3,665	6,224	8,211
Modo 16	0,003	-0,007	0,002	0,014	0,029	0,041	-0,001	0,120	0,073	0,377	0,759	1,371
Modo 17	0,041	-0,023	0,086	0,043	-0,007	0,078	-0,011	0,002	0,044	0,023	0,121	0,160
Modo 18	-0,028	-0,018	0,040	0,038	0,289	0,691	1,165	2,386	2,834	5,771	8,973	12,454
Modo 19	-0,052	-0,018	-0,012	-0,028	0,004	0,069	0,001	0,155	-0,015	0,575	1,143	2,083
Modo 20	-0,008	-0,044	0,007	0,051	0,316	0,779	1,302	2,435	2,843	5,062	7,066	8,803
Modo 21	-0,042	-0,032	-0,064	-0,017	-0,001	0,026	0,025	0,146	0,017	0,564	1,188	2,033
Modo 22	0,017	-0,010	0,041	0,021	0,006	0,060	0,035	0,081	0,120	0,206	0,410	0,606
Modo 23	-0,061	0,020	-0,153	-0,087	0,051	-0,044	-0,033	0,082	-0,049	0,218	0,261	0,541
Modo 24	-0,018	-0,026	0,049	0,032	0,245	0,572	0,725	1,637	1,634	3,107	4,139	4,967
Modo 25	-0,009	-0,009	0,041	0,004	0,030	0,082	0,102	0,102	0,124	0,398	0,889	1,450
Modo 26	0,093	0,009	0,077	0,090	0,027	0,077	0,191	0,424	0,443	1,150	2,180	5,177
Modo 27	-0,001	-0,117	0,057	0,016	0,157	0,352	0,324	0,745	0,850	1,556	2,533	3,434
Modo 28	-0,020	-0,132	0,022	-0,020	0,034	0,079	-0,016	-0,018	0,001	-0,002	0,476	0,742
Modo 29	-0,027	0,009	-0,052	-0,030	0,048	0,045	0,136	0,269	0,282	0,698	1,178	3,900
Modo 30	-0,066	-0,018	0,009	-0,013	0,113	0,352	0,478	1,152	1,263	3,001	4,423	5,339
Modo 31	0,162	0,067	0,153	0,145	0,262	0,363	0,382	0,656	0,746	1,034	1,424	1,866
Modo 32	0,159	0,074	0,136	0,139	0,253	0,280	0,333	0,433	0,460	0,846	1,207	1,732
Modo 33	0,023	-0,013	0,028	0,039	0,101	0,235	0,345	0,741	0,751	1,104	1,268	1,432
Modo 34	-0,071	-0,003	0,016	-0,038	0,023	0,127	0,089	0,275	0,357	0,621	1,668	4,008
Modo 35	0,109	0,053	0,221	0,161	0,200	0,212	0,245	0,421	0,490	1,129	1,740	2,500
Modo 36	0,106	0,112	0,274	0,232	0,248	0,275	0,261	0,424	0,410	0,429	0,455	0,896
Modo 37	0,023	-0,002	0,053	0,043	0,061	0,182	0,328	0,713	0,915	1,507	1,865	2,352
Modo 38	0,637	0,694	0,708	0,840	0,861	0,888	0,910	1,202	1,149	1,611	1,947	3,391
Modo 39	0,634	0,574	0,721	0,737	0,867	0,790	0,765	1,075	0,960	1,067	1,360	2,970
Modo 40	0,022	-0,014	0,050	0,034	0,027	0,078	0,007	0,042	0,085	1,417	3,077	4,078

Tabla 49. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 7' en grieta circular.

Diferencias % POS.7	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,021	0,038	0,007	0,031	0,004	0,013	-0,016	0,001	0,036	-0,006	0,039	0,015
Modo 8	-0,030	-0,034	-0,029	-0,009	-0,045	-0,027	-0,039	-0,061	-0,028	-0,048	-0,001	-0,050
Modo 9	-0,021	-0,030	-0,018	-0,017	0,021	0,006	0,042	0,096	0,140	0,218	0,369	0,606
Modo 10	-0,010	-0,041	-0,003	-0,020	0,014	-0,002	0,005	0,007	0,002	0,017	0,040	0,052
Modo 11	-0,026	-0,004	-0,005	-0,001	-0,026	-0,006	-0,036	-0,025	-0,001	-0,020	0,007	-0,013
Modo 12	-0,028	-0,039	-0,001	-0,063	0,061	0,112	0,165	0,403	0,539	1,017	1,643	2,931
Modo 13	-0,032	-0,088	-0,009	-0,080	0,020	-0,016	-0,021	0,012	0,046	0,097	0,158	0,282
Modo 14	-0,011	-0,001	-0,001	0,000	-0,010	-0,002	-0,010	0,000	0,031	0,069	0,277	1,385
Modo 15	-0,006	-0,079	0,010	-0,052	0,191	0,329	0,552	1,151	1,463	2,867	4,712	7,528
Modo 16	-0,006	-0,083	-0,007	-0,108	0,040	0,012	-0,006	0,106	0,139	0,299	0,443	0,833
Modo 17	0,002	-0,054	-0,015	-0,033	0,032	-0,021	0,052	0,043	0,016	0,015	0,019	0,045
Modo 18	-0,006	-0,041	0,014	-0,057	0,335	0,680	1,089	2,214	2,809	5,211	8,007	11,692
Modo 19	-0,023	-0,080	-0,046	-0,194	0,012	0,004	-0,030	0,147	0,243	0,487	0,779	1,368
Modo 20	0,025	0,001	-0,056	0,017	0,445	0,768	1,389	2,584	3,226	5,210	7,133	9,188
Modo 21	0,003	-0,073	-0,115	-0,144	0,022	-0,071	-0,006	0,174	0,315	0,508	0,941	1,785
Modo 22	0,003	-0,024	-0,005	-0,013	0,025	0,004	0,050	0,077	0,094	0,155	0,276	0,452
Modo 23	-0,054	-0,023	-0,003	-0,085	-0,024	-0,010	-0,046	-0,017	0,073	0,100	0,146	0,323
Modo 24	0,024	-0,058	0,012	0,115	0,392	0,797	1,095	2,013	2,503	3,757	4,850	5,819
Modo 25	0,024	-0,046	-0,018	0,015	0,036	0,092	0,106	0,127	0,273	0,518	0,881	1,394
Modo 26	0,063	-0,012	0,016	0,061	0,116	0,160	0,408	0,811	1,311	2,244	3,018	3,765
Modo 27	0,017	0,059	0,041	0,089	0,308	0,568	0,662	0,854	0,847	1,431	1,812	3,760
Modo 28	-0,001	0,027	0,015	-0,029	0,056	0,066	0,042	0,073	0,164	0,328	0,517	0,548
Modo 29	-0,018	0,015	-0,016	0,007	0,020	0,064	0,083	0,172	0,276	0,511	0,865	3,300
Modo 30	-0,008	0,037	0,049	0,074	0,186	0,403	0,532	1,228	1,382	2,958	3,988	4,788
Modo 31	0,160	0,217	0,240	0,298	0,403	0,601	0,770	1,172	1,366	1,794	2,340	3,117
Modo 32	0,167	0,219	0,196	0,208	0,267	0,265	0,248	0,340	0,373	0,603	1,010	1,522
Modo 33	0,051	0,043	0,036	0,080	0,221	0,367	0,483	0,905	0,958	1,291	1,588	1,768
Modo 34	-0,042	-0,003	0,047	0,067	0,007	0,160	0,073	0,351	0,316	1,246	2,615	4,238
Modo 35	0,095	0,191	0,167	0,117	0,348	0,355	0,629	0,979	1,224	1,645	1,885	2,374
Modo 36	0,120	0,210	0,178	0,168	0,271	0,191	0,219	0,190	0,193	0,148	0,648	0,753
Modo 37	0,024	0,002	0,036	0,049	0,096	0,172	0,258	0,417	0,481	0,676	1,012	1,290
Modo 38	0,694	0,791	0,823	0,827	0,924	0,967	1,096	1,221	1,228	1,397	2,856	3,513
Modo 39	0,718	0,809	0,827	0,822	0,945	0,932	1,005	1,044	1,167	1,265	1,777	2,165
Modo 40	0,031	0,014	0,013	0,037	0,115	0,075	0,130	0,144	0,154	0,221	0,943	1,528

Tabla 50. Diferencias porcentuales del eje 'Posición 8' en grieta circular.

Diferencias % POS.8	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,011	-0,014	0,049	0,029	0,001	-0,014	-0,017	-0,048	0,045	-0,024	-0,024	-0,076
Modo 8	-0,005	-0,027	0,018	-0,016	-0,032	-0,042	-0,043	-0,071	0,014	-0,049	-0,049	-0,081
Modo 9	0,036	-0,007	0,022	0,016	-0,001	0,019	0,004	-0,025	-0,007	-0,023	0,023	-0,014
Modo 10	0,030	0,000	0,036	0,014	0,005	-0,006	0,011	-0,021	-0,004	-0,023	0,020	-0,033
Modo 11	-0,003	-0,023	0,035	0,008	-0,010	-0,025	-0,033	-0,047	0,039	0,000	-0,029	-0,014
Modo 12	0,001	-0,005	0,016	0,019	-0,005	-0,003	-0,012	-0,028	0,012	0,047	0,101	0,180
Modo 13	-0,001	-0,020	-0,011	0,009	-0,020	-0,015	-0,015	-0,044	-0,037	0,010	0,045	0,049
Modo 14	0,000	-0,009	0,018	0,006	-0,004	-0,014	-0,016	-0,030	0,021	-0,005	0,010	0,030
Modo 15	0,014	0,015	0,031	0,019	0,018	0,022	0,023	0,031	0,038	0,208	0,408	0,756
Modo 16	0,013	0,010	0,014	0,011	0,001	0,006	0,011	-0,007	0,004	0,065	0,151	0,279
Modo 17	0,071	0,018	0,026	0,020	0,022	0,053	0,061	0,048	-0,035	0,006	0,073	0,037
Modo 18	-0,036	0,004	0,024	0,007	0,009	0,003	0,046	0,155	0,244	0,555	1,005	2,064
Modo 19	-0,037	0,007	0,011	0,009	-0,003	-0,036	-0,015	0,001	0,028	0,163	0,287	0,621
Modo 20	-0,018	0,024	0,026	0,016	0,012	0,052	0,125	0,272	0,331	0,940	1,718	3,520
Modo 21	-0,025	0,032	0,028	-0,009	-0,023	-0,022	0,007	0,048	0,000	0,274	0,469	0,990
Modo 22	0,034	0,009	0,012	0,011	0,012	0,025	0,032	0,025	0,001	0,043	0,166	0,316
Modo 23	-0,079	-0,038	-0,065	-0,006	-0,064	-0,051	-0,061	-0,054	-0,016	0,054	0,003	0,080
Modo 24	-0,021	0,019	0,030	0,022	0,026	0,064	0,151	0,336	0,414	1,110	2,002	3,946
Modo 25	-0,004	0,038	0,027	0,032	0,030	0,017	0,040	0,050	0,002	0,339	0,525	1,132
Modo 26	0,082	0,063	0,051	0,010	0,055	0,098	0,117	0,128	0,091	0,796	1,940	4,677
Modo 27	0,000	0,021	0,019	0,046	0,052	0,111	0,191	0,364	0,497	0,802	1,129	2,013
Modo 28	0,004	0,026	0,003	0,029	0,018	0,020	0,040	0,051	0,120	0,212	0,316	0,444
Modo 29	-0,032	-0,011	-0,024	0,000	-0,020	-0,015	-0,007	0,015	0,068	0,243	0,680	2,276
Modo 30	-0,051	0,001	0,009	0,005	0,031	0,029	0,144	0,359	0,507	1,086	1,701	3,351
Modo 31	0,185	0,207	0,075	0,181	0,295	0,291	0,421	0,583	0,874	1,650	3,164	5,595
Modo 32	0,188	0,218	0,075	0,194	0,265	0,220	0,266	-0,077	0,361	0,600	0,840	1,448
Modo 33	0,034	0,053	0,030	0,008	0,031	0,113	0,200	0,351	0,421	0,744	0,974	1,260
Modo 34	-0,096	-0,051	0,006	0,023	0,092	-0,026	0,018	0,132	0,281	1,926	5,218	9,167
Modo 35	0,139	0,133	0,103	0,158	0,250	0,329	0,488	0,034	1,149	1,347	1,480	2,083
Modo 36	0,207	0,178	0,159	0,177	0,274	0,200	0,258	0,085	0,306	0,433	0,521	0,775
Modo 37	0,024	0,028	0,027	0,007	0,036	0,045	0,088	0,102	0,214	0,408	0,695	0,990
Modo 38	0,660	0,799	0,788	0,833	0,951	0,929	1,285	1,326	2,277	4,110	6,552	8,157
Modo 39	0,695	0,827	0,823	0,852	0,904	0,762	0,922	0,973	1,027	1,179	1,402	2,046
Modo 40	0,051	0,077	-0,009	0,021	0,045	0,075	0,099	0,074	0,135	0,295	0,446	0,997

Como vemos en las tablas, los valores más altos de diferencia porcentual respecto al eje nuevo se dan en: 'Modo 7 y Porcentaje 100% de Posición 1', 'Modo 18 y Porcentaje 100% de Posición 6', 'Modo 12 y Porcentaje 100% de Posición 3', 'Modo 18 y Porcentaje 100% de Posición 5' y 'Modo 7 y Porcentaje 100% de Posición 2' con 16,724%, 12,454%, 12,406%, 11,908% y 11,708% respectivamente.

Posteriormente presentamos unas tablas que nos dan valores de las medias de diferencias porcentuales de frecuencias en cada una de las posiciones estudiadas del eje y para cada uno de los porcentajes de grieta circular:

Tabla 51. Medias de diferencias porcentuales para cada porcentaje y cada posición en grieta circular.

POSICIÓN 1											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,038	0,044	0,046	0,075	0,107	0,202	0,335	0,534	0,619	1,208	1,838	2,796
0,653											
POSICIÓN 2											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,072	0,076	0,070	0,109	0,111	0,229	0,272	0,537	0,675	1,195	1,789	2,863
0,666											
POSICIÓN 3											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,056	0,077	0,062	0,095	0,141	0,160	0,294	0,551	0,654	1,204	1,815	2,912
0,669											
POSICIÓN 4											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,008	0,043	0,051	0,064	0,118	0,162	0,242	0,478	0,620	1,202	1,911	2,956
0,654											
POSICIÓN 5											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,033	0,053	0,073	0,086	0,106	0,142	0,258	0,529	0,575	1,159	1,852	2,843
0,642											
POSICIÓN 6											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,046	0,031	0,078	0,069	0,135	0,219	0,262	0,524	0,574	1,158	1,837	2,851
0,649											
POSICIÓN 7											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,055	0,055	0,070	0,064	0,171	0,236	0,323	0,557	0,687	1,124	1,694	2,472
0,626											
POSICIÓN 8											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
0,061	0,077	0,073	0,081	0,096	0,095	0,142	0,150	0,277	0,574	0,999	1,737
0,363											

En las tablas anteriores podemos ver como en la mayoría de las posiciones, salvo la número 8, existe una igualdad en cuanto a la media general de todos los porcentajes, pero que a medida que aumenta el porcentaje de grieta, va aumentando la diferencia porcentual hasta alcanzar los máximos en los porcentajes del 100% del radio. Podemos destacar que la posición donde se produce una variación media de frecuencia mayor con respecto al eje sin fallo es la posición 3, con una variación media de un 0,669%, aunque ya hemos dicho que todas las posiciones están muy cercanas en este sentido.

Otra tabla interesante es la media de las diferencias porcentuales para cada uno de los porcentajes y para cada modo:

Tabla 52. Medias de diferencias porcentuales en cada modo y porcentaje en grieta circular.

Media de diferencias %	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	Media
Modo 7	0,004	-0,003	0,020	0,016	0,059	0,194	0,335	0,631	0,828	1,527	2,466	3,843	0,827
Modo 8	-0,025	-0,037	-0,020	-0,024	-0,042	-0,023	-0,009	0,005	0,035	0,115	0,285	0,517	0,065
Modo 9	0,013	-0,003	0,021	0,022	0,058	0,165	0,269	0,513	0,656	1,252	2,004	3,216	0,682
Modo 10	0,008	-0,007	0,012	0,009	0,005	0,020	0,014	0,046	0,052	0,146	0,295	0,516	0,093
Modo 11	-0,013	-0,022	-0,001	-0,011	-0,016	0,032	0,058	0,126	0,169	0,337	0,523	0,888	0,172
Modo 12	-0,004	-0,013	-0,003	0,007	0,091	0,218	0,406	0,840	1,062	2,111	3,518	5,772	1,167
Modo 13	-0,024	-0,029	-0,028	-0,015	-0,006	-0,012	-0,011	0,055	0,056	0,232	0,438	0,827	0,124
Modo 14	-0,006	-0,010	0,000	-0,003	0,005	0,051	0,116	0,263	0,380	0,907	1,961	4,480	0,679
Modo 15	0,005	-0,006	0,004	0,016	0,130	0,270	0,502	1,080	1,343	2,565	3,898	5,075	1,240
Modo 16	-0,001	-0,007	-0,005	-0,001	0,015	-0,018	-0,012	0,096	0,096	0,311	0,567	1,055	0,175
Modo 17	0,038	0,018	0,041	0,039	0,051	0,086	0,093	0,159	0,171	0,344	0,506	0,823	0,197
Modo 18	-0,031	-0,008	-0,010	0,020	0,188	0,403	0,727	1,528	1,875	3,507	5,294	7,394	1,741
Modo 19	-0,044	-0,018	-0,034	-0,029	0,000	-0,013	-0,047	0,102	0,083	0,380	0,705	1,323	0,201
Modo 20	-0,023	-0,004	-0,033	0,013	0,148	0,285	0,519	1,068	1,237	2,313	3,309	4,690	1,127
Modo 21	-0,040	-0,017	-0,057	-0,031	0,003	-0,012	-0,026	0,081	0,022	0,310	0,578	1,174	0,165
Modo 22	0,017	0,009	0,018	0,021	0,038	0,078	0,129	0,268	0,355	0,795	1,482	2,540	0,479
Modo 23	-0,067	-0,049	-0,085	-0,057	-0,013	-0,027	0,057	0,162	0,195	0,431	0,589	0,923	0,172
Modo 24	-0,014	-0,015	-0,026	0,041	0,159	0,350	0,530	1,051	1,214	2,131	2,926	3,869	1,018
Modo 25	-0,011	-0,003	-0,037	0,022	0,033	0,047	0,023	0,109	0,126	0,364	0,638	1,193	0,209
Modo 26	0,071	0,041	0,043	0,044	0,068	0,129	0,198	0,490	0,662	1,448	2,333	4,369	0,825
Modo 27	-0,002	-0,004	0,017	0,042	0,115	0,237	0,297	0,572	0,674	1,174	1,716	2,839	0,640
Modo 28	-0,006	-0,011	-0,004	0,014	0,030	0,019	-0,007	0,047	0,086	0,216	0,420	0,585	0,116
Modo 29	-0,028	-0,014	-0,032	-0,014	0,022	0,066	0,186	0,421	0,581	1,287	2,287	4,050	0,735
Modo 30	-0,054	-0,001	-0,013	0,009	0,061	0,157	0,231	0,562	0,634	1,440	2,121	3,127	0,689
Modo 31	0,160	0,172	0,188	0,230	0,306	0,382	0,581	0,916	1,072	1,629	2,194	2,926	0,896
Modo 32	0,161	0,176	0,182	0,210	0,234	0,239	0,244	0,294	0,374	0,597	0,894	1,445	0,421
Modo 33	0,006	0,018	0,018	0,019	0,065	0,115	0,163	0,336	0,355	0,524	0,642	0,762	0,252
Modo 34	-0,033	0,009	0,002	0,034	0,051	0,125	0,211	0,568	0,755	1,901	3,668	6,143	1,119
Modo 35	0,103	0,141	0,168	0,181	0,258	0,351	0,536	0,707	0,918	1,426	1,808	2,574	0,764
Modo 36	0,138	0,174	0,211	0,215	0,239	0,242	0,258	0,271	0,320	0,431	0,639	0,955	0,341
Modo 37	0,019	0,020	0,024	0,031	0,060	0,130	0,216	0,414	0,525	0,822	1,055	1,366	0,390
Modo 38	0,619	0,713	0,797	0,822	0,877	0,966	1,228	1,461	1,699	2,536	3,554	5,026	1,692
Modo 39	0,630	0,715	0,824	0,821	0,854	0,827	0,932	0,980	1,044	1,214	1,670	2,762	1,106
Modo 40	0,003	0,013	0,018	0,024	0,041	0,058	0,097	0,182	0,239	0,779	1,389	2,042	0,407

Observamos que los modos donde la media de diferencias porcentuales es mayor son: el 18, 38, 15, 12, y 20. Estos modos coinciden en su mayoría con los de mayores diferencias para grietas rectas, con lo que van a ser modos interesantes a la hora de estudiar el comportamiento del eje, tanto para unas grietas como para otras.

9.3.7. Resultados de diferencias unitarias para grieta circular.

De la misma manera que hemos realizado para grietas rectas, representaremos los valores obtenidos para diferencias unitarias en grietas circulares respecto al eje nuevo:

Tabla 53. Diferencias unitarias del eje 'Posición 1' para grieta circular.

Diferencias Unit. POS.1	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,041	-0,111	-0,002	0,083	0,411	1,274	2,283	4,372	5,529	10,343	16,384	24,752
Modo 8	-0,093	-0,136	-0,048	-0,012	-0,110	0,001	0,018	0,245	0,308	0,925	1,937	3,629
Modo 9	0,019	-0,104	0,059	0,195	0,024	0,232	0,223	0,232	0,091	0,416	0,715	1,667
Modo 10	0,002	-0,082	-0,002	0,093	-0,013	0,135	0,011	0,153	0,050	0,252	0,579	0,697
Modo 11	-0,336	-0,611	-0,180	-0,011	-0,037	1,194	1,597	3,849	4,200	9,160	13,012	22,647
Modo 12	-0,257	-0,452	-0,393	0,227	1,563	4,393	8,051	15,120	18,907	34,985	55,364	81,571
Modo 13	-0,382	-0,473	-0,599	-0,213	-0,196	0,021	0,274	0,947	1,172	3,305	6,741	11,995
Modo 14	-0,270	-0,490	-0,140	0,050	0,450	2,310	4,440	9,850	12,820	27,600	48,270	78,337
Modo 15	-0,200	-0,540	-0,590	-0,300	-0,060	0,660	0,460	1,180	0,480	2,650	4,490	9,050
Modo 16	-0,420	-0,530	-0,520	-0,320	-0,080	0,540	0,500	0,460	-0,130	1,270	1,770	3,940
Modo 17	1,020	1,040	0,930	1,530	1,230	0,770	1,280	0,890	0,930	0,460	1,880	0,540
Modo 18	-1,280	-0,850	-1,350	0,210	3,000	7,080	13,170	23,330	28,220	48,420	67,630	83,900
Modo 19	-1,350	-0,810	-1,410	-0,320	-0,050	0,650	0,460	1,400	1,090	5,310	10,860	19,190
Modo 20	-1,900	-1,020	-1,950	-0,680	0,190	0,950	0,410	2,110	0,870	7,370	13,210	33,420
Modo 21	-1,820	-0,920	-1,910	-0,810	0,350	0,460	0,230	0,410	-1,410	2,160	3,920	9,390
Modo 22	0,670	0,690	0,540	0,990	0,880	0,550	0,950	0,460	0,510	6,030	21,390	54,330
Modo 23	-2,660	-2,360	-4,180	-2,430	0,320	2,600	5,780	15,400	18,040	32,310	33,660	31,700
Modo 24	-1,460	-0,820	-4,230	0,720	5,020	10,610	20,590	35,380	42,530	74,450	106,860	140,260
Modo 25	-1,500	-0,400	-5,040	0,050	0,810	1,350	1,980	2,860	1,690	8,500	16,630	28,340
Modo 26	2,440	1,160	0,710	-0,720	0,400	2,250	2,520	1,350	0,570	4,530	15,780	46,330
Modo 27	-1,700	-1,680	-0,320	0,160	0,020	-1,560	3,160	6,210	5,140	13,930	13,330	25,820
Modo 28	-1,130	-1,090	-0,240	-0,180	0,280	-3,380	2,300	1,540	-0,210	7,310	12,230	13,590
Modo 29	-1,820	-1,610	-1,390	-1,610	1,780	6,490	15,270	36,000	47,940	105,830	180,580	272,470
Modo 30	-3,830	-1,070	-0,760	0,160	1,310	2,260	3,690	7,600	7,440	19,900	29,090	51,700
Modo 31	6,560	5,660	7,620	9,910	14,540	21,690	37,950	53,520	58,610	85,600	98,580	101,400
Modo 32	6,800	6,250	7,210	8,450	8,220	5,790	11,070	9,770	8,370	20,030	31,990	49,760
Modo 33	-2,160	-0,760	0,260	-2,010	0,240	-0,610	0,150	-0,080	-2,720	-1,170	-2,120	-2,000
Modo 34	-0,320	1,130	-1,420	3,050	5,880	7,970	20,800	37,970	44,150	99,180	146,910	254,550
Modo 35	5,490	6,490	7,850	8,160	6,160	7,970	12,190	11,770	10,470	20,130	29,310	56,980
Modo 36	8,890	9,370	10,720	9,780	9,240	11,190	13,800	10,970	12,790	20,990	24,980	33,390
Modo 37	0,850	0,610	0,270	-0,140	0,560	-0,330	1,610	0,500	-0,290	-0,770	-0,360	-2,300
Modo 38	40,050	44,130	47,140	41,180	41,090	62,750	81,750	93,940	106,810	179,750	237,700	299,850
Modo 39	42,830	46,220	48,660	41,860	34,830	45,050	51,630	41,600	51,450	60,610	68,240	90,760
Modo 40	-1,730	-1,600	1,550	0,040	-2,940	-0,390	-3,430	-2,800	-1,820	-3,370	-1,620	21,540

Tabla 54. Diferencias unitarias del eje 'Posición 2' para grieta circular.

Diferencias Unit. POS.2	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,042	-0,050	0,039	0,029	0,184	0,777	1,403	2,721	3,488	6,702	10,562	17,328
Modo 8	-0,102	-0,099	-0,057	-0,034	-0,093	-0,028	0,028	0,118	0,131	0,671	1,243	2,330
Modo 9	0,018	0,101	-0,039	0,248	0,898	2,953	4,897	9,206	11,590	21,023	30,935	46,229
Modo 10	0,005	-0,019	0,011	0,131	0,015	0,220	0,135	0,601	0,859	2,344	4,263	7,844
Modo 11	-0,349	-0,364	-0,020	-0,078	-0,154	0,748	1,305	2,866	3,197	7,396	10,474	18,545
Modo 12	0,003	-0,066	-0,081	0,042	-0,190	0,226	0,372	1,081	1,440	3,089	4,455	8,330
Modo 13	-0,210	-0,153	-0,258	-0,061	-0,333	0,083	-0,319	0,419	0,407	1,632	2,024	4,792
Modo 14	-0,270	-0,280	-0,010	0,010	0,240	1,700	3,630	8,410	11,520	27,570	51,310	93,312
Modo 15	-0,030	0,370	-0,160	0,500	0,920	3,700	4,950	10,220	12,770	20,230	23,930	29,390
Modo 16	-0,050	0,250	-0,150	0,550	-0,080	0,330	-0,150	1,300	1,520	4,200	6,160	13,900
Modo 17	0,920	1,100	0,020	1,100	1,760	4,300	4,070	8,350	9,430	18,990	25,180	43,700
Modo 18	-0,210	-0,010	-0,230	0,860	1,980	6,180	9,250	19,070	23,240	38,890	53,210	73,420
Modo 19	-0,280	-0,030	-0,640	0,450	-0,130	0,390	-0,700	1,300	1,610	4,300	6,630	16,800
Modo 20	-0,490	0,240	-0,950	0,430	0,270	0,840	-0,810	2,410	1,520	4,260	5,290	20,620
Modo 21	-0,670	-0,160	-0,920	0,380	-0,040	0,500	-0,690	0,490	0,060	0,430	-0,730	9,670
Modo 22	0,700	0,870	0,000	1,000	2,010	5,390	8,090	17,760	23,710	50,340	84,170	138,040
Modo 23	-1,410	-2,330	-0,980	-2,360	-2,210	-5,040	-1,650	-1,860	-1,110	-2,950	-0,210	-2,310
Modo 24	0,300	0,280	-1,060	1,810	3,570	10,270	13,340	27,880	33,300	49,410	63,580	73,760
Modo 25	0,440	0,390	-1,890	1,690	0,990	1,460	-1,350	3,060	3,480	7,060	15,410	30,050
Modo 26	0,900	3,230	0,720	2,520	2,640	5,880	6,050	14,430	18,050	34,960	53,160	103,080
Modo 27	0,680	0,520	1,720	2,000	2,640	9,360	7,180	25,540	30,750	47,780	66,880	86,960
Modo 28	0,720	0,280	-0,500	1,950	0,170	2,530	-5,160	3,710	4,380	6,820	12,850	22,750
Modo 29	-0,870	-1,200	-0,640	-1,180	-1,390	-3,130	-1,420	-1,580	-0,840	-2,790	-1,790	-3,850
Modo 30	-0,170	-0,650	-0,880	0,430	0,550	2,280	1,170	6,320	6,140	13,660	23,500	51,600
Modo 31	8,330	7,350	7,940	9,730	7,080	11,800	9,910	14,760	17,980	30,380	46,750	83,380
Modo 32	8,380	6,680	8,200	10,160	6,950	11,590	9,060	10,450	13,590	19,310	29,290	54,910
Modo 33	-0,610	1,100	0,560	0,440	0,570	0,210	1,110	1,100	0,640	-1,750	-1,210	2,770
Modo 34	3,300	1,070	-0,790	4,330	4,610	12,850	12,990	33,700	51,260	118,420	199,840	292,110
Modo 35	6,180	7,580	8,630	10,560	11,750	27,030	39,910	68,370	78,310	117,180	149,420	215,860
Modo 36	8,840	8,260	10,870	12,740	9,130	12,320	9,320	9,830	17,310	21,560	34,830	53,030
Modo 37	0,530	2,090	0,760	2,350	3,070	7,410	8,850	15,780	19,210	25,250	36,220	52,300
Modo 38	44,820	45,690	46,810	46,920	46,970	53,820	56,580	64,060	83,000	100,270	126,860	158,720
Modo 39	46,020	44,410	48,840	47,300	47,030	46,530	46,110	46,960	57,960	68,280	95,480	154,130
Modo 40	-0,510	-1,230	-0,940	0,280	0,710	3,650	7,480	12,500	19,570	32,150	46,130	65,570

Tabla 55. Diferencias unitarias del eje 'Posición 3' para grieta circular.

Diferencias Unit. POS.3	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,135	0,013	0,030	0,015	-0,023	0,195	0,190	0,282	0,434	0,741	1,496	2,476
Modo 8	0,063	-0,064	-0,009	-0,030	-0,071	-0,039	0,036	0,041	0,037	0,041	0,299	0,410
Modo 9	0,098	0,054	0,072	0,151	0,386	1,043	2,060	3,899	5,067	10,503	17,854	30,726
Modo 10	0,080	-0,031	0,018	0,036	0,016	0,103	0,245	0,516	0,380	1,273	2,495	4,779
Modo 11	0,497	-0,119	0,065	-0,074	-0,293	0,257	0,472	0,518	0,972	1,195	3,101	4,331
Modo 12	0,501	0,165	0,149	0,438	1,366	3,290	7,129	14,625	18,559	36,788	60,216	94,421
Modo 13	-0,112	-0,035	-0,114	0,000	-0,041	-0,457	0,020	0,922	0,692	3,673	7,172	14,202
Modo 14	0,420	-0,090	0,050	-0,030	-0,110	0,530	1,310	2,870	4,420	12,050	28,800	56,540
Modo 15	0,330	0,140	-0,090	0,650	2,680	2,960	9,810	22,220	27,600	46,070	60,750	68,890
Modo 16	0,320	0,260	-0,220	0,060	0,240	-2,860	-1,020	1,760	2,130	5,430	11,100	19,820
Modo 17	-0,640	0,260	0,290	0,580	1,260	1,710	2,940	5,350	5,300	13,050	16,970	31,160
Modo 18	0,130	0,680	-0,290	0,510	1,950	3,380	6,730	14,010	16,800	29,910	43,370	61,030
Modo 19	-0,370	0,170	-0,550	0,080	0,400	-0,790	-0,110	1,750	0,660	4,820	8,180	16,750
Modo 20	0,170	0,240	-1,190	-0,050	0,500	-1,340	-1,080	2,160	-1,350	6,610	9,580	27,310
Modo 21	-0,720	0,260	-1,300	-0,490	0,540	-1,170	-1,290	0,800	-3,070	1,720	1,470	10,410
Modo 22	-0,410	0,240	0,170	0,570	1,640	3,350	6,940	15,700	20,920	49,940	92,460	158,420
Modo 23	0,250	-0,170	-0,190	-0,080	0,040	0,470	4,960	9,740	12,960	24,320	37,180	61,860
Modo 24	0,350	0,500	-0,970	0,960	2,390	1,980	5,980	14,070	18,190	33,110	41,900	62,480
Modo 25	0,050	0,670	-0,940	0,550	1,500	0,120	0,000	3,740	3,240	9,090	6,370	29,690
Modo 26	1,310	0,060	-0,720	0,370	3,210	4,530	9,420	33,170	49,870	100,850	145,760	210,130
Modo 27	0,780	-0,630	-2,040	1,690	5,920	11,920	19,070	29,190	31,160	48,260	61,670	95,420
Modo 28	0,960	-1,190	-1,950	1,230	1,860	-1,690	-0,710	-0,140	1,550	10,110	18,070	33,450
Modo 29	0,330	0,040	-0,310	0,210	1,570	4,720	12,590	27,530	38,020	72,960	114,380	154,230
Modo 30	-1,670	0,970	-0,900	0,150	0,390	1,020	0,370	1,180	1,010	3,090	6,360	11,040
Modo 31	6,590	9,080	8,870	10,430	16,290	12,450	38,080	56,520	68,590	84,730	92,500	99,720
Modo 32	5,650	9,090	8,880	8,880	9,270	10,510	10,950	13,030	14,770	19,460	29,450	48,670
Modo 33	-0,300	0,180	-1,490	-0,930	0,870	-0,100	-0,360	2,640	3,370	4,330	7,810	13,240
Modo 34	-0,590	2,850	2,880	4,020	4,980	8,430	13,280	26,490	30,190	71,160	109,810	209,650
Modo 35	4,630	8,430	6,510	9,870	14,010	14,610	26,840	43,310	50,120	76,260	97,360	124,790
Modo 36	5,870	10,940	9,520	11,710	13,340	12,580	13,630	16,990	14,910	16,300	23,290	40,660
Modo 37	0,340	0,610	-0,350	0,370	2,890	5,340	8,160	15,600	18,970	27,790	37,260	65,370
Modo 38	25,440	36,830	39,970	43,210	46,170	46,180	47,180	58,550	60,740	84,420	103,280	236,040
Modo 39	23,350	38,420	41,820	45,550	49,290	49,110	49,130	44,820	44,370	42,760	64,080	104,910
Modo 40	0,630	1,180	0,950	1,230	3,660	6,150	13,390	27,300	29,760	47,280	54,110	70,690

Tabla 56. Diferencias unitarias del eje 'Posición 4' para grieta circular.

Diferencias Unit. POS.4	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,039	-0,007	0,038	0,020	0,064	-0,014	0,094	0,106	0,143	0,221	0,442	0,717
Modo 8	-0,076	-0,050	-0,001	-0,038	-0,016	-0,070	-0,026	-0,029	-0,009	-0,023	-0,019	0,111
Modo 9	-0,001	0,004	0,204	0,000	0,230	0,472	0,753	1,586	2,137	4,141	7,265	12,275
Modo 10	0,025	-0,045	0,160	0,041	0,037	0,087	0,000	0,172	0,280	0,498	0,979	1,985
Modo 11	-0,299	-0,118	0,056	-0,047	0,052	-0,330	0,159	-0,019	0,234	0,130	0,663	1,178
Modo 12	-0,311	-0,172	0,059	0,213	1,077	2,008	3,892	7,944	10,424	20,861	36,748	62,421
Modo 13	-0,355	-0,175	-0,167	0,129	0,165	-0,081	0,035	0,602	0,837	2,093	4,140	7,735
Modo 14	-0,270	-0,100	0,040	-0,010	0,120	-0,060	0,600	1,210	2,140	6,250	19,760	52,120
Modo 15	-0,450	0,030	0,160	0,350	2,180	5,380	9,400	19,310	25,540	46,520	68,260	81,370
Modo 16	-0,570	0,030	0,250	0,320	0,310	0,450	-0,110	1,260	2,110	4,890	9,630	17,010
Modo 17	1,030	0,260	1,230	0,000	0,110	1,390	0,590	1,670	2,740	4,340	7,680	11,690
Modo 18	-1,630	-0,480	-0,290	0,760	3,120	6,650	11,230	25,130	32,810	58,840	89,710	122,760
Modo 19	-1,770	-0,620	-0,510	-0,190	0,040	-0,460	-1,910	0,740	2,080	6,020	12,140	21,480
Modo 20	-1,860	-0,300	-0,700	-0,160	1,950	4,340	5,380	13,840	19,770	36,550	57,350	83,250
Modo 21	-2,180	-0,870	-1,590	-0,240	0,170	-0,110	-2,780	0,410	1,960	7,070	13,650	25,620
Modo 22	0,590	0,140	0,870	0,140	0,580	2,300	3,080	7,150	10,200	19,890	35,690	55,340
Modo 23	-2,170	-1,250	-3,100	0,450	1,430	-0,780	3,060	5,170	4,940	12,760	20,620	39,000
Modo 24	-2,200	-1,930	-1,080	0,110	0,740	0,950	-0,480	1,130	3,000	9,840	17,390	31,750
Modo 25	-1,950	-1,920	-0,870	0,230	0,780	0,730	-2,250	0,130	1,260	5,360	10,310	13,540
Modo 26	1,840	2,740	2,720	0,560	1,040	7,530	5,780	15,780	20,870	45,350	71,640	134,610
Modo 27	-1,930	1,110	0,920	1,200	1,750	2,100	-0,240	1,560	10,660	27,000	59,780	135,320
Modo 28	-1,950	0,570	0,210	0,250	1,380	0,710	-2,120	-1,190	1,870	6,200	8,750	6,110
Modo 29	-1,800	-0,500	-1,930	0,610	2,280	3,640	11,380	26,420	37,600	96,350	184,870	257,300
Modo 30	-3,840	-0,750	-1,600	0,300	1,340	1,300	4,080	10,280	12,930	29,520	46,740	79,070
Modo 31	4,230	5,940	6,110	6,840	10,770	15,630	21,700	42,880	47,270	88,460	115,350	132,160
Modo 32	4,940	6,140	6,280	6,360	8,670	8,540	2,480	13,500	15,090	25,580	38,060	63,210
Modo 33	-0,930	1,970	1,970	1,990	0,620	2,510	-0,520	0,920	2,370	4,770	7,700	7,480
Modo 34	-4,370	-1,150	-1,140	-1,110	-0,420	-1,960	12,440	55,660	85,270	192,250	286,730	357,700
Modo 35	3,320	6,670	7,000	8,500	15,620	27,950	42,470	45,890	44,550	51,590	63,720	99,390
Modo 36	6,710	5,680	5,910	5,910	8,400	10,800	11,450	10,030	12,560	27,550	43,600	65,960
Modo 37	0,010	1,460	1,510	2,000	2,130	8,130	11,140	19,410	23,130	35,430	47,350	62,400
Modo 38	25,140	26,900	27,410	29,290	43,980	51,150	82,930	114,740	125,280	188,070	216,930	333,840
Modo 39	27,900	27,840	28,400	28,360	38,710	30,700	43,870	46,920	48,450	71,400	110,670	247,330
Modo 40	-1,120	1,380	1,510	1,950	3,790	4,800	12,200	24,920	31,520	85,690	142,940	201,370

Tabla 57. Diferencias unitarias del eje 'Posición 5' para grieta circular.

Diferencias Unit. POS.5	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,042	0,078	-0,033	-0,018	-0,014	0,025	0,042	0,043	0,030	0,041	0,166	0,192
Modo 8	0,013	0,028	-0,049	-0,077	-0,056	-0,018	-0,009	-0,047	-0,013	-0,073	0,016	-0,069
Modo 9	0,072	0,081	0,021	0,053	0,158	0,174	0,383	0,761	0,908	2,030	3,534	5,903
Modo 10	0,135	0,157	0,043	0,033	0,015	-0,013	0,019	0,154	0,071	0,228	0,565	0,694
Modo 11	0,140	0,254	-0,196	-0,231	-0,204	-0,013	0,048	-0,068	-0,037	-0,249	0,143	-0,056
Modo 12	0,034	0,061	-0,154	-0,070	0,516	1,161	2,455	5,224	6,030	13,462	24,130	44,389
Modo 13	0,067	-0,043	-0,151	-0,077	-0,051	-0,252	-0,112	0,433	0,112	1,305	2,557	4,662
Modo 14	0,130	0,210	-0,160	-0,180	-0,150	0,020	0,210	0,360	0,650	2,090	10,180	48,850
Modo 15	0,600	0,260	0,050	0,420	2,150	3,900	8,520	18,780	22,440	47,640	77,420	96,650
Modo 16	0,460	0,250	0,110	0,300	0,170	-0,840	-0,410	1,720	0,900	4,890	9,000	15,900
Modo 17	0,320	0,250	0,770	0,820	0,730	0,020	0,190	0,470	0,570	1,480	2,530	2,670
Modo 18	0,090	0,510	-0,430	0,420	4,040	6,710	16,650	39,530	46,770	91,860	141,190	193,110
Modo 19	-0,080	0,360	-0,570	-0,280	-0,500	-2,020	-3,100	3,170	1,180	8,980	17,850	31,380
Modo 20	0,340	0,520	-0,200	0,900	5,520	9,270	23,570	46,230	50,970	94,990	131,480	164,260
Modo 21	0,070	0,350	-0,580	-0,380	-0,440	-0,230	-0,280	3,570	-0,780	11,850	23,360	39,040
Modo 22	0,290	0,190	0,540	0,640	0,710	0,420	1,400	2,610	3,150	6,550	11,480	16,230
Modo 23	-1,690	-1,880	-1,950	-1,970	-1,130	0,270	1,340	0,560	0,220	3,190	6,060	15,400
Modo 24	0,600	0,580	-0,250	0,390	3,700	10,780	17,880	33,480	33,670	62,890	84,370	102,210
Modo 25	0,490	1,060	0,010	0,680	0,160	1,010	0,080	5,240	5,700	11,840	22,320	39,220
Modo 26	3,780	0,970	2,680	3,150	3,490	1,290	3,070	14,050	17,030	42,010	68,790	163,020
Modo 27	1,120	0,840	0,330	0,690	2,190	4,910	7,840	18,280	21,170	36,380	53,750	74,380
Modo 28	0,450	1,160	0,230	0,760	0,260	1,480	1,790	4,470	4,820	6,410	11,680	15,260
Modo 29	-0,760	-1,030	-1,210	-0,970	0,190	3,120	5,720	11,220	14,850	30,020	54,240	103,140
Modo 30	-1,460	0,560	-1,920	-0,880	1,940	9,900	15,160	36,700	40,550	92,220	137,010	215,190
Modo 31	3,260	4,930	8,040	8,470	7,100	5,890	7,190	16,270	16,640	30,590	44,190	63,100
Modo 32	3,080	5,390	8,780	8,830	7,650	6,600	7,750	15,300	15,290	17,690	24,250	39,970
Modo 33	1,620	-0,160	0,670	1,340	4,120	5,870	10,100	21,580	23,160	33,780	37,140	40,330
Modo 34	-0,290	1,560	-1,910	-0,650	-2,700	4,920	6,160	11,160	10,890	16,300	121,390	268,530
Modo 35	1,600	3,920	7,690	7,230	8,170	6,530	7,340	16,200	13,540	55,350	71,900	102,550
Modo 36	-0,610	4,930	10,540	10,210	9,110	8,830	10,290	16,910	15,040	20,810	26,840	36,370
Modo 37	2,070	1,210	1,300	2,120	4,170	8,010	17,600	41,680	54,860	90,620	97,520	104,200
Modo 38	14,730	19,880	44,470	46,130	38,590	36,850	62,770	71,160	77,420	115,410	180,930	246,320
Modo 39	11,670	21,250	46,320	47,990	39,000	38,190	51,100	60,730	61,520	71,700	108,970	159,320
Modo 40	-1,280	1,590	1,550	1,550	2,100	-2,040	-1,800	0,000	0,740	60,770	102,560	144,400

Tabla 58. Diferencias unitarias del eje 'Posición 6' para grieta circular.

Diferencias Unit. POS.6	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,005	0,001	0,084	-0,023	0,065	0,036	0,002	0,018	0,064	0,070	0,127	0,123
Modo 8	-0,051	-0,023	-0,058	-0,062	-0,043	-0,019	-0,027	-0,071	-0,019	-0,039	-0,026	-0,101
Modo 9	0,141	-0,076	0,338	0,055	0,108	0,357	0,163	0,575	0,838	1,491	2,770	4,562
Modo 10	-0,064	-0,030	0,018	-0,019	0,008	0,150	-0,039	-0,046	0,043	0,129	0,403	0,563
Modo 11	-0,132	-0,024	0,008	-0,204	0,059	0,010	-0,096	-0,117	0,009	0,078	0,042	-0,143
Modo 12	-0,008	-0,017	0,124	-0,110	0,781	1,382	1,649	4,321	5,096	11,260	20,021	36,666
Modo 13	-0,196	-0,045	-0,258	-0,143	0,108	0,200	-0,263	0,295	0,115	1,275	2,511	4,448
Modo 14	-0,110	-0,010	0,010	-0,160	0,060	0,050	0,060	0,180	0,540	1,680	7,060	40,570
Modo 15	0,120	-0,080	0,550	0,330	1,970	4,800	7,620	16,620	20,580	43,380	73,680	97,200
Modo 16	0,040	-0,080	0,020	0,170	0,340	0,480	-0,010	1,420	0,860	4,460	8,990	16,230
Modo 17	0,580	-0,320	1,220	0,610	-0,100	1,110	-0,150	0,030	0,620	0,330	1,710	2,270
Modo 18	-0,460	-0,300	0,650	0,620	4,690	11,210	18,890	38,700	45,960	93,580	145,520	201,970
Modo 19	-0,850	-0,290	-0,200	-0,460	0,070	1,120	0,010	2,520	-0,250	9,330	18,540	33,780
Modo 20	-0,170	-0,900	0,140	1,040	6,500	16,000	26,760	50,030	58,420	104,010	145,180	180,860
Modo 21	-0,860	-0,660	-1,310	-0,340	-0,020	0,530	0,520	3,010	0,340	11,590	24,410	41,770
Modo 22	0,390	-0,230	0,920	0,460	0,140	1,330	0,770	1,800	2,680	4,590	9,150	13,500
Modo 23	-1,380	0,460	-3,450	-1,960	1,160	-1,000	-0,750	1,850	-1,110	4,940	5,900	12,230
Modo 24	-0,450	-0,670	1,240	0,820	6,190	14,480	18,350	41,420	41,350	78,610	104,740	125,690
Modo 25	-0,220	-0,240	1,050	0,110	0,770	2,080	2,570	2,570	3,130	10,070	22,490	36,690
Modo 26	2,880	0,280	2,370	2,760	0,830	2,360	5,880	13,070	13,660	35,440	67,170	159,510
Modo 27	-0,040	-3,610	1,770	0,490	4,870	10,880	10,030	23,060	26,320	48,160	78,380	106,270
Modo 28	-0,610	-4,080	0,670	-0,620	1,060	2,450	-0,480	-0,570	0,040	-0,070	14,750	22,970
Modo 29	-0,910	0,300	-1,790	-1,010	1,630	1,530	4,650	9,200	9,640	23,850	40,270	133,280
Modo 30	-2,350	-0,620	0,310	-0,460	4,010	12,450	16,930	40,780	44,730	106,250	156,600	189,040
Modo 31	6,070	2,510	5,740	5,440	9,800	13,590	14,300	24,530	27,910	38,650	53,240	69,800
Modo 32	5,940	2,770	5,070	5,200	9,450	10,460	12,470	16,180	17,210	31,630	45,160	64,790
Modo 33	0,870	-0,500	1,060	1,480	3,820	8,900	13,050	28,050	28,420	41,790	48,010	54,230
Modo 34	-3,100	-0,110	0,690	-1,670	1,020	5,540	3,860	11,970	15,540	27,040	72,680	174,630
Modo 35	4,790	2,310	9,720	7,100	8,780	9,330	10,760	18,510	21,550	49,650	76,510	109,940
Modo 36	4,650	4,940	12,060	10,200	10,910	12,110	11,480	18,650	18,050	18,880	20,040	39,430
Modo 37	1,040	-0,080	2,370	1,930	2,710	8,160	14,660	31,930	40,970	67,460	83,490	105,270
Modo 38	32,290	35,210	35,890	42,590	43,670	45,000	46,130	60,950	58,230	81,690	98,710	171,930
Modo 39	32,150	29,120	36,560	37,370	43,960	40,100	38,790	54,550	48,710	54,150	69,010	150,700
Modo 40	1,160	-0,740	2,600	1,750	1,380	4,030	0,370	2,150	4,420	73,350	159,250	211,070

Tabla 59. Diferencias unitarias del eje 'Posición 7' para grieta circular.

Diferencias Unit. POS.7	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,031	0,056	0,011	0,046	0,006	0,019	-0,024	0,001	0,053	-0,009	0,057	0,022
Modo 8	-0,045	-0,050	-0,043	-0,013	-0,066	-0,040	-0,058	-0,090	-0,042	-0,071	-0,002	-0,074
Modo 9	-0,083	-0,122	-0,072	-0,070	0,083	0,026	0,170	0,387	0,563	0,881	1,490	2,445
Modo 10	-0,039	-0,165	-0,013	-0,081	0,058	-0,009	0,021	0,029	0,010	0,069	0,162	0,208
Modo 11	-0,172	-0,026	-0,033	-0,005	-0,171	-0,037	-0,234	-0,164	-0,008	-0,130	0,047	-0,083
Modo 12	-0,213	-0,300	-0,005	-0,481	0,465	0,855	1,255	3,069	4,106	7,738	12,503	22,310
Modo 13	-0,245	-0,670	-0,066	-0,610	0,156	-0,118	-0,159	0,093	0,352	0,740	1,199	2,148
Modo 14	-0,120	-0,010	-0,010	0,000	-0,110	-0,020	-0,110	0,000	0,330	0,740	2,970	14,870
Modo 15	-0,070	-0,930	0,120	-0,620	2,260	3,900	6,530	13,620	17,320	33,940	55,780	89,110
Modo 16	-0,070	-0,980	-0,080	-1,280	0,470	0,140	-0,070	1,250	1,640	3,540	5,240	9,860
Modo 17	0,030	-0,770	-0,210	-0,470	0,450	-0,300	0,740	0,610	0,220	0,210	0,270	0,640
Modo 18	-0,090	-0,670	0,230	-0,920	5,430	11,020	17,660	35,910	45,550	84,510	129,840	189,600
Modo 19	-0,370	-1,300	-0,750	-3,140	0,200	0,070	-0,490	2,380	3,940	7,900	12,640	22,190
Modo 20	0,520	0,030	-1,150	0,340	9,140	15,770	28,530	53,090	66,270	107,050	146,550	188,760
Modo 21	0,070	-1,500	-2,360	-2,960	0,450	-1,450	-0,120	3,570	6,480	10,440	19,330	36,670
Modo 22	0,060	-0,530	-0,110	-0,280	0,560	0,090	1,120	1,710	2,100	3,460	6,150	10,080
Modo 23	-1,210	-0,530	-0,070	-1,920	-0,540	-0,220	-1,050	-0,380	1,650	2,260	3,310	7,310
Modo 24	0,610	-1,480	0,300	2,920	9,910	20,160	27,700	50,930	63,330	95,060	122,710	147,240
Modo 25	0,620	-1,170	-0,450	0,370	0,920	2,320	2,680	3,210	6,910	13,110	22,300	35,280
Modo 26	1,950	-0,380	0,500	1,870	3,570	4,940	12,570	25,000	40,400	69,150	92,990	115,990
Modo 27	0,520	1,820	1,280	2,760	9,530	17,590	20,500	26,440	26,200	44,290	56,090	116,360
Modo 28	-0,030	0,850	0,470	-0,910	1,730	2,030	1,310	2,250	5,080	10,140	16,010	16,960
Modo 29	-0,600	0,520	-0,530	0,230	0,680	2,170	2,820	5,890	9,430	17,460	29,570	112,770
Modo 30	-0,280	1,320	1,730	2,620	6,570	14,260	18,840	43,480	48,920	104,720	141,210	169,540
Modo 31	5,980	8,120	8,980	11,150	15,060	22,480	28,810	43,830	51,090	67,090	87,520	116,550
Modo 32	6,230	8,200	7,330	7,770	9,980	9,910	9,290	12,700	13,960	22,540	37,790	56,920
Modo 33	1,950	1,620	1,350	3,040	8,350	13,880	18,270	34,250	36,270	48,890	60,140	66,940
Modo 34	-1,840	-0,110	2,030	2,900	0,290	6,950	3,180	15,280	13,770	54,300	113,950	184,640
Modo 35	4,160	8,380	7,340	5,160	15,310	15,610	27,650	43,070	53,840	72,330	82,890	104,420
Modo 36	5,260	9,230	7,820	7,390	11,920	8,410	9,660	8,350	8,490	6,500	28,510	33,160
Modo 37	1,080	0,100	1,610	2,200	4,300	7,700	11,530	18,660	21,510	30,240	45,290	57,750
Modo 38	35,210	40,090	41,730	41,940	46,860	49,040	55,560	61,910	62,250	70,830	144,810	178,120
Modo 39	36,430	41,060	41,940	41,680	47,960	47,260	51,010	52,970	59,220	64,180	90,160	109,860
Modo 40	1,590	0,740	0,660	1,910	5,930	3,880	6,750	7,440	7,970	11,430	48,820	79,100

Tabla 60. Diferencias unitarias del eje 'Posición 8' para grieta circular.

Diferencias Unit. POS. 8	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,016	-0,021	0,072	0,043	0,002	-0,020	-0,025	-0,071	0,067	-0,035	-0,035	-0,113
Modo 8	-0,007	-0,040	0,026	-0,023	-0,048	-0,062	-0,064	-0,105	0,021	-0,073	-0,072	-0,120
Modo 9	0,146	-0,029	0,090	0,063	-0,004	0,076	0,016	-0,101	-0,027	-0,093	0,091	-0,055
Modo 10	0,123	-0,001	0,147	0,055	0,022	-0,023	0,044	-0,086	-0,016	-0,091	0,080	-0,133
Modo 11	-0,020	-0,148	0,228	0,055	-0,062	-0,163	-0,213	-0,309	0,257	0,000	-0,191	-0,094
Modo 12	0,004	-0,037	0,119	0,141	-0,040	-0,021	-0,094	-0,211	0,093	0,359	0,768	1,370
Modo 13	-0,009	-0,153	-0,081	0,071	-0,149	-0,115	-0,116	-0,336	-0,284	0,076	0,339	0,372
Modo 14	0,000	-0,100	0,190	0,060	-0,040	-0,150	-0,170	-0,320	0,230	-0,050	0,110	0,320
Modo 15	0,170	0,180	0,370	0,230	0,210	0,260	0,270	0,370	0,450	2,460	4,830	8,950
Modo 16	0,150	0,120	0,160	0,130	0,010	0,070	0,130	-0,080	0,050	0,770	1,790	3,300
Modo 17	1,000	0,260	0,370	0,280	0,310	0,750	0,870	0,680	-0,490	0,090	1,040	0,530
Modo 18	-0,590	0,070	0,390	0,120	0,140	0,050	0,740	2,520	3,950	9,000	16,290	33,470
Modo 19	-0,600	0,120	0,180	0,140	-0,050	-0,590	-0,250	0,020	0,450	2,650	4,660	10,070
Modo 20	-0,370	0,500	0,530	0,330	0,240	1,060	2,570	5,590	6,800	19,310	35,300	72,320
Modo 21	-0,510	0,660	0,570	-0,190	-0,470	-0,450	0,150	0,990	0,010	5,630	9,630	20,340
Modo 22	0,750	0,210	0,270	0,250	0,270	0,550	0,710	0,560	0,030	0,960	3,690	7,050
Modo 23	-1,790	-0,860	-1,460	-0,130	-1,450	-1,150	-1,370	-1,210	-0,360	1,230	0,070	1,820
Modo 24	-0,520	0,480	0,770	0,560	0,650	1,620	3,830	8,490	10,470	28,090	50,660	99,840
Modo 25	-0,090	0,970	0,690	0,800	0,770	0,420	1,010	1,270	0,060	8,580	13,280	28,640
Modo 26	2,520	1,930	1,570	0,300	1,690	3,020	3,600	3,940	2,800	24,510	59,760	144,100
Modo 27	-0,010	0,660	0,590	1,410	1,600	3,450	5,900	11,270	15,390	24,810	34,940	62,290
Modo 28	0,120	0,810	0,090	0,890	0,570	0,610	1,250	1,570	3,700	6,550	9,790	13,730
Modo 29	-1,110	-0,390	-0,830	0,010	-0,690	-0,510	-0,250	0,500	2,320	8,290	23,240	77,770
Modo 30	-1,800	0,030	0,320	0,190	1,080	1,030	5,090	12,710	17,940	38,460	60,230	118,650
Modo 31	6,930	7,740	2,800	6,780	11,040	10,870	15,750	21,790	32,700	61,700	118,310	209,230
Modo 32	7,020	8,140	2,790	7,260	9,920	8,230	9,950	-2,870	13,510	22,450	31,420	54,180
Modo 33	1,290	2,000	1,140	0,310	1,160	4,290	7,560	13,300	15,940	28,180	36,870	47,700
Modo 34	-4,200	-2,220	0,240	1,010	4,010	-1,130	0,770	5,730	12,250	83,900	227,360	399,440
Modo 35	6,130	5,860	4,540	6,970	10,990	14,480	21,440	1,500	50,540	59,220	65,080	91,610
Modo 36	9,110	7,840	6,980	7,800	12,050	8,820	11,370	3,750	13,470	19,050	22,940	34,110
Modo 37	1,060	1,260	1,230	0,310	1,620	2,030	3,930	4,580	9,590	18,250	31,090	44,310
Modo 38	33,460	40,530	39,950	42,210	48,240	47,080	65,170	67,250	115,440	208,360	332,180	413,540
Modo 39	35,260	41,980	41,760	43,230	45,880	38,680	46,770	49,370	52,100	59,790	71,120	103,780
Modo 40	2,650	3,960	-0,490	1,070	2,320	3,890	5,120	3,840	7,010	15,280	23,090	51,630

Los valores más altos respecto al eje nuevo se dan en los modos, porcentajes y posiciones siguientes: 'Modo 38 y Porcentaje 100% de Posición 8', 'Modo 34 y Porcentaje 100% de Posición 8', 'Modo 34 y Porcentaje 100% de Posición 4', 'Modo 38 y Porcentaje 100% de Posición 4' y 'Modo 38 y Porcentaje 83% de Posición 8', con unos valores de 413,54 Hz, 399,44 Hz, 357,7 Hz, 333,84 Hz y 332,18 Hz respectivamente.

Las medias de diferencias unitarias en cada posición y porcentaje van a ser:

Tabla 61. Medias de diferencias unitarias para cada porcentaje y cada posición en grieta circular.

POSICIÓN 1											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
2,617	3,066	3,142	3,445	3,980	5,968	9,328	12,603	14,253	26,718	38,527	57,447
15,091											
POSICIÓN 2											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
3,671	3,683	3,645	4,624	4,473	7,033	7,498	12,980	16,455	26,384	38,709	59,973
15,761											
POSICIÓN 3											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
2,190	3,529	3,136	4,172	5,532	5,838	9,010	15,034	17,392	29,415	41,646	66,874
16,981											
POSICIÓN 4											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
1,284	2,307	2,354	2,797	4,506	5,776	8,522	15,154	18,883	35,925	54,625	83,077
19,601											
POSICIÓN 5											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
1,209	2,067	3,658	4,040	4,138	5,021	8,263	15,233	16,472	31,913	50,280	76,374
18,222											
POSICIÓN 6											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
2,387	1,887	3,417	3,332	5,022	7,094	8,203	15,239	16,314	31,728	49,308	76,816
18,396											
POSICIÓN 7											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
2,846	3,248	3,514	3,604	6,403	8,185	10,642	16,787	19,976	31,339	47,597	67,578
18,477											
POSICIÓN 8											
1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
2,832	3,597	3,127	3,610	4,464	4,322	6,219	6,350	11,367	22,284	37,934	63,351
14,121											

Como vemos, la posición donde se produce una variación unitaria media mayor con respecto al eje nuevo es en la posición 4, al igual que para grietas rectas, con una desviación de 19,601 Hz.

Al igual que para diferencias porcentuales, realizamos una tabla Excel con la media de las diferencias unitarias en cada porcentaje y para cada modo, donde veremos que los modos cuya diferencia unitaria con respecto al eje nuevo es más importante son el 38, 39, 34, 35 y 31, que además coinciden con los obtenidos para grieta recta, lo que apoya la fiabilidad de los análisis realizados con el programa:

Tabla 62. Medias de diferencias unitarias en cada modo y porcentaje en grieta circular.

Medias de diferencias unit.	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	Media
Modo 7	0,006	-0,005	0,030	0,024	0,087	0,286	0,496	0,934	1,226	2,259	3,650	5,687	1,223
Modo 8	-0,037	-0,054	-0,030	-0,036	-0,063	-0,034	-0,013	0,008	0,052	0,170	0,422	0,764	0,096
Modo 9	0,051	-0,011	0,084	0,087	0,235	0,667	1,083	2,068	2,646	5,049	8,082	12,969	2,751
Modo 10	0,033	-0,027	0,048	0,036	0,020	0,081	0,055	0,187	0,210	0,588	1,191	2,080	0,375
Modo 11	-0,084	-0,144	-0,009	-0,074	-0,101	0,208	0,380	0,820	1,103	2,197	3,411	5,791	1,125
Modo 12	-0,031	-0,102	-0,023	0,050	0,692	1,662	3,089	6,397	8,082	16,068	26,776	43,935	8,883
Modo 13	-0,180	-0,218	-0,212	-0,113	-0,043	-0,090	-0,080	0,422	0,425	1,762	3,335	6,294	0,942
Modo 14	-0,061	-0,109	-0,004	-0,032	0,058	0,548	1,246	2,820	4,081	9,741	21,058	48,115	7,288
Modo 15	0,059	-0,071	0,051	0,195	1,539	3,195	5,945	12,790	15,898	30,361	46,143	60,076	14,682
Modo 16	-0,017	-0,085	-0,054	-0,009	0,173	-0,211	-0,142	1,136	1,135	3,681	6,710	12,495	2,068
Modo 17	0,532	0,260	0,578	0,556	0,719	1,219	1,316	2,256	2,415	4,869	7,158	11,650	2,794
Modo 18	-0,505	-0,131	-0,165	0,323	3,044	6,535	11,790	24,775	30,413	56,876	85,845	119,908	28,226
Modo 19	-0,709	-0,300	-0,556	-0,465	-0,003	-0,204	-0,761	1,660	1,345	6,164	11,437	21,455	3,255
Modo 20	-0,470	-0,086	-0,684	0,269	3,039	5,861	10,666	21,933	25,409	47,519	67,993	96,350	23,150
Modo 21	-0,827	-0,355	-1,175	-0,629	0,068	-0,240	-0,532	1,656	0,449	6,361	11,880	24,114	3,397
Modo 22	0,380	0,197	0,400	0,471	0,849	1,747	2,882	5,969	7,912	17,720	33,022	56,624	10,681
Modo 23	-1,508	-1,115	-1,923	-1,300	-0,298	-0,606	1,290	3,659	4,404	9,757	13,324	20,876	3,880
Modo 24	-0,346	-0,382	-0,660	1,036	4,021	8,856	13,399	26,598	30,730	53,933	74,026	97,904	25,759
Modo 25	-0,270	-0,080	-0,930	0,560	0,838	1,186	0,590	2,760	3,184	9,201	16,139	30,181	5,280
Modo 26	2,202	1,249	1,319	1,351	2,109	3,975	6,111	15,099	20,406	44,600	71,881	134,596	25,408
Modo 27	-0,073	-0,121	0,531	1,300	3,565	7,331	9,180	17,694	20,849	36,326	53,103	87,853	19,795
Modo 28	-0,184	-0,336	-0,127	0,421	0,914	0,593	-0,227	1,455	2,654	6,684	13,016	18,103	3,580
Modo 29	-0,943	-0,484	-1,079	-0,464	0,756	2,254	6,345	14,398	19,870	43,996	78,170	138,389	25,101
Modo 30	-1,925	-0,026	-0,463	0,314	2,149	5,562	8,166	19,881	22,457	50,977	75,092	110,729	24,410
Modo 31	5,994	6,416	7,013	8,594	11,460	14,300	21,711	34,263	40,099	60,900	82,055	109,418	33,518
Modo 32	6,005	6,582	6,817	7,864	8,764	8,954	9,127	11,007	13,974	22,336	33,426	54,051	15,742
Modo 33	0,216	0,681	0,690	0,707	2,469	4,369	6,170	12,720	13,431	19,852	24,292	28,836	9,536
Modo 34	-1,426	0,378	0,073	1,485	2,209	5,446	9,185	24,745	32,915	82,819	159,834	267,656	48,776
Modo 35	4,537	6,205	7,410	7,944	11,349	15,439	23,575	31,077	40,365	62,714	79,524	113,193	33,611
Modo 36	6,090	7,649	9,303	9,468	10,513	10,633	11,375	11,935	14,078	18,955	28,129	42,014	15,012
Modo 37	0,872	0,907	1,087	1,392	2,681	5,806	9,685	18,517	23,494	36,784	47,232	61,162	17,469
Modo 38	31,392	36,157	40,421	41,684	44,446	48,984	62,259	74,070	86,146	128,600	180,175	254,795	85,761
Modo 39	31,951	36,288	41,788	41,668	43,333	41,953	47,301	49,740	52,973	61,609	84,716	140,099	56,118
Modo 40	0,174	0,660	0,924	1,222	2,119	2,996	5,010	9,419	12,396	40,322	71,910	105,671	21,069

9.3.8. Relación frecuencia/área de grieta circular en Posición 1.

Al igual que para grieta recta, en este apartado, importante dentro del proyecto, relacionaremos el área de las grietas realizadas sobre el eje con la tendencia de la frecuencia a disminuir, con el objetivo de medir la fiabilidad. El estudio se ha realizado solo para la posición 1 por los motivos citados de espacio en el proyecto, con lo que también se deja pendiente como futuro trabajo o proyecto en el departamento. A continuación vemos las gráficas que relacionan lo citado:

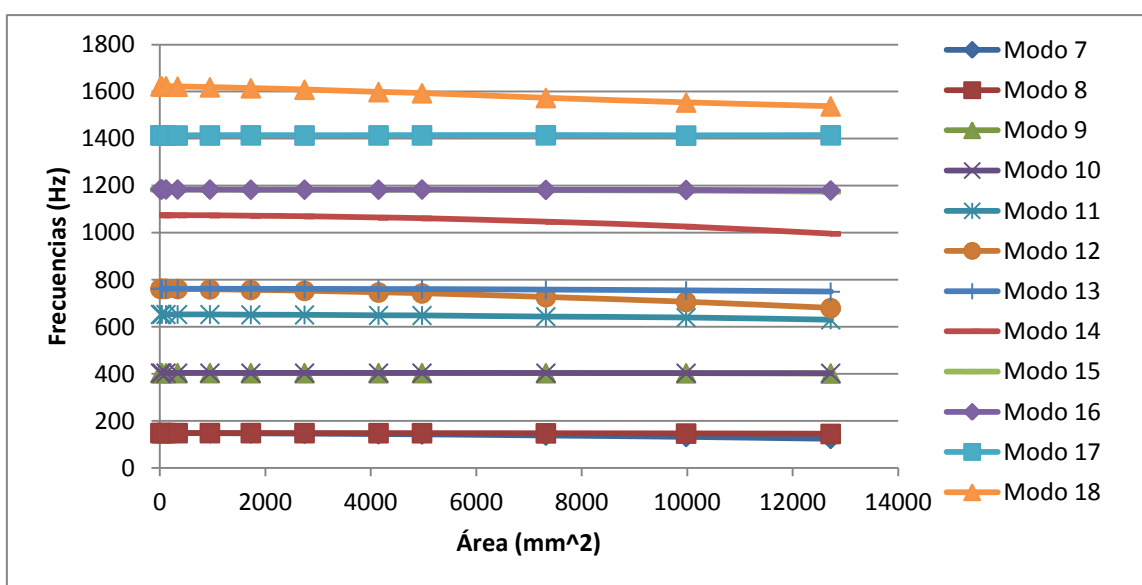


Figura 108. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta circular en modos 7-18.

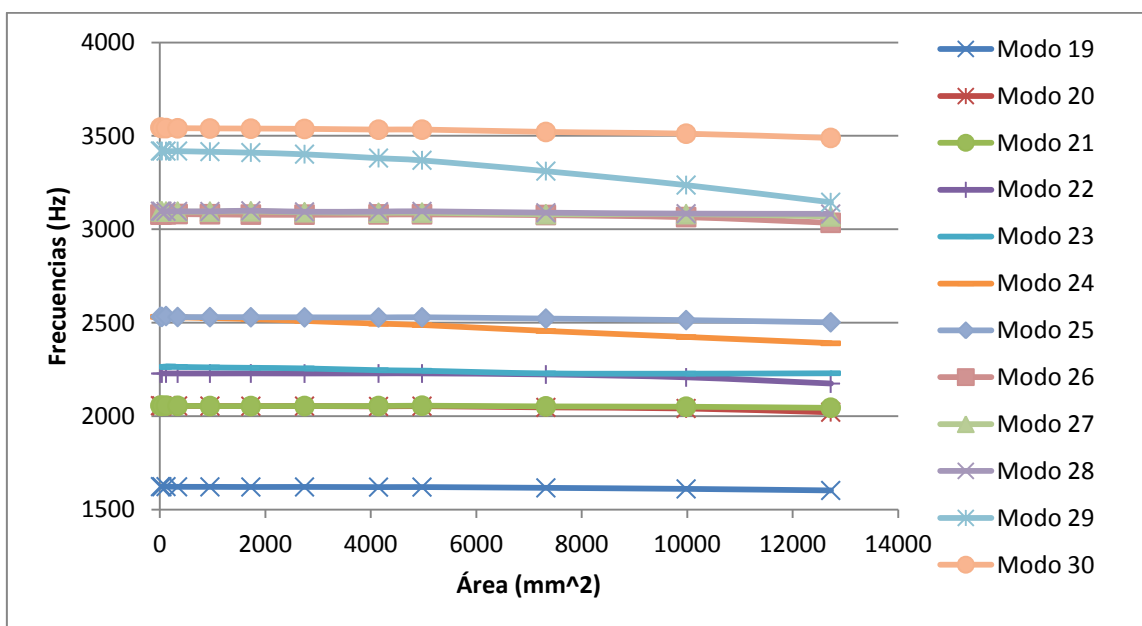


Figura 109. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta circular en modos 19-30.

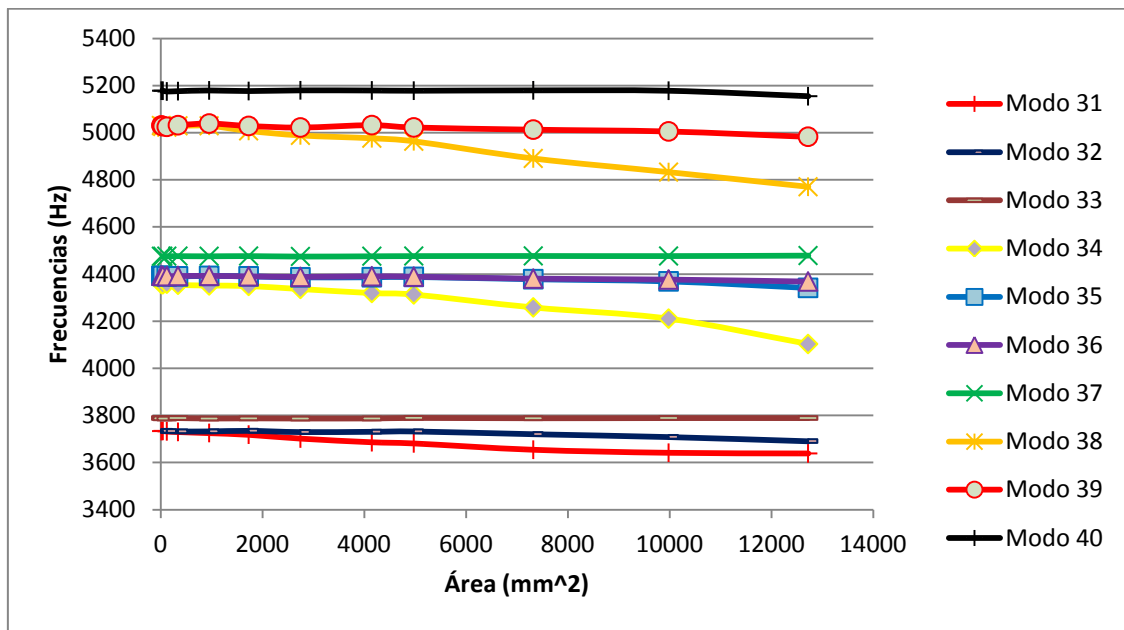


Figura 110. Gráfica de frecuencia frente a área de grieta circular en modos 31-40.

Como hemos visto antes, resaltaremos para cada una de estas funciones de las tres gráficas anteriores su línea de tendencia con la respectiva ecuación y el valor de R-cuadrado, extrayendo a mano todas dando como resultado esta tabla:

Tabla 63. 'Funciones', 'Pendientes' y 'R-cuadrado' de cada modo para 'Posición 1' de grieta circular.

POSICIÓN 1			
Modo	Función	Pendiente (Hz/mm ²)	R-cuadrado
7	$y = -0,0018x + 149,42$	-0,0018	0,961
8	$y = -0,0002x + 148,38$	-0,0002	0,869
9	$y = -1E-04x + 403,34$	-0,0001	0,784
10	$y = -5E-05x + 403,41$	-0,00005	0,868
11	$y = -0,0016x + 653,93$	-0,0016	0,946
12	$y = -0,0061x + 765,71$	-0,0061	0,967
13	$y = -0,0009x + 762,46$	-0,0009	0,895
14	$y = -0,0056x + 1079,7$	-0,0056	0,926
15	$y = -0,0006x + 1184,7$	-0,0006	0,883
16	$y = -0,0003x + 1184,4$	-0,0003	0,858
17	$y = 1E-05x + 1414,1$	0,00005	0,025
18	$y = -0,0069x + 1624,8$	-0,0069	0,996
19	$y = -0,0014x + 1624,1$	-0,0014	0,890
20	$y = -0,0021x + 2058,2$	-0,0021	0,814
21	$y = -0,0007x + 2056,5$	-0,0007	0,796
22	$y = -0,0032x + 2233,5$	-0,0032	0,705
23	$y = -0,0033x + 2263,4$	-0,0033	0,911
24	$y = -0,0111x + 2536,3$	-0,0111	0,993
25	$y = -0,0021x + 2534$	-0,0021	0,892
26	$y = -0,0026x + 3084,2$	-0,0026	0,671
27	$y = -0,0019x + 3096,9$	-0,0019	0,939
28	$y = -0,0012x + 3097,5$	-0,0012	0,863
29	$y = -0,0201x + 3437,9$	-0,0201	0,941
30	$y = -0,0037x + 3544,8$	-0,0037	0,933
31	$y = -0,0085x + 3729,7$	-0,0085	0,955
32	$y = -0,0029x + 3737$	-0,0029	0,854
33	$y = 0,0001x + 3787,1$	0,0001	0,176
34	$y = -0,0179x + 4372,7$	-0,0179	0,932
35	$y = -0,0032x + 4394,6$	-0,0032	0,838
36	$y = -0,0017x + 4393,4$	-0,0017	0,916
37	$y = 0,0002x + 4475,2$	0,0002	0,554
38	$y = -0,0202x + 5039,6$	-0,0202	0,979
39	$y = -0,0032x + 5033,4$	-0,0032	0,814
40	$y = -0,0009x + 5179,3$	-0,0009	0,339

Esta tabla nos permite representar el consiguiente gráfico:

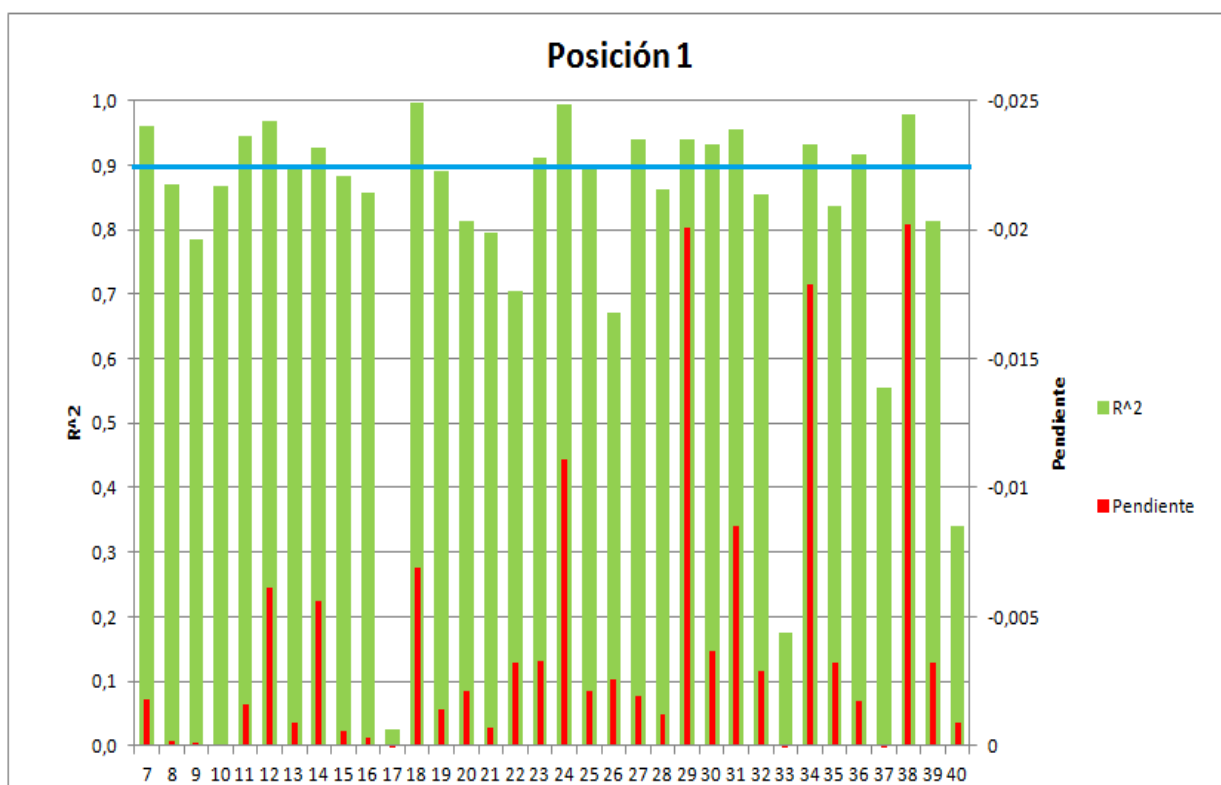


Figura 111. Gráfica representativa de 'Pendiente' y 'R-cuadrado' para cada modo en grieta circular.

Delimitamos la gráfica con una línea azul para quedarnos con los modos más fiables en la relación frecuencia/área de grieta circular, resultando 14 modos: el 7, 11, 12, 14, 18, 23, 24, 27, 29, 30, 31, 34, 36 y 38, de los cuáles coinciden 12 con los obtenidos para la relación en grietas rectas del apartado 9.3.4., lo que confirma y ratifica la veracidad de los resultados y nos convence de atender principalmente a estos modos a la hora de realizar el estudio sobre el eje.

9.4. RELACIÓN GRIETA CIRCULAR-GRIETA RECTA.

En este último apartado de resultados vamos a dar una visión relativa de cómo decae la frecuencia dependiendo si se trata de fallo por grieta recta o fallo por grieta circular.

En las figuras que se van a presentar a continuación se va a poder observar una comparativa entre grieta circular y grieta recta en las 8 posiciones respectivamente con un formato condicional de color.

- Color azul → negativo → representa una menor frecuencia en grietas circulares que en grietas rectas para el mismo modo y porcentaje de grieta.

- Color rojo → positivo → representa una menor frecuencia en grietas rectas que en grietas circulares para el mismo modo y porcentaje de grieta.

Tabla 64. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 1.

	Comparativa en Posición 1											
	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,06	0,10	-0,05	-0,04	0,08	-0,25	-0,17	-0,12	0,10	0,30	1,52	4,32
Modo 8	-0,03	0,06	-0,01	-0,04	0,02	-0,01	0,07	0,10	0,30	0,80	1,56	3,22
Modo 9	-0,05	0,19	-0,02	-0,25	0,10	-0,20	-0,24	-0,09	0,30	0,06	0,04	0,04
Modo 10	-0,08	0,19	0,08	-0,12	-0,07	-0,22	-0,02	-0,13	0,08	0,00	-0,28	-0,04
Modo 11	-0,20	0,37	-0,14	-0,14	0,31	-0,47	-0,04	0,06	0,90	1,91	4,63	10,77
Modo 12	0,02	0,29	0,25	-0,38	-0,03	-0,91	-0,81	-0,32	0,40	1,03	4,29	12,07
Modo 13	0,09	0,24	0,32	-0,27	-0,26	-0,05	-0,19	0,34	0,79	2,59	5,35	10,15
Modo 14	-0,15	0,28	-0,12	-0,11	0,18	-0,58	-0,46	-0,72	-0,21	-0,20	1,90	6,31
Modo 15	-0,05	0,44	0,52	-0,06	0,08	-0,90	-0,88	-0,56	0,36	0,16	0,02	0,39
Modo 16	0,27	0,29	0,31	-0,05	-0,16	-0,93	-1,05	-0,22	0,52	-0,39	-0,19	-0,43
Modo 17	-0,04	0,48	0,47	-1,10	-0,65	-0,24	-0,40	-0,34	0,46	0,06	-0,86	-0,72
Modo 18	0,30	0,41	0,97	-0,64	-0,39	-1,73	-2,21	-0,76	1,59	1,93	4,21	6,52
Modo 19	0,49	0,16	0,74	-0,51	-0,40	-1,35	-0,63	0,38	2,82	4,49	8,31	15,23
Modo 20	0,66	0,11	0,99	-0,18	0,09	-1,86	-1,88	-1,50	1,45	1,09	2,76	14,61
Modo 21	0,55	0,21	0,92	0,12	-0,58	-1,95	-1,78	-0,48	3,05	0,19	-0,62	-2,01
Modo 22	0,04	0,34	0,42	-0,77	-0,47	-0,32	-0,44	-0,26	0,40	7,49	18,45	31,79
Modo 23	0,85	-0,54	1,42	-0,08	-0,73	0,54	0,00	1,66	1,14	0,09	-0,63	-0,51
Modo 24	0,41	0,38	4,08	-0,54	-0,50	-2,24	-4,15	-1,12	2,23	2,44	7,09	12,43
Modo 25	0,72	0,27	5,00	-0,26	-0,37	-1,55	-2,65	0,76	4,88	6,74	11,99	20,79
Modo 26	-0,62	0,00	1,10	3,33	1,04	-1,48	-1,99	-0,59	-0,43	-0,65	1,67	6,54
Modo 27	0,88	1,52	-0,40	-1,40	-0,43	1,49	-5,55	-1,04	0,05	-1,12	1,13	-1,80
Modo 28	0,82	0,75	0,20	-0,71	-0,75	2,55	-6,31	0,29	2,18	-0,74	-0,80	0,28
Modo 29	0,68	-0,39	-0,42	0,16	-0,59	-0,77	-1,95	-2,02	-2,21	-0,77	6,97	17,44
Modo 30	0,84	-0,24	-0,66	-1,94	-0,92	-2,03	-1,80	-0,07	4,26	5,08	10,48	23,29
Modo 31	0,96	1,83	-0,57	-2,64	-2,82	-0,95	-11,30	1,29	5,53	0,40	1,54	1,44
Modo 32	0,96	1,77	0,19	-1,87	-2,34	2,46	-7,12	3,67	6,58	9,84	19,03	33,75
Modo 33	0,67	-0,35	-1,54	1,91	0,02	-0,95	-2,18	-1,39	2,04	0,69	1,13	-2,47
Modo 34	-0,65	-0,44	4,46	-2,15	-0,97	2,00	-5,50	2,43	4,35	10,56	34,79	66,11
Modo 35	2,05	1,31	0,10	-3,27	0,72	1,04	-20,46	0,15	-5,65	-14,45	-1,70	0,28
Modo 36	1,45	1,36	0,43	-1,50	-0,95	-0,70	-19,46	2,52	-6,22	-13,20	-1,84	-3,16
Modo 37	-0,02	0,11	0,75	1,35	0,47	0,12	-1,60	-0,73	1,00	-0,14	0,22	-0,76
Modo 38	5,31	-6,85	-5,35	2,30	6,89	-4,12	-37,78	12,59	-3,38	-17,84	12,37	16,10
Modo 39	4,91	-7,98	-4,38	3,53	9,75	2,01	-45,70	10,84	-20,43	-6,31	23,75	35,95
Modo 40	1,92	2,11	-3,38	-3,25	-0,76	-3,28	-3,37	-0,31	-2,48	-2,08	0,28	-4,18

Tabla 65. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 2.

Comparativa en Posición 2													
	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	
Modo 7	0,03	-0,01	-0,05	-0,05	0,03	-0,07	-0,10	-0,09	0,04	0,33	1,73	3,58	
Modo 8	0,07	0,00	-0,03	-0,02	0,03	0,06	-0,01	0,19	0,31	0,48	1,04	2,05	
Modo 9	0,00	-0,11	0,04	-0,11	-0,12	-0,57	-0,23	-0,22	-0,01	0,76	4,21	6,80	
Modo 10	0,04	0,07	-0,05	-0,06	-0,12	-0,11	0,28	0,57	0,74	1,58	3,49	6,41	
Modo 11	0,23	-0,01	-0,20	-0,18	0,18	0,14	-0,16	0,38	0,90	1,69	4,35	9,16	
Modo 12	0,04	0,08	0,17	-0,01	-0,43	0,28	0,14	-0,09	0,17	0,15	1,16	0,95	
Modo 13	0,20	0,13	0,27	0,08	-0,37	0,05	0,22	0,08	0,03	0,00	0,85	0,73	
Modo 14	0,19	-0,01	-0,14	-0,14	0,08	-0,03	-0,40	-0,53	-0,05	0,61	6,50	12,23	
Modo 15	0,10	-0,15	0,47	-0,34	-1,17	-0,73	-0,06	-0,37	-0,33	0,42	2,72	1,37	
Modo 16	0,12	0,07	0,26	-0,25	-1,10	0,15	0,37	0,42	1,01	1,58	5,14	8,11	
Modo 17	-0,51	-0,09	0,30	-0,21	-0,85	-2,53	0,90	1,12	0,65	2,92	8,68	18,48	
Modo 18	0,05	0,30	0,57	-0,44	-2,23	-0,69	-0,02	-1,01	0,29	1,84	7,05	7,17	
Modo 19	0,19	0,28	0,99	-0,50	-2,08	0,23	0,60	1,02	1,65	3,70	9,16	12,73	
Modo 20	0,19	0,25	1,52	-0,92	-4,48	-0,54	-0,07	-1,38	0,61	0,55	3,83	1,86	
Modo 21	0,36	0,72	1,06	-0,82	-4,32	-0,17	-0,62	-1,08	0,31	0,97	3,41	-0,15	
Modo 22	-0,36	-0,06	0,32	-0,15	-0,84	-2,16	0,09	-0,89	-1,14	0,14	7,86	11,06	
Modo 23	0,87	1,24	1,16	1,53	-0,52	5,35	0,33	-1,66	0,25	0,25	0,73	-0,06	
Modo 24	0,04	0,69	1,98	-0,96	-0,51	-1,60	0,43	-1,87	-1,52	2,96	4,31	3,61	
Modo 25	-0,22	0,97	3,29	-0,91	-0,87	0,30	1,98	0,79	0,69	6,49	10,73	19,80	
Modo 26	-0,33	-1,78	-0,30	-1,89	0,49	-2,95	-1,03	0,15	0,27	5,03	19,40	48,49	
Modo 27	0,16	0,76	-1,05	-0,90	-0,02	-1,19	5,70	-0,32	0,93	2,21	1,75	5,53	
Modo 28	-0,17	1,53	0,76	-0,87	0,86	-0,34	5,80	1,71	2,02	4,50	4,30	12,36	
Modo 29	0,59	0,70	0,92	0,83	0,29	3,37	0,09	-0,90	0,35	-0,01	0,99	-0,20	
Modo 30	-0,26	0,71	1,29	-0,58	-1,13	0,01	0,71	1,18	2,68	5,13	11,31	24,52	
Modo 31	-0,93	1,84	0,08	-1,52	1,67	-1,83	0,36	2,20	-2,12	3,61	4,45	4,14	
Modo 32	-0,49	3,04	-0,61	-1,15	2,03	-1,33	0,05	1,96	-0,78	3,84	2,37	1,74	
Modo 33	0,44	0,12	0,09	-1,44	-0,62	-0,28	-3,00	-1,10	1,03	3,58	4,14	0,45	
Modo 34	-2,37	-0,59	2,30	-0,20	-0,55	-0,77	3,71	4,34	-6,32	9,48	16,66	23,69	
Modo 35	1,87	2,30	-6,00	-3,96	2,20	-3,91	-2,18	-4,39	4,06	14,88	33,18	59,07	
Modo 36	1,15	4,33	-8,32	-2,74	2,03	-0,75	1,98	2,38	-0,59	14,82	17,87	33,93	
Modo 37	-0,23	-0,90	-0,25	-1,52	-0,37	-2,90	-1,44	-1,31	-1,99	2,37	-0,56	-2,03	
Modo 38	-4,98	-0,99	-6,57	-2,03	1,71	-0,66	-1,58	-7,92	-15,65	14,26	6,44	20,64	
Modo 39	-3,73	2,71	-12,36	-1,65	1,88	-0,17	-1,40	-5,57	-17,04	17,71	13,27	17,81	
Modo 40	1,31	2,49	-0,74	-1,48	1,64	-0,96	-0,81	2,83	-0,30	9,65	13,81	23,42	

Tabla 66. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 3.

Comparativa en Posición 3												
	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	-0,11	-0,03	-0,02	0,03	0,10	-0,14	-0,07	0,05	-0,02	0,13	0,12	0,48
Modo 8	-0,13	-0,03	-0,03	0,02	-0,03	0,02	-0,07	-0,02	0,04	0,13	0,08	0,29
Modo 9	-0,09	-0,03	-0,01	-0,06	-0,08	-0,09	-0,33	-0,11	-0,07	0,21	1,94	6,54
Modo 10	-0,10	-0,06	0,10	-0,03	-0,12	-0,01	-0,02	-0,07	0,39	0,64	1,50	3,29
Modo 11	-0,58	-0,15	-0,14	0,11	0,17	-0,27	-0,31	0,14	0,19	0,88	1,03	2,68
Modo 12	-0,50	-0,09	-0,09	0,18	-0,19	-0,16	-0,87	-0,61	-0,19	0,95	5,64	14,77
Modo 13	-0,21	-0,27	0,15	0,07	-0,59	0,39	0,19	0,57	1,65	2,36	5,22	10,86
Modo 14	-0,48	-0,12	-0,09	0,10	0,10	-0,25	-0,43	-0,23	-0,23	0,24	2,62	8,83
Modo 15	-0,44	-0,23	0,42	-0,12	-1,74	2,45	0,49	-0,89	0,05	1,47	3,12	2,54
Modo 16	-0,52	-0,46	0,55	0,27	-1,30	3,07	1,25	0,47	1,62	4,09	8,90	16,32
Modo 17	0,88	0,21	0,46	-0,75	-0,77	0,37	0,36	-0,20	1,36	1,80	8,43	19,67
Modo 18	-0,14	-0,46	0,80	0,12	-3,18	-0,49	-1,84	-0,81	-0,28	1,03	3,87	5,31
Modo 19	0,07	-0,28	0,92	-0,24	-1,75	0,49	-1,04	-0,05	2,13	2,97	6,30	10,94
Modo 20	-0,69	-0,24	1,32	-0,65	-5,60	-0,45	-0,92	-2,03	2,51	-0,33	12,80	12,38
Modo 21	0,20	-0,42	1,55	-0,16	-5,44	-1,12	-1,58	-0,94	2,81	0,21	0,53	2,72
Modo 22	0,59	0,13	0,44	-0,50	-0,88	-0,15	-0,47	-1,73	-0,84	-1,78	3,66	9,83
Modo 23	-1,43	-0,41	-1,39	1,58	0,89	0,12	-2,31	2,72	0,17	6,56	14,22	29,07
Modo 24	-1,12	0,02	1,93	-1,43	-0,80	1,43	0,80	-2,53	-2,11	-2,29	3,01	3,64
Modo 25	-0,68	-0,22	2,05	-2,77	-1,84	1,28	1,64	-2,64	-0,14	-1,54	4,72	10,48
Modo 26	-1,00	-0,40	1,92	-0,47	-3,02	1,18	0,35	0,52	-3,83	5,32	24,65	21,45
Modo 27	-2,51	0,91	2,97	-5,21	-0,53	0,83	2,89	-0,99	2,41	7,89	20,85	42,81
Modo 28	-2,25	0,95	3,27	-5,93	-1,53	3,72	2,45	5,30	4,65	11,17	18,32	39,60
Modo 29	-1,01	-0,36	-0,46	1,09	0,41	-0,52	-2,42	-0,60	-3,47	0,04	-4,69	2,46
Modo 30	1,72	-0,42	1,49	-0,01	-0,58	-1,53	-0,32	-0,18	-1,03	2,32	3,88	10,43
Modo 31	-11,49	-2,91	-1,05	-20,38	-3,82	11,11	-5,08	0,10	-2,38	10,02	5,42	15,91
Modo 32	-11,12	-2,25	-1,15	-2,16	-3,15	-0,44	-4,44	2,53	2,99	17,30	19,31	61,61
Modo 33	-0,80	-0,72	1,30	0,16	-3,22	0,14	1,83	-2,27	-1,97	2,74	4,59	12,47
Modo 34	4,23	0,03	1,42	-2,95	0,41	-1,29	-1,57	2,84	10,66	16,19	36,92	84,16
Modo 35	-9,48	-2,77	3,93	0,24	-4,36	4,17	-13,36	-5,25	2,89	13,99	-18,97	37,83
Modo 36	-15,65	-2,61	3,59	-3,50	-3,62	1,30	1,45	-3,92	5,43	15,70	20,45	13,05
Modo 37	0,07	-0,47	1,73	0,23	-2,21	-0,14	0,45	-2,08	1,59	1,47	3,78	-0,50
Modo 38	-23,61	3,75	6,13	6,00	3,28	1,49	-0,46	-5,91	6,88	21,35	59,93	37,19
Modo 39	-29,95	2,93	6,88	6,74	-7,87	-2,08	-4,48	-0,47	7,13	19,18	8,11	5,24
Modo 40	-4,81	-0,48	0,45	0,00	1,41	4,32	-2,73	-1,55	13,74	12,99	16,39	22,49

Tabla 67. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 4.

	Comparativa en Posición 4											
	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,07	0,01	-0,07	0,00	-0,04	0,08	0,01	0,05	0,08	0,02	0,11	0,19
Modo 8	0,09	-0,04	-0,07	0,01	0,01	0,08	0,03	-0,01	0,06	0,06	0,17	0,08
Modo 9	0,07	0,15	-0,17	0,09	-0,10	-0,08	-0,03	0,12	-0,03	-0,03	0,71	3,05
Modo 10	0,02	0,07	-0,11	-0,03	0,04	0,07	0,04	0,08	0,04	0,31	0,70	1,21
Modo 11	0,46	-0,12	-0,35	-0,01	-0,05	0,41	0,09	0,07	0,41	0,23	0,88	0,80
Modo 12	0,28	0,19	-0,32	-0,17	-0,20	0,05	-0,21	-0,19	-0,05	0,25	4,33	14,72
Modo 13	0,15	0,00	-0,12	-0,28	-0,16	0,28	0,16	0,29	0,33	1,29	3,29	6,76
Modo 14	0,40	-0,10	-0,29	-0,02	-0,04	0,33	0,06	-0,02	0,16	0,08	4,15	15,97
Modo 15	0,98	0,12	-0,45	-0,04	-0,15	-0,39	0,14	0,05	-0,45	0,38	4,69	3,89
Modo 16	0,69	0,06	-0,50	-0,38	0,16	0,26	1,01	1,13	1,22	2,84	7,77	15,69
Modo 17	-0,83	0,99	-0,09	0,45	0,01	-1,05	0,00	0,61	-0,70	0,36	1,27	6,24
Modo 18	2,02	0,19	-0,61	-0,87	-0,21	0,23	2,34	0,46	-1,73	1,87	6,80	13,69
Modo 19	1,85	-0,02	-0,50	-0,59	0,29	1,04	3,24	1,67	1,37	5,34	11,14	19,97
Modo 20	2,37	0,56	0,01	-0,03	-0,18	-0,50	1,96	0,85	2,06	1,11	4,99	10,81
Modo 21	2,73	0,59	0,79	-0,62	0,08	0,18	3,39	1,87	2,92	3,25	5,04	17,58
Modo 22	-0,43	0,73	-0,13	0,24	-0,02	-0,81	-0,05	-0,07	-1,10	-0,58	-1,02	2,21
Modo 23	-0,19	-0,63	0,77	-1,70	-1,42	1,48	0,58	-1,57	1,15	3,95	9,28	28,25
Modo 24	2,99	2,18	-0,11	-1,08	0,23	0,43	1,45	1,45	-2,48	1,10	-3,03	11,71
Modo 25	2,88	2,44	-0,23	-0,85	0,10	0,52	3,34	2,00	-1,18	0,55	4,48	4,83
Modo 26	1,21	-0,16	-0,89	1,54	1,34	-3,02	-0,64	2,53	1,06	6,90	21,64	67,51
Modo 27	2,66	-0,68	-2,36	-2,57	-0,11	-0,19	5,27	6,34	6,30	0,84	-4,28	30,24
Modo 28	2,91	-0,75	-1,28	-2,29	0,05	0,61	4,92	3,90	3,52	0,64	-2,95	10,05
Modo 29	0,59	-0,78	0,25	-1,22	-0,83	0,69	-0,34	-2,54	-1,44	-0,32	2,42	15,11
Modo 30	3,44	-0,68	-0,71	-2,58	0,01	1,92	3,24	2,28	2,81	7,65	16,17	36,14
Modo 31	2,33	0,36	-0,07	-3,50	-1,09	0,37	3,39	-1,30	1,51	0,98	-18,56	5,05
Modo 32	1,89	0,97	0,09	-4,14	-0,26	-1,07	7,48	-3,39	-1,33	5,03	-0,61	24,81
Modo 33	2,27	0,06	-1,27	-1,93	-0,40	-3,12	0,85	-0,17	-1,03	0,97	-0,48	7,94
Modo 34	4,60	-2,56	-4,74	-2,47	2,55	7,21	-5,51	-5,07	33,82	0,63	-55,21	11,86
Modo 35	-2,77	0,92	-1,91	-3,91	-1,00	-6,30	3,76	1,59	4,44	5,33	3,94	36,89
Modo 36	-2,81	4,63	1,06	0,76	-2,21	-5,90	-2,93	8,74	14,90	5,48	37,99	50,22
Modo 37	2,10	-0,39	-0,85	-0,92	1,04	-2,05	-0,71	0,61	-1,69	-4,41	0,97	-6,07
Modo 38	7,00	2,16	8,67	7,71	-6,14	-9,95	-11,85	6,19	17,02	-10,76	43,29	143,94
Modo 39	6,98	3,76	10,11	10,21	1,05	9,57	-1,11	9,70	20,87	6,60	-12,66	-6,31
Modo 40	1,71	-1,61	-1,31	-1,02	-0,75	0,20	-1,99	0,33	3,47	16,23	7,41	38,41

Tabla 68. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 5.

Comparativa en Posición 5													
	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%	
Modo 7	-0,06	-0,07	0,13	0,05	0,15	0,01	-0,04	-0,03	0,02	0,00	0,04	0,09	
Modo 8	-0,07	-0,04	0,08	0,02	0,09	0,02	-0,03	0,04	0,00	0,00	0,02	0,04	
Modo 9	-0,02	0,08	0,09	0,04	0,19	0,00	0,10	0,01	0,13	0,02	0,25	1,68	
Modo 10	-0,08	0,00	0,02	-0,03	0,11	0,06	0,11	0,05	0,08	0,05	0,14	0,73	
Modo 11	-0,31	-0,26	0,54	0,19	0,57	0,09	-0,18	0,03	0,06	0,00	0,16	0,14	
Modo 12	-0,04	-0,15	-0,30	0,40	0,24	0,32	-0,15	-0,24	0,49	0,15	3,22	12,39	
Modo 13	-0,20	-0,19	-0,39	0,19	0,13	0,45	0,10	0,12	0,66	0,51	2,11	4,30	
Modo 14	-0,26	-0,22	0,41	0,16	0,48	0,08	-0,17	-0,01	0,04	0,04	3,54	23,87	
Modo 15	-0,42	0,08	-0,34	0,32	0,29	0,27	0,20	-0,85	1,05	0,86	6,17	2,84	
Modo 16	-0,36	-0,02	-0,55	0,12	0,31	1,23	1,25	0,88	2,27	2,18	6,47	15,34	
Modo 17	0,49	1,03	-0,47	-0,55	-0,37	-0,24	1,18	0,24	0,23	0,08	-1,00	2,47	
Modo 18	-0,49	-0,81	-0,41	0,91	0,67	3,06	1,67	-1,93	1,53	1,21	10,16	17,82	
Modo 19	-0,29	-0,95	-0,77	0,61	1,35	2,43	4,10	1,16	4,60	5,00	13,70	28,32	
Modo 20	-0,54	-0,62	-3,51	0,96	0,06	1,95	-0,81	-2,35	4,33	-0,42	4,38	11,28	
Modo 21	-0,57	-0,92	-3,99	0,81	0,71	0,29	1,19	1,71	8,14	5,13	13,00	28,11	
Modo 22	0,32	0,71	-0,50	-0,33	-0,19	-0,11	0,63	0,05	0,31	-0,40	-1,16	1,10	
Modo 23	-0,04	-1,85	-2,76	2,31	-0,94	1,63	-3,60	-0,57	1,22	0,26	6,77	10,26	
Modo 24	-0,56	-0,49	0,29	1,37	1,05	-4,54	-2,00	-2,39	4,70	-2,87	1,94	6,46	
Modo 25	-0,57	-1,09	-0,12	0,85	1,30	-1,19	0,97	-0,21	1,01	1,68	10,07	20,96	
Modo 26	-1,46	3,52	-0,41	-2,21	-1,20	-0,75	4,61	1,03	2,60	6,42	31,60	106,63	
Modo 27	-0,82	-0,55	0,44	1,35	-1,25	-2,42	-4,22	-7,04	0,67	-1,05	1,37	7,68	
Modo 28	0,07	-2,10	0,95	0,62	0,94	0,07	-1,10	-3,80	1,06	1,45	2,45	7,95	
Modo 29	-0,25	-1,22	-1,96	1,53	-0,35	0,05	-2,50	-1,43	-0,25	-0,88	1,47	54,85	
Modo 30	-0,10	-2,48	0,04	1,64	2,31	-0,86	-1,60	-0,32	3,82	15,17	41,32	4,97	
Modo 31	3,80	0,06	-3,58	-0,04	1,03	2,22	-2,41	0,14	1,72	0,10	2,51	4,70	
Modo 32	4,31	-0,33	-4,49	0,29	0,80	0,26	-5,14	-0,67	-0,12	0,34	2,18	3,16	
Modo 33	-1,03	1,47	-0,04	0,45	-2,06	0,19	0,55	2,00	4,30	1,95	3,64	7,68	
Modo 34	-1,27	-2,90	0,15	1,16	7,88	-2,49	-4,70	-2,73	-4,98	1,70	9,23	23,80	
Modo 35	5,66	4,86	-5,23	1,32	-0,38	-0,20	-2,08	0,52	3,25	-0,28	4,19	9,53	
Modo 36	9,98	6,86	-4,85	-0,39	-0,27	-1,17	-3,61	0,20	4,59	0,70	0,33	11,03	
Modo 37	-0,90	1,55	0,95	-0,99	0,50	-1,43	0,33	-1,57	-1,12	-1,48	2,68	1,61	
Modo 38	22,05	26,19	-8,85	-4,59	12,71	0,47	-11,00	2,74	2,64	7,02	11,97	15,37	
Modo 39	27,92	27,58	-19,74	-6,73	13,42	1,72	-8,72	4,07	5,64	8,02	9,86	41,97	
Modo 40	2,93	-1,82	-4,18	-1,42	-0,85	1,34	-1,71	0,74	3,31	-2,01	2,98	10,80	

Tabla 69. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 6.

	Comparativa en Posición 6											
	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,05	0,02	-0,11	0,06	-0,08	0,01	-0,02	0,04	0,01	-0,05	-0,02	0,09
Modo 8	0,04	0,03	0,01	0,06	-0,01	0,03	-0,04	0,04	0,01	-0,03	0,04	0,06
Modo 9	0,03	0,18	-0,30	0,11	-0,11	-0,04	0,20	0,11	-0,07	0,15	0,19	1,47
Modo 10	0,15	0,15	0,04	0,13	0,00	0,00	0,17	0,15	0,08	0,15	0,29	0,58
Modo 11	0,17	0,05	-0,19	0,26	-0,22	0,07	-0,16	0,18	0,14	-0,29	0,08	0,27
Modo 12	0,18	0,22	-0,25	0,37	-0,57	-0,03	0,31	-0,06	0,61	0,32	2,90	12,23
Modo 13	0,23	0,18	0,14	0,17	-0,14	0,03	0,35	0,16	0,72	0,52	1,54	3,60
Modo 14	0,16	0,04	-0,16	0,21	-0,18	0,05	-0,14	0,13	0,09	-0,12	3,28	28,56
Modo 15	0,51	0,52	-0,56	0,19	-0,29	-0,33	0,33	0,02	0,72	2,15	8,19	3,49
Modo 16	0,37	0,42	-0,03	0,29	-0,23	0,12	0,97	0,91	2,06	2,88	5,93	13,95
Modo 17	-0,05	0,84	-0,36	0,16	0,29	-0,31	1,61	0,47	-0,44	1,20	0,23	14,62
Modo 18	0,86	0,57	-0,96	0,82	-1,08	-0,66	-0,63	-0,55	3,50	3,16	13,19	8,39
Modo 19	1,09	0,29	-0,34	0,59	-0,36	0,19	0,88	1,72	6,49	6,14	13,92	27,71
Modo 20	1,27	1,40	-0,05	0,91	-0,92	-0,81	-1,34	-0,32	3,65	3,88	7,71	10,31
Modo 21	1,28	1,00	0,95	0,87	-0,17	0,76	0,75	2,08	7,98	9,39	17,34	28,79
Modo 22	0,06	0,67	-0,34	0,14	0,12	-0,29	1,16	0,22	-0,17	0,81	-0,22	0,65
Modo 23	-0,08	-0,87	1,84	0,73	-2,05	0,78	-0,62	-1,61	4,52	-1,92	2,94	9,84
Modo 24	1,28	1,21	-1,55	0,93	-1,30	-1,05	3,16	-0,24	9,22	2,28	4,54	5,12
Modo 25	1,46	1,14	-0,89	1,12	-0,59	-0,25	-1,06	2,09	4,91	9,22	14,21	23,40
Modo 26	-0,09	1,12	-0,69	-1,52	2,45	-0,11	2,82	3,13	3,30	12,67	34,37	128,45
Modo 27	1,59	4,68	-1,48	1,54	-1,71	-1,59	5,74	-5,93	3,16	7,36	4,67	6,72
Modo 28	1,87	4,93	-0,45	1,49	-1,32	-0,61	2,14	2,45	3,20	10,60	7,74	11,91
Modo 29	0,26	-0,43	0,67	0,44	-1,46	0,23	-1,44	-1,26	2,81	-1,72	40,05	49,26
Modo 30	1,88	-0,04	-1,77	1,82	-1,28	-0,39	-0,24	2,71	8,93	19,50	8,08	2,47
Modo 31	3,07	5,31	1,72	-0,41	-2,03	-5,16	1,64	-7,14	-6,68	-8,22	-1,07	-1,60
Modo 32	3,01	3,93	3,14	0,37	-2,52	-4,58	-0,61	-5,98	-4,14	-2,28	5,30	-1,56
Modo 33	1,01	1,82	-0,24	0,49	0,79	0,59	3,09	2,26	4,68	-0,91	5,19	2,09
Modo 34	0,75	-2,25	-4,21	1,60	-2,49	-3,18	-2,28	-3,64	-5,31	-2,85	3,72	14,59
Modo 35	0,94	2,88	-1,76	-1,14	-5,26	-4,96	-4,17	-5,05	-4,22	-4,86	9,01	4,31
Modo 36	2,67	0,57	-2,58	-3,72	-5,88	-7,49	-1,40	-11,87	-9,88	1,87	9,28	2,26
Modo 37	0,76	0,87	-1,62	-0,45	0,88	-0,81	1,41	-0,46	-0,90	1,50	2,96	2,71
Modo 38	12,05	1,28	5,02	-5,63	-9,65	-11,84	-15,80	-27,48	-21,50	0,58	-13,64	7,71
Modo 39	10,35	1,30	6,46	-0,28	-8,50	-10,98	-8,43	-24,65	-17,81	10,86	-1,97	10,06
Modo 40	2,46	1,14	0,49	-1,61	1,30	-0,71	0,24	0,15	-1,55	1,04	-11,86	8,78

Tabla 70. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 7.

Comparativa en Posición 7												
	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,02	-0,09	-0,06	-0,04	0,01	-0,02	0,00	0,05	-0,01	0,00	0,01	0,04
Modo 8	-0,03	-0,01	-0,05	-0,01	0,07	0,00	0,02	0,03	-0,02	-0,03	-0,05	-0,03
Modo 9	0,04	-0,11	0,03	0,19	0,04	0,04	-0,01	-0,03	-0,04	0,25	0,57	1,45
Modo 10	0,02	-0,02	-0,03	0,10	-0,01	0,04	-0,01	-0,05	0,12	0,02	0,19	0,49
Modo 11	-0,03	-0,21	-0,34	-0,09	0,19	-0,02	0,09	0,21	-0,07	-0,09	-0,13	-0,07
Modo 12	-0,10	-0,48	-0,29	0,60	-0,19	0,21	0,23	0,34	-0,02	1,22	3,88	12,94
Modo 13	-0,17	-0,22	-0,30	0,48	-0,51	0,21	0,14	0,24	0,02	0,69	1,33	3,52
Modo 14	-0,04	-0,16	-0,29	-0,08	0,11	0,00	0,10	0,16	-0,06	0,15	2,15	36,15
Modo 15	-0,14	-0,26	-0,08	1,14	-0,34	0,83	0,84	1,14	0,62	5,83	15,48	11,67
Modo 16	-0,31	-0,26	-0,20	1,15	-0,31	0,75	0,81	0,75	0,72	3,08	6,12	14,45
Modo 17	0,46	0,26	0,92	1,05	0,06	0,22	-0,55	0,17	0,47	0,59	1,36	24,97
Modo 18	-0,51	-0,05	0,19	2,18	0,43	1,47	1,84	1,92	1,78	12,27	26,64	19,57
Modo 19	-0,66	-0,42	0,11	2,01	-0,26	1,47	2,01	1,67	1,53	8,25	14,83	35,16
Modo 20	-1,76	-1,45	2,82	1,89	0,66	4,11	2,54	2,90	1,07	13,20	17,61	22,23
Modo 21	-1,91	-1,65	2,37	1,30	0,15	3,57	2,96	2,99	2,03	14,09	20,65	38,56
Modo 22	0,24	0,17	0,61	0,68	-0,12	0,25	-0,25	0,11	0,13	0,57	1,12	1,94
Modo 23	-1,18	-1,99	-2,04	0,63	-2,35	0,08	0,24	0,39	-1,38	0,69	1,93	7,30
Modo 24	-0,20	2,15	1,07	-0,13	0,01	0,34	3,70	2,83	2,07	8,14	10,34	14,42
Modo 25	-0,22	1,58	0,66	-1,13	-0,46	0,63	0,71	3,83	4,42	11,97	19,04	34,21
Modo 26	0,67	3,05	1,81	0,22	0,26	0,69	0,42	6,60	1,53	6,77	13,53	140,23
Modo 27	-0,20	-1,28	-0,35	-1,58	-5,16	0,31	1,63	3,33	5,86	14,06	44,16	40,65
Modo 28	0,39	-0,48	-1,30	-1,58	-6,94	-0,78	0,30	2,58	4,66	10,01	17,63	39,00
Modo 29	-0,56	-1,66	-0,70	-1,02	-1,67	-0,20	0,19	0,44	-0,68	1,01	60,69	85,20
Modo 30	-0,03	-1,46	-1,62	-1,48	0,77	2,04	3,96	7,63	11,85	36,56	14,19	8,83
Modo 31	-0,01	-1,97	-2,13	-7,28	-2,40	-10,16	-2,87	-0,05	0,55	11,99	14,97	13,41
Modo 32	-0,28	-2,24	-0,58	-6,24	-3,61	-7,20	-2,98	-0,89	1,81	12,49	11,16	14,82
Modo 33	-1,52	-1,01	1,49	-0,79	-0,65	1,86	3,13	3,01	4,99	13,31	10,11	19,14
Modo 34	4,57	2,91	-5,62	0,88	5,30	1,12	2,87	-2,65	7,63	13,20	11,75	27,35
Modo 35	1,03	-3,07	0,37	1,67	-4,67	-5,74	-2,35	-3,59	4,82	2,88	5,37	17,43
Modo 36	1,05	-2,90	0,88	-0,86	-4,89	-1,58	-4,89	-3,76	6,62	15,49	-0,63	16,47
Modo 37	0,56	1,62	0,03	0,51	0,61	0,31	0,64	-1,01	1,79	3,55	-5,27	3,63
Modo 38	-4,45	-9,23	-10,62	-10,03	-12,08	-13,73	-14,87	-0,97	8,19	36,11	-0,49	29,32
Modo 39	-3,40	-8,00	-8,85	-8,22	-13,67	-14,83	-15,95	-14,10	-11,19	0,66	-2,95	37,50
Modo 40	-1,55	-0,67	0,52	-1,37	-4,51	-3,03	-2,16	1,69	1,17	6,54	1,51	19,25

Tabla 71. Comparación grieta recta-grieta circular en posición 8.

	Comparativa en Posición 8											
	1%	2%	4%	8%	16%	24%	33%	44%	50%	66%	83%	100%
Modo 7	0,05	0,05	-0,08	-0,02	-0,01	-0,01	0,09	0,09	-0,06	-0,03	0,00	-0,02
Modo 8	-0,02	0,00	-0,07	-0,02	-0,01	0,01	0,03	0,02	-0,11	-0,04	0,00	-0,05
Modo 9	-0,08	0,05	-0,04	-0,05	0,03	-0,10	0,04	0,22	-0,01	-0,05	-0,02	-0,05
Modo 10	-0,09	-0,04	-0,15	-0,10	-0,06	0,02	-0,04	0,08	-0,08	-0,06	0,00	-0,01
Modo 11	0,15	0,14	-0,38	-0,06	-0,08	0,03	0,33	0,28	-0,37	-0,21	0,01	-0,17
Modo 12	0,03	0,14	-0,36	-0,05	-0,12	-0,34	0,11	0,35	-0,12	-0,42	0,07	0,00
Modo 13	-0,18	0,14	-0,17	-0,10	-0,11	-0,30	-0,14	0,15	0,20	-0,42	-0,01	-0,07
Modo 14	0,10	0,12	-0,31	-0,05	-0,08	0,01	0,26	0,25	-0,29	-0,16	0,03	0,07
Modo 15	-0,39	-0,06	-0,57	-0,12	-0,15	-0,47	-0,41	0,68	0,33	-0,54	0,57	2,16
Modo 16	-0,38	-0,11	-0,47	-0,13	-0,03	-0,32	-0,43	0,43	0,21	-0,16	0,66	0,88
Modo 17	-0,74	-0,34	0,33	-0,36	0,19	-0,05	-0,61	0,19	0,52	0,24	-0,06	0,30
Modo 18	-0,10	-0,30	-1,35	-0,31	-0,51	-0,53	-0,59	0,69	-0,87	-0,79	2,13	9,48
Modo 19	-0,53	-0,54	-1,22	-0,54	-0,59	-0,25	-1,01	0,78	0,20	-0,58	1,62	3,86
Modo 20	-2,67	-0,89	-1,27	-0,61	-0,10	-1,07	-3,45	0,93	-0,15	-0,87	4,61	20,99
Modo 21	-3,09	-1,53	-1,72	-0,61	-0,46	-0,23	-3,66	0,32	1,01	0,13	3,18	8,05
Modo 22	-0,60	-0,22	0,17	-0,28	0,05	-0,16	-0,51	0,25	0,36	0,12	0,23	2,45
Modo 23	0,84	1,27	-0,36	0,52	-0,31	-1,59	0,50	-0,93	0,24	-2,18	0,02	-0,54
Modo 24	1,19	-0,72	-1,86	-0,72	-0,75	-0,99	-1,55	1,34	1,43	-0,92	6,38	25,47
Modo 25	0,98	-1,00	-1,67	-0,67	-0,62	-0,19	-1,57	2,41	3,21	0,01	4,90	10,99
Modo 26	-1,60	-1,20	0,52	0,39	1,47	0,18	-0,49	1,14	2,78	-1,96	10,83	42,27
Modo 27	1,46	-0,79	-1,52	-1,36	-0,65	-2,55	-1,70	2,12	0,64	3,14	10,12	31,35
Modo 28	1,26	-1,58	-1,43	-1,63	-1,12	-1,31	1,99	2,14	-0,86	-0,10	3,20	6,51
Modo 29	0,82	0,74	-0,45	0,31	-0,36	-1,21	-0,22	-0,32	-0,07	-1,77	3,97	25,96
Modo 30	2,15	-1,51	-3,06	-1,56	-1,86	-0,89	5,61	1,92	0,87	5,80	26,60	62,32
Modo 31	2,34	-0,95	2,01	-0,05	-4,87	-3,25	-2,30	3,53	-6,72	-1,12	16,40	25,31
Modo 32	1,85	-1,60	2,72	-0,57	-4,95	-1,89	-2,77	13,53	-6,93	-1,60	9,12	12,12
Modo 33	-1,22	-2,77	-1,31	-0,86	0,53	-1,72	4,76	0,59	1,31	3,84	10,15	14,64
Modo 34	6,65	2,87	-3,88	-0,24	-3,51	2,89	2,41	5,83	-0,96	0,30	32,02	34,81
Modo 35	1,68	-9,35	1,57	-10,60	-4,26	-5,01	5,66	32,11	-21,81	1,41	10,55	16,89
Modo 36	1,68	-11,34	0,01	-11,63	-7,97	-0,46	-4,59	9,58	-1,26	-1,86	11,60	19,33
Modo 37	-0,30	-1,09	-0,53	-0,14	0,01	0,08	1,02	2,32	-1,94	-1,34	1,06	1,85
Modo 38	-2,65	-6,98	-4,83	-7,46	-14,44	-5,59	-13,60	20,39	74,89	1,33	20,66	17,53
Modo 39	-2,48	-6,34	-4,18	-7,82	-10,33	-0,09	-8,79	-8,74	-2,02	1,59	23,14	31,39
Modo 40	-0,77	-4,91	1,33	-2,08	-2,31	-5,55	0,83	2,76	0,62	-0,93	5,54	7,34

Cuando se observan las anteriores figuras, como conclusión, se puede destacar que predomina el color azul, y por lo tanto decae más la frecuencia en grietas circulares que en grietas rectas, para porcentajes normalmente cercanos al 50% y sobre todo para los modos 38 y 39. Mientras que predomina el color rojo, y por lo tanto decae más la frecuencia en grietas rectas que en grietas circulares, para porcentajes sobre todo altos (normalmente 83%-100%) y en modos principalmente del 25 en adelante.

9.5. OBSERVACIONES.

9.5.1. Frecuencias con fallo y sin fallo.

En contra de lo que predice la teoría, que nos explica que un eje sin ningún tipo de fallo debe mostrar unas frecuencias naturales más altas que un eje con cualquier imperfección (debido a que la rigidez del eje sin fallo es mayor), hemos visualizado algunos resultados en los que a medida que avanzaba la grieta, las frecuencias naturales aumentaban con respecto al eje sin fallo.

Conocemos, por lo visto a lo largo del documento, que la frecuencia es función exclusiva de la rigidez y de la masa mediante la relación:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Siendo 'ω' la frecuencia propia, 'k' la rigidez y 'm' la masa.

Dado que el volumen de eje extraído en las grietas de los análisis es prácticamente despreciable respecto al volumen total del eje, la masa también va a constituir un factor no influyente, con lo que el factor variable únicamente va a ser la rigidez, la cual está demostrado que se hace más pequeña debida a la mayor amplitud para respirar que dispone un elemento con fallo. Debido a esto, un eje agrietado siempre presentará valores de frecuencia más pequeños, teóricamente, si la masa permanece invariable.

9.5.2. Limitaciones del software.

La teoría explicada en el apartado anterior, no siempre ha concordado con los resultados mostrados con el software Creo Elements/Pro. El motivo de esta variación reside en el mallado del programa, que como recordaremos ha sido aplicado por defecto tras los análisis de sensibilidad realizados anteriormente por el departamento. Al realizar la grieta en el eje y mallarlo, el programa crea un conjunto de nodos que aumenta su densidad en la zona cercana de la grieta, lo que provoca un aumento de la rigidez del eje en este área. Con esto, el propio programa disimula involuntariamente la disminución de rigidez provocada por la grieta. Podemos verlo en la siguiente imagen:

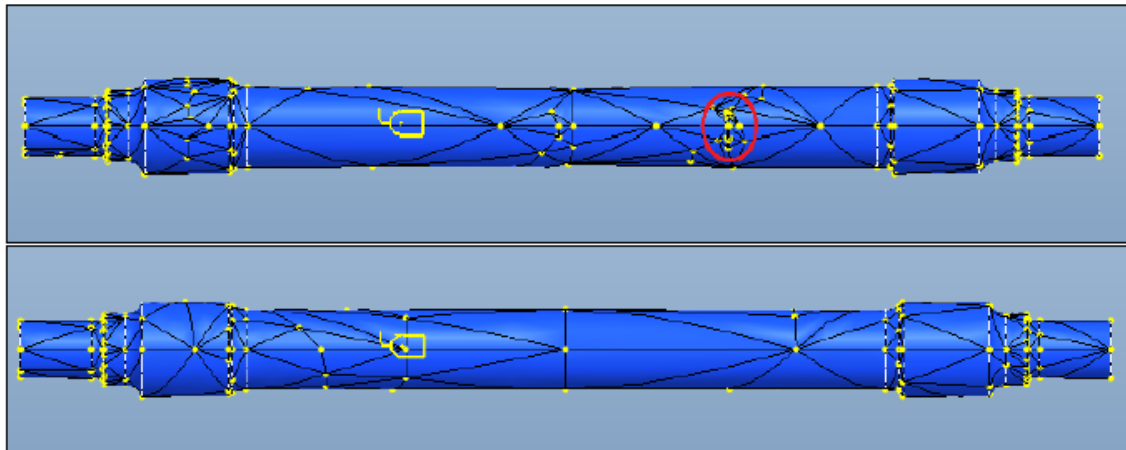


Figura 112. Mallado de eje con grieta en 'Posición 2' (arriba) y eje nuevo (abajo).

También hay que destacar que como hemos visto a lo largo de este capítulo, los resultados negativos han sido de una magnitud casi despreciable y achacable totalmente a lo explicado.



CAPÍTULO 10. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.



10.1. CONCLUSIONES.

Como se ha citado en capítulos anteriores, el objetivo del presente Proyecto Fin de Carrera ha sido *“el análisis modal de un eje ferroviario para observar la evolución de las vibraciones y frecuencias naturales del mismo ante la aparición y desarrollo una grieta”* y, llegados a este punto, podemos afirmar que se ha cumplido de forma satisfactoria.

Para llevar a cabo este proyecto fin de carrera, se ha utilizado el programa Creo Elements/Pro y la hoja de cálculo Microsoft-Excel. El software Creo Elements/Pro nos ha proporcionado una potente herramienta para el diseño de elementos mecánicos y su análisis utilizando en método de los elementos finitos. Se han utilizado los módulos ‘Parametric’ para modelar y ‘Simulate’ para realizar los análisis del proyecto.

Se ha definido la geometría del eje basándonos en el plano suministrado por el fabricante y se han definido las características y propiedades de material constituyente del eje. Posteriormente se ha modelado el conjunto de grietas que hemos considerado interesantes para simular el avance de fallo por fatiga en las 8 posiciones relevantes y, por último, hemos llevado a cabo el conjunto de análisis.

Se han realizado un total de 192 análisis a lo largo del proyecto: en el eje original se han modelado con 2 tipos de grietas (circulares y rectas) y 12 profundidades en cada una de las 8 posiciones seleccionadas del eje. El tamaño total alcanzado por los resultados obtenidos de los análisis ha ocupado unos 70 Gb.

Se ha visto que es posible estudiar y conocer la integridad estructural del eje analizando los modos de vibración. Se ha demostrado teóricamente que las frecuencias propias de elementos con imperfecciones serán menores que las de elementos sin fallo (como predecía la teoría), debido exclusivamente a la pérdida de rigidez. Por ello, se ha podido concluir que si se comparan patrones modales de ambos elementos (uno con fallo y otro en perfecto estado) las diferencias mostrarían la presencia de grietas.

Del análisis de la mayoría de simulaciones, se ha verificado como al aumentar la profundidad de grieta, la variación de la frecuencia en los modos propios ha ido incrementándose con respecto al eje en perfecto estado.

Los resultados obtenidos en el estudio de las frecuencias de vibración han sido muy aceptables y válidos, ya que se apoyan y coinciden con los vistos en estudios teóricos y otros proyectos teóricos experimentales del sector y del propio departamento sobre los modos propios de vibración.

- Las conclusiones a las que se ha llegado en los análisis de grieta recta en el estudio propuesto en este proyecto han sido:
 - Las mayores diferencias porcentuales observadas han sido para ‘Modo 7 y Porcentaje 100% de Posición 1’, ‘Modo 12 y Porcentaje 100% de Posición 3’, ‘Modo 7 y Porcentaje 100% de Posición 2’ con 19,639%, 14,347% y 14,123% respectivamente.
 - Se ha visto que la media de diferencias porcentuales se incrementa por lo general cuanto mayor es la grieta, siendo la posición 7 con una variación del 0,765%, donde se produce una variación media porcentual de frecuencia mayor con respecto al eje sin fallo. Con respecto a los modos, la media de

diferencias porcentuales mayor se sitúa en los modos 18 con 1,86% y 38 con 1,768%.

- Por otra parte, en los resultados de diferencias unitarias, se observó que los valores más altos con respecto al eje nuevo se situaban en 'Modo 38 y Porcentaje 100% de Posición 4', 'Modo 34 y Porcentaje 100% de Posición 8', 'Modo 38 y Porcentaje 100% de Posición 8' con 477,78 Hz, 434,25 Hz y 431,07 Hz respectivamente.
 - La posición donde se produce mayor variación unitaria media en grieta recta es la posición 4 con 22,089 Hz. En relación a los modos, los más relevantes y donde hay mayor variación unitaria media son el 38 con 89,619 Hz y el 39 con 57,713 Hz.
 - La última conclusión llegada para grieta recta, es que se ha observado que los modos con una fiabilidad mayor del 90% para la relación frecuencia/área de grieta son el 7, 11, 12, 14, 18, 24, 27, 29, 30, 31, 34 y 38, mientras que los modos 17, 33, y 40 presentan una fiabilidad menor del 30% y según este estudio son los que se comportan de un modo más anárquico.
- Las conclusiones a las que se ha llegado en los análisis de grieta circular han sido:
- Las mayores diferencias porcentuales observadas han sido para 'Modo 7 y Porcentaje 100% de Posición 1', 'Modo 18 y Porcentaje 100% de Posición 6', 'Modo 12 y Porcentaje 100% de Posición 3' con 16,724%, 12,454% y 12,406% respectivamente.
 - Se ha visto que la media de diferencias porcentuales es muy similar en las 8 posiciones, aunque el porcentaje mayor se da en la posición 7 con una variación del 0,765%. Con respecto a los modos, la media de diferencias porcentuales mayor se sitúa en los modos 18 con 1,741% y 38 con 1,692%.
 - En los resultados de diferencias unitarias de grieta circular, se observó que los valores más altos con respecto al eje nuevo se situaban en 'Modo 38 y Porcentaje 100% de Posición 8' con 413,54 Hz, 'Modo 34 y Porcentaje 100% de Posición 8' con 399,44 Hz y 'Modo 34 y Porcentaje 100% de Posición 4' con 357,70 Hz.
 - La posición donde se produce mayor variación unitaria media en grieta circular es la posición 4, al igual que para grieta recta, con 19,601 Hz. En relación a los modos, los más relevantes y donde hay mayor variación unitaria media son el 38 y el 39 con 85,761 Hz y 56,118 Hz respectivamente.
 - En cuanto a la relación frecuencia/área de grieta para la posición 1 de grieta circular, se concluyó que los modos con una fiabilidad mayor del 90% eran el 7, 11, 12, 14, 18, 23, 24, 27, 29, 30, 31, 34, 36 y 38, coincidiendo doce con los de grieta recta (excepto 23 y 36) y por el contrario, los modos 33, y 40 presentaban una fiabilidad menor del 30%.

- En cuanto a la comparación de las formas de la grietas (grieta recta-grieta circular) se ha podido concluir que:
 - La frecuencia decae más en grietas circulares que en grietas rectas para porcentajes normalmente cercanos al 50% y sobre todo para los modos 38 y 39.
 - Sin embargo, la frecuencia en grietas rectas disminuye más que en grietas circulares, para porcentajes sobre todo altos (normalmente 83%-100%) y en modos principalmente del 25 en adelante.

También se puede concluir que el programa de modelado y análisis empleado en el proyecto, Creo Elements/Pro, es aceptable para los análisis modales realizados sobre ejes ferroviarios.

Por último y una vez realizado el proyecto y obtenido resultados, se ha podido ratificar la importancia del estudio de frecuencias propias para detectar fallos estructurales en elementos mecánicos, y colaborar a que sea una opción cada vez más válida y más utilizada para su uso en el sector ferroviario, teniendo en cuenta las ventajas de eficiencia, tiempo y ahorro económico que supone.

10.2. TRABAJOS FUTUROS.

A lo largo del tiempo, dentro del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid se ha estudiado y analizado ejes simples, determinando la capacidad de programas como el utilizado para la resolución de este proyecto, realizando análisis estáticos y de fatiga. Posteriormente se han introducido conjuntos más complejos con contactos entre ellos, se han introducido análisis de sensibilidad para análisis modales como los realizados en el presente proyecto, e incluso se han estudiado ejes huecos empleados para alta velocidad.

A medida que se ha avanzado en el proyecto, se ha podido comprobar el amplio campo de análisis que abarca lo estudiado, y a la vez, cómo es una pequeña parte de las posibilidades que nos puede ofrecer el software Creo Elements/Pro para el diseño de elementos mecánicos, en concreto de ejes ferroviarios.

A continuación se enumeran una serie de líneas de trabajo hacia donde pueden dirigirse los estudios futuros para conseguir resultados aun más concluyentes y fiables:

- Como se ha citado durante el proyecto, una posibilidad futura es estudiar el resto de las posiciones en las que no se ha llevado a cabo la relación entre frecuencia obtenida y área de grieta.
- Así mismo, también se podría automatizar el proceso de obtención de las ecuaciones, pendientes y valores de R-cuadrado para reducir tiempos.
- Un estudio más pormenorizado de los modos donde se han obtenido mayores diferencias con respecto al eje nuevo.
- Realizar análisis diferentes para el eje fisurado en el que se incluyan cambios de forma en las grietas como puede ser espesor variable, por ejemplo en forma de V o grietas con perfil redondeado.
- Comparar los resultados obtenidos en los análisis realizados en el presente proyecto con los obtenidos en situaciones reales en la industria ferroviaria.
- Complementar los estudios con la influencia de efectos térmicos.
- Incluir en el estudio un conjunto de elementos, como puedan ser las ruedas caladas en el eje formando el Wheelset completo, lo que produce un ahorro económico y de tiempo debido a que el mantenimiento se puede realizar sin desmontar las ruedas.
- Por último, otra posibilidad sería realizar la metodología seguida en el proyecto pero comprobando otros programas de elementos finitos como Ansys, Nastran, etc. investigando la fiabilidad de estos otros software y comparándolo con los resultados obtenidos con Creo Elements/Pro.

Como se puede ver, el presente proyecto es únicamente una pequeña porción entre la gran cantidad de posibles trabajos futuros relacionados con elementos finitos y ejes ferroviarios y su objetivo de evolucionar y aprender cada vez más sobre dichos elementos mecánicos.



CAPÍTULO 11. PRESUPUESTO.



11.1. INTRODUCCIÓN.

Los recursos utilizados en el proyecto son de diversa naturaleza, desde humanos a informáticos, implicando éstos tanto software como hardware. Por lo tanto, implican un coste de utilización que debemos que debemos mostrar dentro del presupuesto total del proyecto. Para desglosarlo de una manera más fácil, identificaremos las fases del proyecto y el tiempo ocupado en cada una de ellas.

El proyecto ha sido realizado entre los meses de Noviembre de 2012 y Junio de 2013, resultando la carga de trabajo heterogénea durante los ocho meses de duración, aumentando en los últimos cuatro meses.

A continuación mostramos las semanas dedicadas a cada fase del conjunto del proyecto, en las que hemos tenido en cuenta una carga de trabajo de 15 horas semanales aproximadamente:

1. Planteamiento de los objetivos del proyecto: 2 semanas.
2. Diseño de la metodología de estudio: 2 semanas.
3. Modelado del eje y de las grietas: 3 semanas.
4. Realización de las simulaciones: 5 semanas.
5. Post-procesado de los resultados: 3 semanas.
6. Obtención de conclusiones: 2 semanas.
7. Elaboración de la memoria del proyecto: 5 semanas.

Es importante destacar que durante la realización de los análisis se ha llevado a cabo otros trabajos para optimizar el tiempo, así como otras fases complementarias han sido solapadas para facilitar la realización de las mismas.

En el desglose anterior no se han incluido algunas fases del proyecto como el proceso de documentación o el aprendizaje necesario para la realización del proyecto del programa Creo Elements/Pro, ya que no se considera que deban tenerse en cuenta para la facturación.

11.2. PRESUPUESTO GENERAL.

Vamos a identificar a continuación, mediante información económica y temporal, el conjunto de diferentes recursos utilizados en el desarrollo del proyecto y que se han de tener en cuenta en el presupuesto. Vamos a dividir los recursos en 5 grupos:

- Personal: coste del personal que ha intervenido en el proyecto. Como Ingeniero Senior, el tutor del proyecto, Higinio Rubio Alonso. Como Ingeniero, el autor del proyecto, Sergio Fernández Matey.

- Equipos: amortización del conjunto de equipos utilizados: PC y licencias de software Creo Elements/Pro y Office 2010.
- Restos de costes directos: incluiremos en este apartado los costes generales como son: desplazamientos, dietas, gastos de impresión, etc.
- Costes indirectos: incluidos todos los costes no especificados en los apartados anteriores como costes difíciles de imputar, costes no previstos, beneficios, etc.

11.3. PRESUPUESTO DETALLADO DEL PROYECTO.

1. Autor:

Sergio Fernández Matey.

2. Departamento:

Ingeniería Mecánica.

3. Descripción del proyecto:

Título: Clasificación y análisis de la evolución de la respuesta modal de un eje ferroviario con grietas.

Duración: 8 meses.

Tasa de costes indirectos: 15%.

Impuesto (IVA): 21%.

4. Presupuesto Total:

22.819,29 €.

5. Desglose presupuestario:

Tabla 72. Presupuesto del personal.

PERSONAL				
Apellidos, Nombre	Categoría	Dedicación (horas)	Coste horario (€/h)	Coste (€)
Rubio Alonso ,Higinio	Ingeniero Senior	45	70	3.150,00 €
Fernández Matey, Sergio	Ingeniero	285	40	11.400,00 €
			Total:	14.550 €

Tabla 73. Presupuesto de equipos.

EQUIPOS					
Descripción	Coste (€)	%Uso en el proyecto	Dedicación (meses)	Periodo depreciación (meses)	Coste imputable (€)
Equipo informático	980,00 €	55	6	32	101,06 €
Licencia Creo Elements/Pro	6.000,00 €	60	4	12	1.200,00 €
Office 2010	120,00 €	20	4	12	8,00 €
Total:					1.309,06 €

Siendo:

Fórmula de la Amortización: $A / B \cdot C \cdot D$.

A = nº de meses desde la fecha de facturación en que el equipo es utilizado.

B = periodo de depreciación (meses).

C = coste del equipo sin IVA (€).

D = % del uso que se dedica al proyecto.

Tabla 74. Otros costes directos del proyecto.

OTROS COSTES DIRECTOS DEL PROYECTO		
Descripción	Empresa	Coste imputable (€)
Material de oficina e impresión.	varios	320,00 €
Desplazamientos y dietas.	varios	220,00 €
Total:		540 €

Tabla 75. Resumen total del presupuesto.

RESUMEN	
Descripción	Presupuestos Totales (€)
Personal	14.550,00 €
Equipos	1.309,06 €
Otros costes directos	540,00 €
Costes indirectos	2.459,86 €
Subtotal	18.858,92 €
Impuesto	3.960,37 €
Total	22.819,29 €

El presupuesto total de este proyecto ha ascendido a la cantidad de 22.819,29 €.

Leganés, junio 2013.

El ingeniero proyectista.

Fdo: Sergio Fernández Matey.



CAPÍTULO 12. BIBLIOGRAFÍA.



12.1. BIBLIOGRAFIA.

- [1] López Pita, Andrés. Infraestructuras Ferroviarias. Ediciones UPC, 2006.
- [2] Álvarez Rodríguez, Julio. El rodaje en el ferrocarril. Ejes (1) y (2). 1ª Edición. Edita la Universidad Carlos III de Madrid, Leganés. 2010.
- [3] Fernández González, Francisco Javier/ Fuentes Losa, Julio. Ingeniería Ferroviaria. UNED, 2010.
- [4] Manuales para Creo Elements/Pro. PTC University, 2012.
- [5] Norma UNE-EN 13261:2009+A1:2011.Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogies. Ejes. Requisitos de producto. Septiembre 2011.
- [6] Norma UNE-EN 13260:2010+A1:2011.Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogies. Ejes montados. Requisitos de producto. Julio 2011.
- [7] D 6.1 Development of compensated resonance inspection prototype for wheel sets. Project title: "Wheel set integrated design and effective maintenance". (WIDEM) Junio 2008.
- [8] D 6.2 Report on NDT performance (various techniques) for conventional wheel sets. Project title: "Wheel set integrated design and effective maintenance" (WIDEM) Junio 2008.
- [9] López González, J.I. Multianálisis de un eje ferroviario mediante el software Pro/Engineer. Proyecto fin de carrera. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid. Leganés, 2011.
- [10] Argüelles Iñiguez, Antonio. Análisis de un eje ferroviario mediante Pro/Engineer. Proyecto fin de carrera. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid. Leganés, 2012.
- [11] Relancio Rus, Manuel Adrián. Análisis con Pro/Engineer de las variaciones modales de un eje ferroviario ante fallo. Proyecto fin de carrera. Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid. Leganés, 2012.
- [12] <http://es.ptc.com/> (última visita Mayo 2013).
- [13] http://en.wikipedia.org/wiki/Creo_Elements/Pro (última visita Abril 2013).
- [14] [http://es.wikipedia.org/wiki/Eje_\(mecánica\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Eje_(mecánica)) (última visita Mayo 2013).
- [15] http://es.wikipedia.org/wiki/Método_de_los_elementos_finitos (última visita Marzo 2013).
- [15] Apuntes de la asignatura: "Tecnología de máquinas" de la Titulación Ingeniería Industrial. Universidad Carlos III de Madrid. Curso 2010/2011.



CAPÍTULO 13. ANEXO.PLANO DEL EJE.

